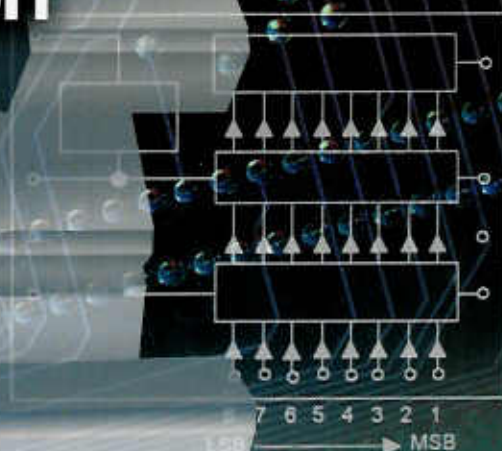


# Mecatrónica

SISTEMAS DE CONTROL ELECTRÓNICO  
EN INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

2ª Edición  
W. Bolton



# Contenido

	<b>Prefacio</b>	xí
<b>1. Mecatrónica</b>	1.1 ¿Qué es la mecatrónica?	1
	1.2 Sistemas	2
	1.3 Sistemas de medición	2
	1.4 Sistemas de control	3
	1.5 Controladores basados en un microprocesador	11
	1.6 Enfoque de la mecatrónica	14
	Problemas	15
<b>2. Sensores y transductores</b>	2.1 Sensores y transductores	17
	2.2 Terminología del funcionamiento	17
	2.3 Desplazamiento, posición y proximidad	22
	2.4 Velocidad y movimiento	33
	2.5 Fuerza	36
	2.6 Presión de fluidos	37
	2.7 Flujo de líquidos	40
	2.8 Nivel de líquidos	41
	2.9 Temperatura	42
	2.10 Sensores de luz	47
	2.11 Selección de sensores	48
	2.12 Introducción de datos mediante interruptores	49
	Problemas	50
<b>3. Acondicionamiento de señales</b>	3.1 Acondicionamiento de señales	54
	3.2 El amplificador operacional	56
	3.3 Protección	65
	3.4 Filtrado	66
	3.5 El puente de Wheatstone	67
	3.6 Señales digitales	72
	3.7 Multiplexores	83
	3.8 Adquisición de datos	85
	3.9 Procesamiento de señales digitales	87
	3.10 Modulación por pulsos	88
	Problemas	90



<b>4. Sistemas de presentación de datos</b>	4.1	Dispositivos para presentación visual	92
	4.2	Elementos para la presentación de datos	94
	4.3	Grabación magnética	101
	4.4	Visualizadores	104
	4.5	Sistemas de adquisición de datos	109
	4.6	Sistemas de medición	112
	4.7	Prueba y calibración	117
		Problemas	119
<b>5. Sistemas de actuadores neumáticos e hidráulicos</b>	5.1	Sistemas de actuadores	122
	5.2	Sistemas neumáticos e hidráulicos	122
	5.3	Válvulas para control de dirección	124
	5.4	Válvulas de control de presión	127
	5.5	Cilindros	128
	5.6	Válvulas para el control de procesos	132
	5.7	Actuadores giratorios	138
		Problemas	139
<b>6. Sistemas de actuación mecánica</b>	6.1	Sistemas mecánicos	141
	6.2	Tipos de movimiento	142
	6.3	Cadenas cinemáticas	144
	6.4	Levas	147
	6.5	Trenes de engranes	148
	6.6	Rueda dentada y trinquete	151
	6.7	Transmisión por correa y cadena	151
	6.8	Chumaceras	153
	6.9	Aspectos mecánicos de la selección de un motor	157
		Problemas	159
<b>7. Sistemas de actuación eléctrica</b>	7.1	Sistemas eléctricos	161
	7.2	Interruptores mecánicos	161
	7.3	Interruptores de estado sólido	163
	7.4	Solenoides	168
	7.5	Motores de cd	168
	7.6	Motores de ca	176
	7.7	Motores paso a paso	178
		Problemas	184
<b>8. Modelos de sistemas básicos</b>	8.1	Modelos matemáticos	185
	8.2	Elementos básicos de sistemas mecánicos	186
	8.3	Elementos básicos de sistemas eléctricos	192
	8.4	Elementos básicos en sistemas de fluidos	197
	8.5	Elementos básicos de los sistemas térmicos	205
		Problemas	208
<b>9. Modelado de sistemas</b>	9.1	Sistemas en ingeniería	210
	9.2	Sistemas de giro-traslación	213
	9.3	Sistemas electromecánicos	213
	9.4	Sistemas hidráulico-mecánicos	217
		Problemas	220

<b>10. Respuestas dinámicas de sistemas</b>	10.1 Modelado de sistemas dinámicos	222
	10.2 Sistemas de primer orden	224
	10.3 Sistemas de segundo orden	230
	10.4 Formas de medir el comportamiento de los sistemas de segundo orden	236
	Problemas	240
<b>11. Funciones de transferencia de sistemas</b>	11.1 La función de transferencia	242
	11.2 Sistemas de primer orden	245
	11.3 Sistemas de segundo orden	247
	11.4 Sistemas en serie	250
	11.5 Sistemas con lazos de retroalimentación	251
	11.6 Efecto de la ubicación de los polos en la respuesta transitoria	252
	11.7 MATLAB y SIMULINK	254
	Problemas	260
<b>12. Respuesta en frecuencia</b>	12.1 Entrada senoidal	262
	12.2 Fasores	262
	12.3 Respuesta en frecuencia	265
	12.4 Gráficas de Bode	268
	12.5 Especificaciones de comportamiento	276
	12.6 Estabilidad	276
	Problemas	277
<b>13. Controladores en lazo cerrado</b>	13.1 Procesos continuos y discretos	279
	13.2 Modos de control	281
	13.3 Modo de dos posiciones	282
	13.4 Modo proporcional	283
	13.5 Control derivativo	287
	13.6 Control integral	289
	13.7 Controlador PID	292
	13.8 Controladores digitales	294
	13.9 Comportamiento de los sistemas de control	296
	13.10 Sintonización	298
	13.11 Control de velocidad	300
	13.12 Control adaptable	300
	Problemas	304
<b>14. Lógica digital</b>	14.1 Lógica digital	306
	14.2 Sistemas numéricos	307
	14.3 Compuertas lógicas	313
	14.4 Álgebra booleana	319
	14.5 Mapas de Karnaugh	324
	14.6 Aplicaciones de las compuertas lógicas	328
	14.7 Lógica secuencial	332
	Problemas	337
<b>15. Microprocesadores</b>	15.1 Control	339
	15.2 Estructura de una microcomputadora	339



	15.3	Microcontroladores	348
	15.4	Aplicaciones	358
	15.5	Programación	359
		Problemas	361
<b>16. Lenguaje ensamblador</b>	16.1	Lenguajes	363
	16.2	Conjuntos de instrucciones	364
	16.3	Programas en lenguaje ensamblador	372
	16.4	Subrutinas	378
		Problemas	382
<b>17. Lenguaje C</b>	17.1	¿Por qué el lenguaje C?	383
	17.2	Estructura de un programa	383
	17.3	Control de flujo y ciclos	391
	17.4	Arreglos	394
	17.5	Apuntadores	396
	17.6	Diseño de programas	397
	17.7	Ejemplos de programas	398
		Problemas	401
<b>18. Sistemas de entrada/salida</b>	18.1	Interfaces	403
	18.2	Puertos de entrada/salida	403
	18.3	Requisitos de una interfaz	404
	18.4	Adaptador de interfaz para dispositivos periféricos	410
	18.5	Interfaz para comunicaciones en serie	416
	18.6	Ejemplos de acoplamiento mediante interfaz	418
		Problemas	422
<b>19. Controladores lógicos programables</b>	19.1	Controladores lógicos programables	423
	19.2	Estructura básica	424
	19.3	Procesamiento de la entrada/salida	427
	19.4	Programación	428
	19.5	Mnemónicos	433
	19.6	Temporizadores, relevadores y contadores internos	436
	19.7	Registros de corrimiento	440
	19.8	Controles maestro y de salto	442
	19.9	Manejo de datos	442
	19.10	Entrada/salida analógica	445
	19.11	Selección de un PLC	447
		Problemas	447
<b>20. Sistemas de comunicación</b>	20.1	Comunicaciones digitales	449
	20.2	Control centralizado, jerárquico y distribuido	449
	20.3	Redes	452
	20.4	Protocolos	455
	20.5	Modelo de comunicación de interconexión de sistemas abiertos	456
	20.6	Interfaces de comunicación	459
		Problemas	468

<b>21. Localización de fallas</b>		
21.1	Técnicas para detección de fallas	469
21.2	Temporizador vigilante	470
21.3	Verificación de paridad y de codificación de errores	471
21.4	Fallas comunes en el hardware	473
21.5	Sistemas de microprocesadores	474
21.6	Emulación y simulación	479
21.7	Sistemas PLC	480
	Problemas	482
<b>22. Diseño y mecatrónica</b>		
22.1	Diseño	483
22.2	Posibles soluciones de diseño	485
22.3	Estudios de casos de sistemas mecatrónicos	493
	Problemas y trabajos	507
<b>Apéndice: la transformada de Laplace</b>		
A.1	La transformada de Laplace	509
A.2	Escalones y pulsos unitarios	510
A.3	Transformada de Laplace de funciones estándar	512
A.4	Transformada inversa	516
	<b>Información adicional</b>	519
	<b>Respuestas</b>	523
	<b>Índice</b>	537



# 1 Mecatrónica

## 1.1 ¿Qué es la mecatrónica?

Considere una cámara fotográfica con enfoque y exposición automáticos. Para tomar una fotografía basta con apuntar hacia el objeto y oprimir un botón. La cámara ajusta el foco y el tiempo de exposición de manera automática, de forma que el objeto queda debidamente enfocado y con el tiempo de exposición correcto. Considere el caso de la suspensión "inteligente" de un camión. Este tipo de suspensión se ajusta para mantener la plataforma nivelada en caso de cargas distribuidas de manera desigual; también se ajusta cuando el camión toma curvas cerradas y cuando va por superficies ásperas, etc., para mantener un trayecto suave. Y ahora veamos el caso de una línea de producción automatizada. En ella se llevan a cabo diversos procesos de producción, todos de manera automática, y en la forma y secuencia correctas. La cámara automática, la suspensión del camión y la línea de producción automática son ejemplos de la fusión de los sistemas de control electrónico y la ingeniería mecánica.

En este tipo de sistemas por lo general se emplean microprocesadores para el control y sensores eléctricos que obtienen información de las entradas y salidas mecánicas, que a través de los actuadores llegan a los sistemas mecánicos. El término *mecatrónica* es usado para describir la integración de sistemas de control basados en microprocesadores, sistemas eléctricos y sistemas mecánicos. Un sistema mecatrónico no es simplemente la unión de sistemas eléctricos y mecánicos, y es más que un simple sistema de control: es una integración completa de todo lo anterior.

Actualmente, en el diseño de autos, robots, máquinas-herramienta, lavadoras, cámaras y muchos otros dispositivos, se adopta cada vez con mayor frecuencia este enfoque integrado e interdisciplinario para el diseño en ingeniería. A fin de poder diseñar sistemas que sean de menor costo, más confiables y flexibles es necesario lograr desde las primeras etapas del proceso de diseño la fusión a través de las fronteras tradicionales de las ingenierías mecánica, eléctrica, electrónica y de control. La mecatrónica adopta un enfoque concurrente o participativo entre estas disciplinas en lugar del enfoque secuencial tradicional del desarrollo, por ejemplo, del sistema mecánico, luego el diseño de la parte eléctrica y después la parte del microprocesador.

En la mecatrónica se conjuntan áreas tecnológicas relacionadas con sensores y sistemas de medición, sistemas de mando y de accionamiento, análisis del comportamiento de los sistemas, sistemas de control y sistemas de microprocesadores. Lo anterior podría resumir el contenido de este libro. Este capítulo es una introducción al tema y en él se presentan diversos conceptos básicos que servirán como marco de referencia para los capítulos restantes donde se presentarán los detalles respectivos.

## 1.2 Sistemas

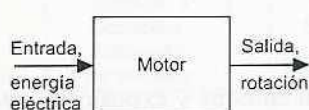


Figura 1.1 Ejemplo de un sistema

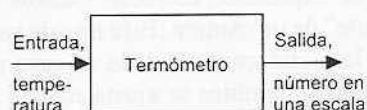


Figura 1.2 Ejemplo de un sistema de medición

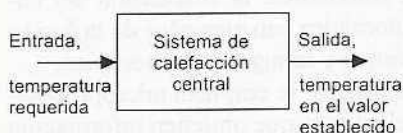


Figura 1.3 Ejemplo de un sistema de control

La mecatrónica trabaja con lo que se conoce como sistemas. Un *sistema* puede concebirse como una caja con una entrada y una salida y de la cual no nos interesa su contenido, sino la relación que existe entre la salida y la entrada. Por ejemplo, un motor se podría considerar como un sistema cuya entrada es la alimentación de energía eléctrica y la salida es la rotación de un eje. En la figura 1.1 se muestra la representación de un sistema de este tipo.

Un *sistema de medición* se podría considerar como una caja negra que se utiliza para medir. Su entrada es la magnitud que se desea medir y su salida es el valor correspondiente a dicha magnitud. En el caso de un sistema de medición de temperatura, como, un termómetro, la entrada es la temperatura y la salida es un número que aparece en una escala. En la figura 1.2 se muestra la representación del sistema anterior.

Un *sistema de control* puede considerarse como una caja negra que sirve para controlar la salida de un valor o secuencia de valores determinados. Por ejemplo, la entrada de un sistema de control de calefacción central doméstica correspondería al valor de la temperatura que se desea tener en el interior de una casa; su salida sería mantener la casa a esa temperatura; es decir, se fija en el termostato o en el controlador el valor de la temperatura deseada y el horno de calefacción se ajusta de modo que el agua bombeada a través de los radiadores produzca la temperatura deseada en la casa. La figura 1.3 es una representación de este sistema.

## 1.3 Sistemas de medición

En general, puede decirse que los sistemas de medición están formados por tres elementos (como se muestra en la figura 1.4):

1. Un *sensor*, el cual responde a la cantidad que se mide, dando como salida una señal relacionada con dicha cantidad. Un termopar es un ejemplo de sensor de temperatura. Su entrada es una temperatura y su salida es una f.e.m. (fuerza electromotriz), la cual se relaciona con el valor de la temperatura respectiva.

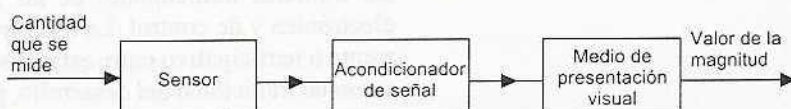


Figura 1.4 Un sistema de medición y los elementos que lo forman



2. Un *acondicionador de señal*, el cual toma la señal del sensor y la manipula para convertirla a una forma adecuada para su presentación visual o, como en el caso de un sistema de control, para que ejerza una acción de control. Por ejemplo, la salida que produce un termopar es una f.e.m. tan pequeña, que debe alimentarse a través de un amplificador para obtener una señal mayor. El amplificador es el acondicionador de la señal.
3. Un *sistema de presentación visual* (pantalla o display), es donde se despliega la salida producida por el acondicionador de señal. Por ejemplo, una aguja que se mueve a través de una escala, o bien una lectura digital.

Considere el ejemplo de un termómetro digital. En la entrada hay un sensor de temperatura, tal vez un diodo semiconductor. La diferencia de potencial en el sensor, a corriente constante, representa una medida de la temperatura. Mediante un amplificador operacional, se amplifica la diferencia de potencial y se obtiene un voltaje con el cual se puede operar directamente una pantalla. Tanto el sensor como el amplificador operacional pueden estar instalados en el mismo *chip* de silicio.

En el capítulo 2 se presenta el tema de los sensores y en el capítulo 3 el de los acondicionadores de señal. En el capítulo 4 se abordan los sistemas de medición tomando en cuenta todos sus elementos. Para mayor información sobre los sistemas de medición, se sugiere al lector consultar textos más especializados sobre éste tema; por ejemplo, *Instrumentation Reference Book*, publicado por B.E. Noltingk (Butterworth-Heinemann, 1995), *Measurement and Instrumentation Systems*, por W. Bolton (Newnes, 1996) o *Newnes Instrumentation and Measurement*, por W. Bolton (Newnes, 1991, 1996).

## 1.4 Sistemas de control

A menos que esté enfermo, la temperatura del cuerpo humano es casi constante, independientemente de que se encuentre en un ambiente frío o caliente. Para poder mantener este valor de temperatura constante, el cuerpo cuenta con un sistema de control de temperatura. Si la temperatura del cuerpo empieza a rebasar el valor normal, suda; si disminuye, tiene escalofríos. Ambos mecanismos sirven para restaurar la temperatura a su valor normal. El sistema de control mantiene constante la temperatura. Este sistema recibe una entrada enviada por sensores que le dicen cuál es la temperatura y compara estos datos con el valor que debe tener; a continuación produce la respuesta adecuada a fin de lograr la temperatura requerida. El anterior es un ejemplo de *control por retroalimentación*; las señales de salida regresan como entrada para modificar la reacción del cuerpo a fin de restaurar la temperatura a su valor 'normal'. En un *control por retroalimentación*, el sistema de control compara la salida real retroalimentada con el valor que se requiere y ajusta su salida de acuerdo con el resultado. En la figura 1.5 se ilustra este sistema de control por retroalimentación.

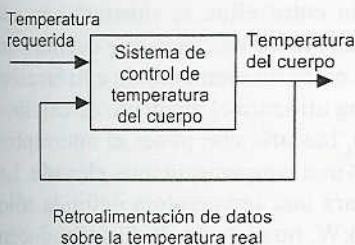


Figura 1.5 Control por retroalimentación de temperatura





**Figura 1.6** Control por retroalimentación de la temperatura ambiente



**Figura 1.7** Control por retroalimentación para tomar un lápiz.

Una manera de controlar la temperatura de una casa con calefacción central sería que una persona con un termómetro estuviera cerca del interruptor de apagado/encendido del horno de calefacción y encendiera o apagara el interruptor, dependiendo del resultado de la lectura del termómetro. La anterior es una forma burda de control por retroalimentación, con un ser humano como elemento de control. El término retroalimentación se usa porque las señales se retroalimentan desde la salida para modificar la entrada. El sistema de control por retroalimentación más común tiene un termostato o controlador, el cual automáticamente enciende o apaga el horno, según la diferencia entre la temperatura predeterminada y la temperatura real (figura 1.6). Este sistema de control permite mantener una temperatura constante.

Si alguien desea tomar un lápiz que esté sobre una banca, debe recurrir a un sistema de control para garantizar que la mano llegue hasta el lápiz y lo tome. Para ello, la persona observa la posición de su mano en relación con el lápiz, hace los ajustes necesarios de posición al moverla hacia el lápiz. Se tiene una retroalimentación de información relativa a la posición real de la mano, para poder modificar sus reacciones y lograr los movimientos y posición de la mano requeridos (figura 1.7). Mediante este sistema de control se regula la posición y el movimiento de la mano.

Los sistemas de control por retroalimentación están presentes en todas partes, no sólo en la naturaleza y el hogar, sino también en la industria. Son muchos los procesos y máquinas industriales que requieren control, ya sea humano o automático. Por ejemplo, existen procesos en donde la temperatura, el nivel de un líquido, el flujo de fluidos, la presión, etcétera, se mantienen constantes. Hay procesos químicos en los que es necesario mantener el líquido de un tanque a un nivel o temperatura determinados. Existen sistemas de control en los que es necesario colocar en cierta posición una parte móvil, de manera precisa y constante, o bien mantener una velocidad constante. Sería el caso, de un motor diseñado para funcionar a velocidad constante; o de una operación de maquinado, en la cual la posición, velocidad y operación de una herramienta se controlan de manera automática.

#### 1.4.1 Sistemas en lazo cerrado y lazo abierto

Existen dos tipos básicos de sistema de control: el de *lazo abierto* y el de *lazo cerrado*. La diferencia entre ellos se ilustrará con un ejemplo sencillo. Considere un calentador eléctrico que cuenta con un interruptor que permite elegir entre un elemento de calefacción de 1 kW o de 2 kW. Si una persona utilizara el elemento de calefacción para calentar una habitación, bastaría con poner el interruptor en la posición de 1 kW si no desea una temperatura muy elevada. La habitación se calentará y alcanzará una temperatura definida sólo por la elección del elemento de 1 kW, no el de 2 kW. Si se producen cambios en las condiciones, quizás si alguien abre una ventana, no hay forma de ajustar el calor para compensar el frío. Éste es un ejemplo de control en lazo abierto, ya que no se retroalimenta la in-



formación al elemento para ajustarlo y mantenerlos a una temperatura constante. El sistema de calefacción y su elemento calefactor se pueden convertir en un sistema de ciclo cerrado si la persona que tiene el termómetro enciende y apaga los elementos de 1 kW y 2 kW, dependiendo de la diferencia entre la temperatura real y la temperatura deseada para mantener constante la temperatura de la habitación. En este caso existe una retroalimentación, la entrada del sistema se ajusta según si su salida corresponde a la temperatura requerida. Esto significa que la entrada del interruptor depende de la desviación de la temperatura real respecto a la temperatura deseada; la diferencia entre ambas se obtiene mediante un elemento de comparación, que en este caso es la persona. En la figura 1.8 se ilustran ambos sistemas.

Para ilustrar aún más las diferencias entre los sistemas en lazo abierto y cerrado, considere un motor. Con un sistema en lazo abierto, la velocidad de rotación del eje está determinada sólo por el ajuste inicial de una perilla que afecta el voltaje aplicado al motor. Cualquier cambio en el voltaje de la alimentación, o en las características del motor como consecuencia de cambios en la temperatura, o bien en la carga del eje, cambiará su velocidad, pero sin compensar dicho cambio. No existe retroalimentación. En el caso de un sistema en lazo cerrado, el ajuste inicial de la perilla de control corresponde a cierta velocidad del eje, que se mantendrá constante mediante la retroalimentación, independientemente de los cambios en el voltaje de alimentación, las características del motor o la carga. En un sistema en lazo abierto, la salida del sistema no tiene efecto en la señal de entrada. En un sistema de control en lazo cerrado, la salida sí tiene efecto en la señal de entrada, modificándola para mantener la señal de salida en el valor requerido.

Los sistemas en lazo abierto tienen la ventaja de ser relativamente sencillos, por lo que su costo es bajo y en general su confiabilidad es buena. Sin embargo, con frecuencia son imprecisos ya que no hay corrección de errores. Los sistemas en lazo cerrado tienen la ventaja de ser bastante precisos para igualar el valor real y el deseado. Pero son más complejos y, por lo tanto, más costosos y con mayor proba-

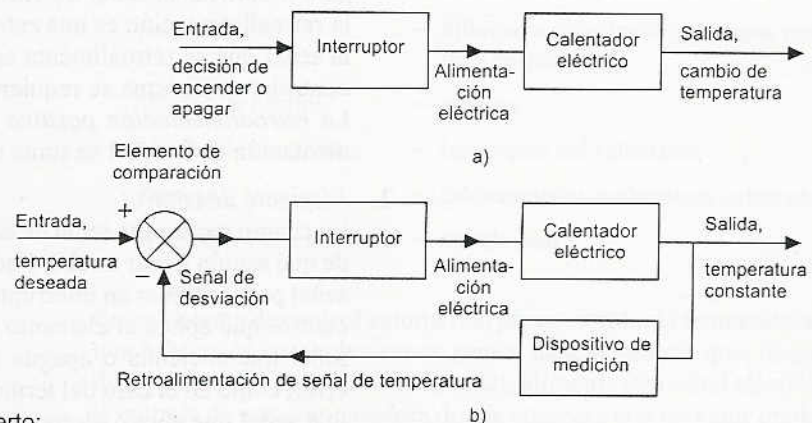


Figura 1.8 Calefacción de una habitación: a) sistema en lazo abierto; b) sistema en lazo cerrado



**Figura 1.9** Elementos de un sistema de control en lazo cerrado

bilidad de descomposturas debido a la mayor cantidad de componentes.

#### 1.4.2 Elementos básicos de un sistema en lazo cerrado

En la figura 1.9 se muestra la configuración general de un sistema básico en lazo cerrado. Consta de los siguientes elementos:

##### 1. *Elemento de comparación*

Compara el valor deseado o de referencia de la condición variable que se controla con el valor medido de lo que se produce y genera una señal de error. Se le puede considerar como un sumador que añade la señal de referencia, positiva, a la señal del valor medido, que en este caso es negativa:

$$\text{Señal de error} = \text{señal del valor de referencia} - \text{señal del valor medido}$$

En general, el símbolo utilizado para representar un elemento en el que se suman las señales es un círculo dividido; cada entrada va a un segmento. Como todas las entradas se suman, la entrada de la retroalimentación se indica como negativa y la señal de referencia como positiva, de manera que la suma da la diferencia entre las señales. Un *ciclo cerrado* es el medio por el cual una señal relacionada con la condición real producida se retroalimenta para modificar la señal de entrada de un proceso. Se dice que la retroalimentación es una *retroalimentación negativa* cuando la señal que se retroalimenta se resta al valor de entrada. Para controlar un sistema se requiere la retroalimentación negativa. La *retroalimentación positiva* se presenta cuando la retroalimentación de la señal se suma a la señal de entrada.

##### 2. *Elemento de control*

En cuanto recibe una señal de error, el elemento de control decide qué acción llevar a cabo. Podría tratarse, por ejemplo, de una señal para accionar un interruptor o abrir una válvula. El plan de control que aplica el elemento podría consistir en entregar una señal que encienda o apague un dispositivo al producirse un error, como en el caso del termostato de una habitación; o quizá una señal que abra o cierre proporcionalmente una válvula, de acuerdo con la magnitud del error. Las acciones de control pue-



den ser *sistemas alambrados*, en cuyo caso la acción de control se define de manera permanente por la conexión entre los elementos; o bien, pueden ser *sistemas programables*, donde el algoritmo de control se almacena en una unidad de memoria y se puede modificar con una reprogramación. En el capítulo 11 se estudian los controladores.

### 3. *Elemento de corrección*

El elemento de corrección produce un cambio en el proceso a fin de corregir o modificar la condición controlada. Puede ser un interruptor que enciende un calentador para aumentar la temperatura de un proceso, o una válvula que al abrirse permite la entrada de un mayor volumen de líquido al proceso. El término *actuador* designa al elemento de una unidad de corrección que proporciona la energía para realizar la acción de control. Los elementos de corrección se tratan en los capítulos 5 y 6.

### 4. *Elemento de proceso*

El proceso es aquello que se está controlando. Puede tratarse de la habitación de una casa cuya temperatura se controla, o bien de un tanque con agua cuyo nivel se controla.

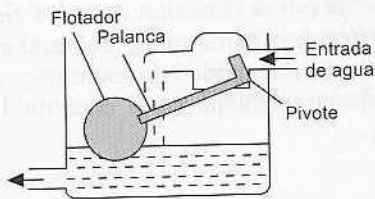
### 5. *Elemento de medición*

El elemento de medición produce una señal relacionada con el estado de la variable del proceso que se controla. Podría tratarse de un interruptor que se enciende cuando se alcanza determinada posición, o bien de un termopar que produce una f.e.m. relacionada con la temperatura.

En el caso del sistema en lazo cerrado de la figura 1.8, para una persona que controla la temperatura de una habitación, los elementos del sistema son:

Variable controlada	— temperatura de la habitación
Valor de referencia	— temperatura deseada de la habitación
Elemento de comparación	— persona que compara el valor medido y el valor de temperatura deseado
Señal de error	— diferencia entre las temperaturas medida y deseada
Unidad de control	— persona
Unidad de corrección	— interruptor del calentador
Proceso	— calentamiento mediante un calentador
Dispositivo de medición	— termómetro

En un sistema de control automático para controlar la temperatura de una habitación se puede usar un sensor de temperatura que, después de acondicionar debidamente la señal, alimenta una señal eléctrica a la entrada de una computadora donde compara con un valor predefinido y se genera una señal de error. La computadora toma en cuenta



**Figura 1.10** Control automático del nivel del agua

lo anterior y a su salida produce una señal; después de acondicionarla, la señal se puede usar para controlar un calentador y, por ende, la temperatura de la habitación. Es fácil programar un sistema como este para obtener temperaturas diferentes a diversas horas del día.

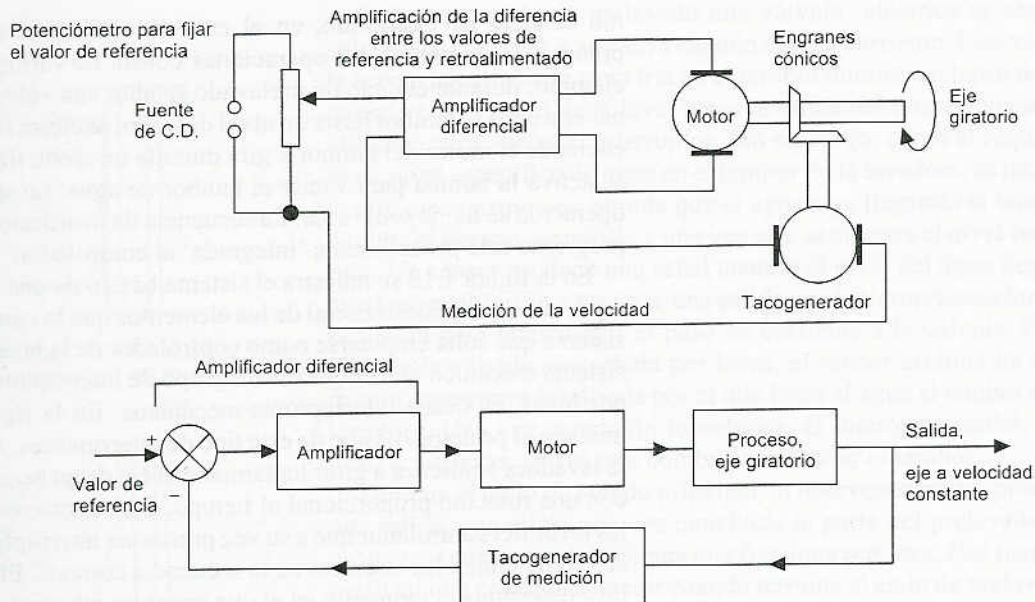
En la figura 1.10 se muestra un ejemplo de un sistema de control sencillo que sirve para mantener constante el nivel del agua en un tanque. El valor de referencia es el ajuste inicial del brazo de la palanca, de manera que interrumpa el suministro de agua justo en el nivel deseado. Al salir el agua del tanque, el flotador se desplaza hacia abajo, junto con el nivel del agua. Esto provoca el giro de la palanca, y permite la entrada de agua. El flujo continúa hasta que el flotador sube al punto en que la palanca impide la entrada de más agua. Se trata de un sistema en lazo cerrado cuyos elementos son:

Variable controlada	— nivel del agua en el tanque
Valor de referencia	— ajuste inicial del flotador y posición de la palanca
Elemento de comparación	— la palanca
Señal de error	— diferencia entre el valor real y la posición inicial de la palanca
Unidad de control	— palanca con pivote
Unidad de corrección	— tapadera con la que abre o cierra el paso del agua
Proceso	— nivel del agua en el tanque
Dispositivo de medición	— flotador y palanca

Éste es un ejemplo de un sistema de control en lazo cerrado con sólo elementos mecánicos. También habría sido posible controlar el nivel del líquido con un sistema de control electrónico. En este caso, se tendría un sensor de nivel para producir una señal eléctrica que serviría, después de un acondicionamiento adecuado, como entrada a una computadora donde se compara con la señal correspondiente al valor predeterminado; la diferencia sería la señal de error, la cual se utiliza para dar la respuesta de la salida de la computadora. Ésta, después de acondicionarla, se usa para controlar el movimiento de un actuador en la válvula de control de flujo y determinar la cantidad de agua que se deja entrar al tanque.

En la figura 1.11 se muestra un sistema de control automático sencillo para la velocidad de rotación de un eje. Mediante un potenciómetro se fija el valor de referencia, es decir, el voltaje que se alimenta al amplificador diferencial y que sirve como valor de referencia de la velocidad de rotación deseada. El amplificador diferencial se usa para comparar y amplificar los valores de referencia y de retroalimentación, es decir, amplifica la señal de error. Ésta señal amplificada se envía a un motor, que a su vez ajusta la velocidad del eje giratorio.





**Figura 1.11** Control de la velocidad del eje

La velocidad del eje giratorio se mide utilizando un tacogenerador, conectado al eje giratorio mediante un par de engranes cónicos. La señal del tacogenerador se retroalimenta al amplificador diferencial.

### 1.4.3 Controladores secuenciales

Existen diversas situaciones en las que el control se ejerce mediante elementos que se encienden o apagan a tiempos o valores fijos para controlar los procesos y producir una secuencia escalonada de operaciones. Por ejemplo, una vez concluido el paso 1, se inicia el paso 2; cuando éste concluye, se inicia el paso 3, y así sucesivamente.

El término *control secuencial* se usa cuando las acciones de control están ordenadas estrictamente de acuerdo con una secuencia definida por el tiempo o por los eventos. Un control como el anterior se obtiene mediante un circuito eléctrico que cuenta con grupos de relevadores o de interruptores operados por levas, los cuales se conectan de manera que se produzca la secuencia deseada. En la actualidad es probable que este tipo de circuitos se reemplacen por un sistema controlado por un microprocesador y con una secuencia controlada por un programa de software.

Como ejemplo de control secuencial considere las lavadoras de ropa. Éstas llevan a cabo diversas operaciones en la secuencia correcta. Entre ellas está un ciclo de prelavado, cuando las prendas que se encuentran dentro del tambor se prelavan con agua fría; a continuación se realiza el ciclo de lavado principal con agua caliente; sigue un ciclo de enjuague que emplea varias veces agua fría; por últi-

mo el ciclo de exprimido, en el cual se elimina el agua de las prendas. Cada una de las operaciones consta de varios pasos. Por ejemplo, durante el ciclo de prelavado se abre una válvula para llenar con agua el tambor hasta un nivel deseado, se cierra la válvula, se enciende el motor del tambor y gira durante un cierto tiempo, luego se activa la bomba para vaciar el tambor de agua. La secuencia de operación se llama *programa*. La secuencia de instrucciones de cada programa está predefinida e 'integrada' al controlador.

En la figura 1.12 se muestra el sistema básico de una lavadora de ropa, que da una idea general de los elementos que lo constituyen. El sistema que solía emplearse como controlador de la lavadora era un sistema mecánico que empleaba un grupo de interruptores operados por levas, es decir, interruptores mecánicos. En la figura 1.13 se muestra el principio básico de este tipo de interruptores. Al encender la lavadora comienza a girar lentamente el eje de un pequeño motor, con una rotación proporcional al tiempo. Dicha rotación hace girar las levas del controlador que a su vez presionan interruptores eléctricos y encienden los circuitos en la secuencia correcta. El perfil de la leva determina el momento en el que opera un interruptor. Es decir, los perfiles de las levas son los medios a través de los cuales se especifica y guarda el programa en la lavadora. La secuencia de instrucciones y las instrucciones utilizadas en un programa de lavado en particular están definidas por el grupo de levas elegido. En las lavadoras modernas, el controlador es un microprocesador y el programa no se obtiene con la posición mecánica de las levas, sino mediante un programa de software.

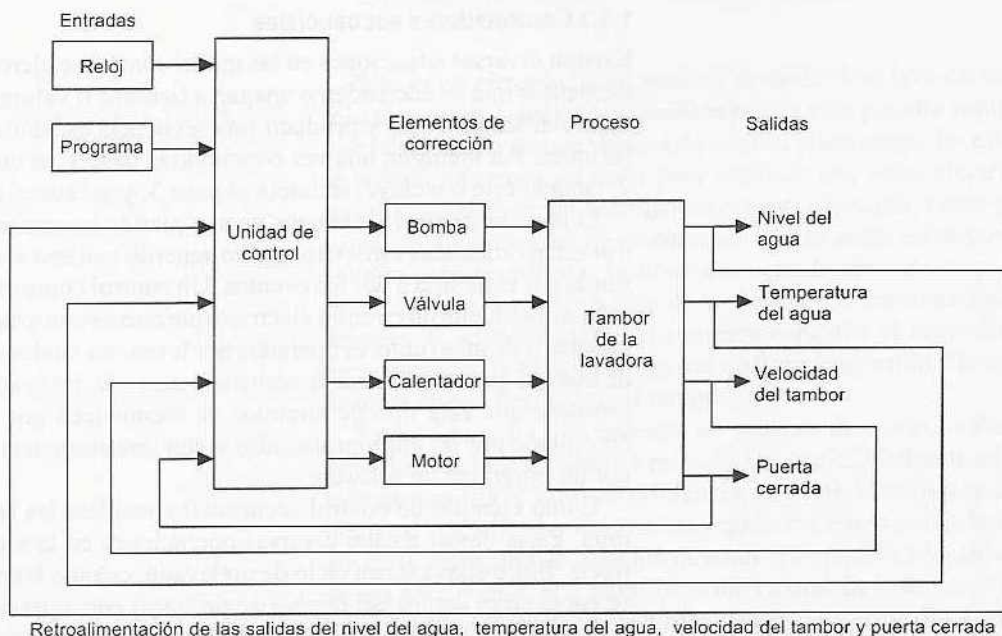
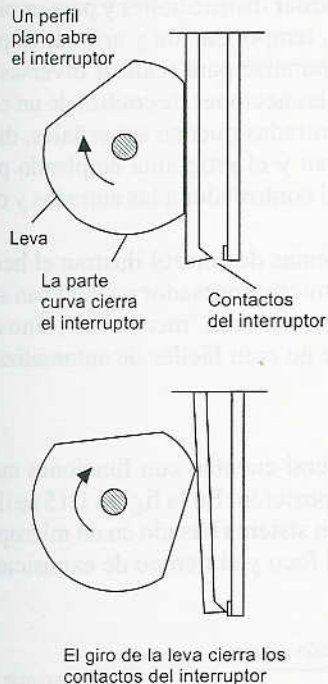


Figura 1.12 Sistema de una lavadora





**Figura 1.13** Interruptor operado por levas

Durante el ciclo de prelavado una válvula eléctrica se abre al aplicar una corriente y se cierra cuando cesa la corriente. Esta válvula acepta la entrada de agua fría en el tambor durante un lapso determinado por el perfil de la leva, o por la salida del microprocesador utilizado para operar el interruptor. Sin embargo, como el requisito es un nivel específico de agua en el tambor de la lavadora, se necesita otro mecanismo que impida que el agua siga llegando al tambor, durante el tiempo permitido y una vez que se alcanza el nivel requerido. Un sensor produce una señal cuando el nivel del agua llega al nivel preestablecido y produce una salida en el microprocesador que se utiliza para interrumpir el paso de corriente a la válvula. En el caso de la válvula controlada por levas, el sensor acciona un interruptor, que cierra la válvula por la que llega el agua al tambor de la lavadora. Una vez concluido lo anterior, el microprocesador, o el giro de las levas, activa una bomba para vaciar el tambor.

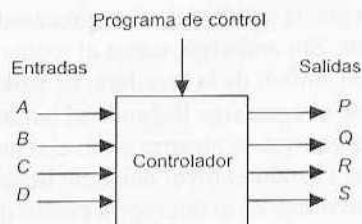
Durante el ciclo de lavado principal, el microprocesador produce una salida, que inicia una vez concluida la parte del prelavado del programa; en el caso del sistema que funciona por leva, ésta tiene un perfil tal que empieza a operar cuando termina el ciclo de prelavado. Activa una corriente en un circuito para abrir una válvula que deja entrar agua fría en el tambor. Se detecta este nivel y se interrumpe el paso del agua al alcanzar el nivel requerido. A continuación, el microprocesador o las levas proporcionan una corriente que sirve para activar un interruptor que suministra una corriente mayor a un calentador eléctrico para calentar el agua. Un sensor de temperatura interrumpe la corriente una vez que la temperatura del agua llega al valor predefinido. El microprocesador o las levas, encienden el motor del tambor y se inicia la rotación. Esto continúa durante el tiempo determinado por el microprocesador o por el perfil de la leva, y después se apaga el motor. A continuación, el microprocesador o una leva, alimentan una corriente en una bomba de descarga para vaciar el agua del tambor.

La parte del enjuague de esta operación es una secuencia de señales para abrir válvulas que permiten la entrada de agua fría en la lavadora, interrumpen esta entrada, activan el motor para que gire el tambor, activan una bomba para vaciar el agua del tambor y repiten esta secuencia varias veces.

La parte final de la operación es cuando el microprocesador, o una leva, activa el motor a una velocidad mayor que en el caso del enjuague, para exprimir las prendas.

## 1.5 Controladores basados en un microprocesador

Actualmente, los microprocesadores reemplazan rápidamente a los controladores operados por leva y se utilizan en general para realizar funciones de control. Ofrecen la ventaja de que mediante su uso es factible emplear una gran variedad de programas. Muchos sistemas sencillos cuentan sólo con un microcontrolador integrado, el cual es un microprocesador con memoria y todo integrado en un *chip* específicamente programado para llevar a cabo la tarea en cuestión. Una opción más adaptable es el *controlador lógico programable*. Se trata



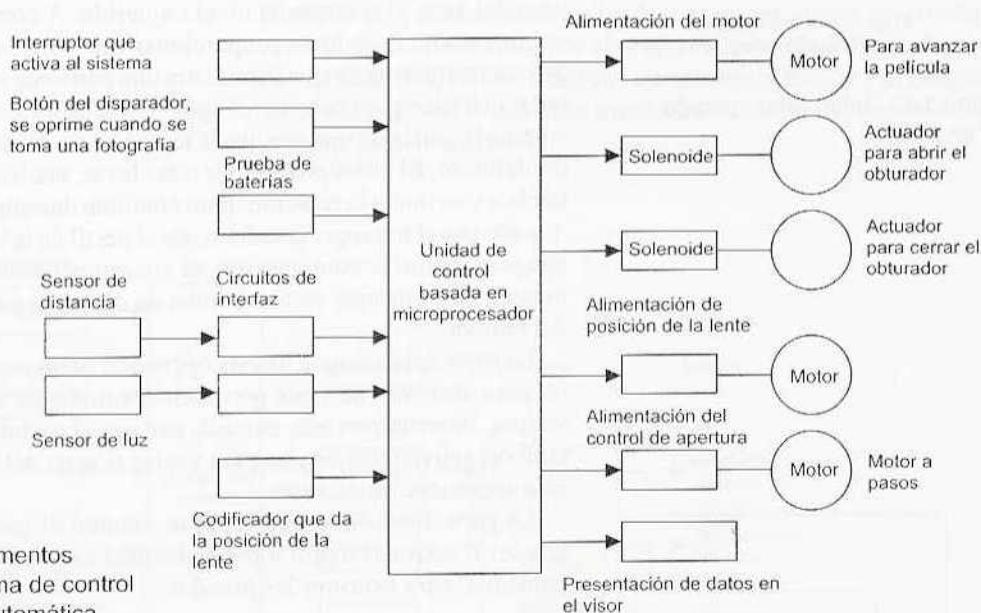
**Figura 1.14** Controlador lógico programable (PLC)

de un controlador basado en un microprocesador en el que se utiliza una memoria programable para guardar instrucciones y para implantar funciones de lógica, secuencia, temporización y aritmética para controlar eventos, y puede reprogramarse para realizar diversas tareas. En la figura 1.14 se muestran las acciones de control de un controlador lógico programable; las entradas pueden ser señales, digamos, de interruptores que se cierran y el programa empleado para determinar cómo debe responder el controlador a las entradas y cuál es la salida que ha de producir.

Los siguientes ejemplos de sistemas de control ilustran el hecho de que los sistemas basados en un microprocesador no sólo han sido capaces de llevar a cabo tareas que antes eran 'mecánicas', sino que también pueden realizar tareas que no eran fáciles de automatizar.

### 1.5.1 Cámara automática

Las cámaras modernas por lo general cuentan con funciones automáticas de enfoque y tiempo de exposición. En la figura 1.15 se ilustran las características básicas de un sistema basado en un microprocesador que sirve para controlar el foco y el tiempo de exposición.



**Figura 1.15** Elementos básicos del sistema de control de una cámara automática

Cuando se opera el interruptor para activar el sistema y la cámara apunta al objeto que se va a fotografiar, el microprocesador toma la entrada producida por el sensor de distancia y envía una salida al controlador de posición de la lente a fin de desplazarla hasta lograr el enfoque necesario. La posición de la lente se retroalimenta al microprocesador, de manera que la señal de retroalimentación se utiliza para modificar la posición de la lente de acuerdo con la entrada reci-



bida del sensor de distancia. El sensor de luz entrega una entrada al microprocesador que, a su vez, produce una salida para determinar, en caso de que el fotógrafo haya seleccionado el modo de control por obturador en vez del modo de control por apertura, el tiempo que el obturador permanecerá abierto. Una vez tomada la fotografía, el microprocesador entrega su salida a un controlador de motor para avanzar la película y la cámara quede lista para la siguiente toma.

El programa del microprocesador consta de varios pasos donde el microprocesador toma decisiones sencillas de la forma: existe o no una señal de entrada en una línea de entrada determinada; existe o no una señal de salida en una línea de salida determinada. Las decisiones tomadas son decisiones lógicas, y las señales de entrada y salida tienen valores altos o bajos para producir los estados encendido-apagado. Algunos de los pasos del programa utilizado para la cámara automática tendrían la siguiente forma:

#### inicio

- si la verificación de la batería da un resultado afirmativo
- entonces continuar
- de lo contrario, detenerse

#### ciclo

- leer la entrada del sensor de distancia
- calcular el movimiento de la lente
- señal de salida alimentada al control de posición de la lente
- datos de entrada producidos por el codificador de posición de la lente
- comparar la salida calculada con la salida real
- interrumpir la salida en cuanto la lente esté en posición correcta
- enviar una señal 'en foco' al visor
- etcétera

### 1.5.2 Sistema de mando de un motor

El sistema de mando del motor de un automóvil tiene a su cargo el control de las necesidades de encendido y abastecimiento de combustible de dicho motor. En el caso de una máquina de combustión interna de cuatro tiempos hay varios cilindros, cada uno tiene un pistón conectado a un eje de cigüeñal común y cada uno lleva a cabo una secuencia de operaciones de cuatro pasos (figura 1.16).

Cuando el pistón desciende, se abre una válvula y entra al cilindro la mezcla de aire y combustible. Cuando el pistón sube, la válvula se cierra y se comprime la mezcla de aire-combustible. Cuando el pistón está cerca de la parte superior del cilindro, una bujía enciende la mezcla y se produce la expansión de los gases calientes. Esta expansión da lugar a que el pistón baje otra vez y el ciclo se repita. Los pistones de cada cilindro están unidos a un eje de cigüeñal común y sus tiempos de trabajo son distintos, de manera que siempre hay energía para hacer girar el eje del cigüeñal.

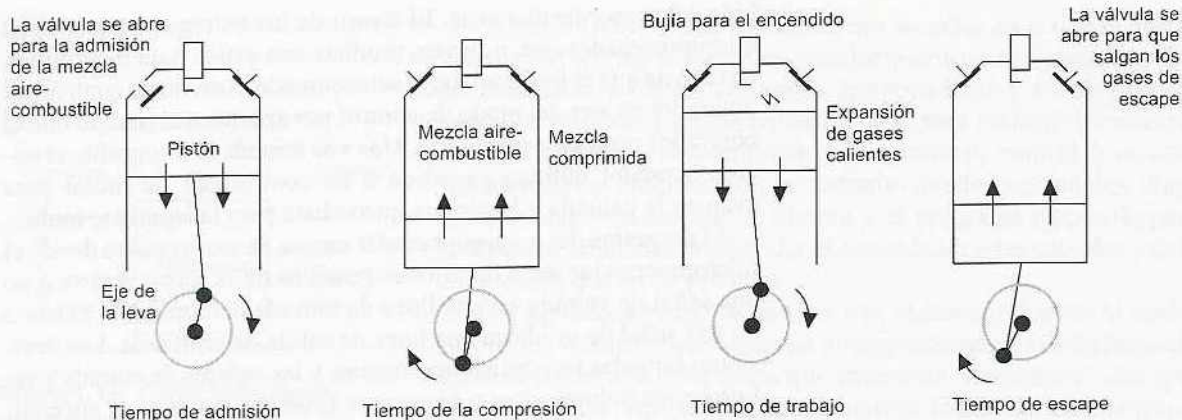


Figura 1.16 Secuencia de cuatro tiempos

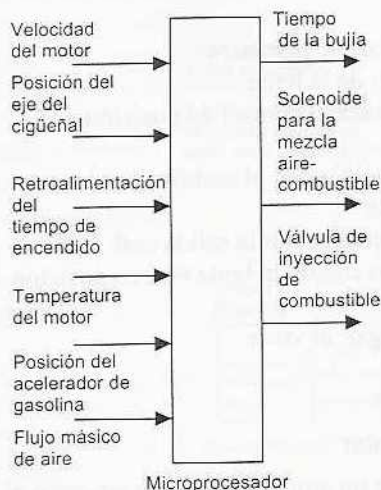


Figura 1.17 Elementos de un sistema de mando de un motor

La potencia y la velocidad del motor se controlan mediante la variación del tiempo del encendido y de la mezcla aire-combustible. En los motores de los autos modernos esto lo hace un microprocesador. En la figura 1.17 se muestran los elementos básicos del sistema de control de microprocesador. Durante el tiempo de encendido, el eje del cigüeñal acciona un distribuidor que hace contactos eléctricos por cada bujía, por turno y en una rueda de temporización. Ésta genera impulsos que indican la posición del eje del cigüeñal. Después, el microprocesador ajusta el tiempo en el que los impulsos de alto voltaje se envían al distribuidor para que se produzcan en los momentos 'correctos'. Para controlar la cantidad de la mezcla de aire-combustible que entra a un cilindro durante los tiempos de admisión, el microprocesador varía el tiempo de la activación de un solenoide para que abra la válvula de admisión con base en las entradas recibidas de la temperatura del motor y la posición del acelerador de gasolina. La cantidad de combustible que se debe inyectar a la corriente de aire se determina por la entrada de un sensor que mide el gasto másico del flujo de aire, o bien se calcula a partir de otras mediciones; a continuación, el microprocesador produce una salida que controla una válvula de inyección de combustible.

La anterior es una ilustración muy simplificada del mando de un motor; para mayores detalles se recomienda al lector consultar textos como *Automobile Electrical and Electronic Systems* de T. Denton (Arnold, 1995), o bien hojas de especificaciones de los fabricantes.

## 1.6 Enfoque de la mecatrónica

La lavadora de ropa mencionada en este capítulo, que usa interruptores operados por levas para el control del ciclo de lavado ya es obsoleta. Estos interruptores mecánicos se han reemplazado por microprocesadores. Puede considerarse que un microprocesador es en esencia un conjunto de compuertas lógicas y elementos de memoria que no están instalados como componentes independientes, sino que



sus funciones lógicas se implantan mediante software. Se puede considerar a la lavadora controlada mediante microprocesador como un ejemplo del enfoque adoptado por la mecatrónica, ya que un sistema mecánico se ha integrado a controles electrónicos. De esta manera, un voluminoso sistema mecánico se reemplaza por un sistema de microprocesador mucho más compacto, fácil de ajustar para producir una mayor variedad de programas.

### 1.6.1 En conclusión

En la mecatrónica se conjuntan diversas tecnologías; ingenierías mecánica, electrónica, eléctrica, de cómputo y de control. Podría decirse que es un conjunto de técnicas de control digital basadas en computadoras, a través de interfaces electrónicas y eléctricas, aplicadas a problemas de ingeniería mecánica. La mecatrónica ofrece la oportunidad de ver los problemas desde una perspectiva diferente, donde los ingenieros mecánicos no se limitan a considerar un problema sólo en términos de principios mecánicos, sino también en función de una gama de tecnologías. La electrónica y demás tecnologías no deben considerarse como partes agregadas al equipo y elementos mecánicos. Desde la fase del diseño es necesario adoptar un enfoque mecatrónico. Es necesario repensar por completo las necesidades en términos de lo que se espera de cada elemento.

Son muchas las aplicaciones de la mecatrónica en los productos de fabricación en masa que se utilizan en el hogar. Los controladores basados en microprocesadores están presentes en las lavadoras, lavavajillas, hornos de microondas, cámaras, cámaras de video, relojes, sistemas de videgrabación y de sonido de alta fidelidad, controles para calefacción central, máquinas para coser, etcétera. Se les encuentran también en los automóviles, en las suspensiones activas, los frenos antiderrapantes, el control del motor, la carátula del odómetro, la transmisión, etcétera.

Una aplicación de mayor escala de la mecatrónica es el sistema de ingeniería de manufactura flexible (SMF), que incluye máquinas controladas por computadora, robots, sistema de manejo de materiales automático y control de supervisión general.

## Problemas

1. Identifique el sensor, el acondicionador de señal y el display en el caso de: (a) un termómetro de mercurio, (b) un manómetro Bourdón.
2. Explique cuál es la diferencia entre un control en lazo abierto y uno en lazo cerrado.
3. Identifique los elementos que podrían estar presentes en un sistema de control de un calentador eléctrico controlado por un termostato.
4. El sistema de control automático de la temperatura de un baño de líquido consiste en un voltaje de referencia que se alimenta a un amplificador diferencial. Éste se conecta a un relevador, el cual enciende o apaga la alimentación eléctrica de un calentador que se encuentra en el líquido. La retroalimentación negati-

va se obtiene mediante un sistema de medición, que alimenta un voltaje al amplificador diferencial. Dibuje un diagrama de bloques del sistema y explique cómo se produce la señal de error.

5. Explique la función de un controlador lógico programable.
6. Explique qué se entiende por control secuencial y ejemplifique su respuesta.
7. Indique los pasos que deben integrar el control secuencial de una lavavajillas.
8. Compare el diseño tradicional de un reloj con el diseño mecatrónico del mismo producto que incluye un microprocesador.
9. Compare el sistema de control del sistema de calefacción central doméstica cuando se utiliza un termostato bimetalico y cuando se utiliza un microprocesador.



## 2 Sensores y transductores

### 2.1 Sensores y transductores

El término *sensor* se refiere a un elemento que produce una señal relacionada con la cantidad que se está midiendo. Por ejemplo, en el caso de un elemento para medir temperatura mediante resistencia eléctrica, la cantidad que se mide es la temperatura y el sensor transforma una entrada de temperatura en un cambio en la resistencia. Con frecuencia se utiliza el término *transductor* en vez de sensor. Los transductores se definen como el elemento que al someterlo a un cambio físico experimenta un cambio relacionado. Es decir, los sensores son transductores. Sin embargo, en un sistema de medición se pueden utilizar transductores, además de sensores, en otras partes del sistema para convertir señales de una forma dada en otra distinta.

En este capítulo se estudiarán los transductores, en particular los que se utilizan como sensores. Se definirá la terminología utilizada para especificar el funcionamiento de los transductores y se darán ejemplos de transductores de uso común en ingeniería.

### 2.2 Terminología del funcionamiento

Los siguientes términos se emplean para definir el funcionamiento de los transductores y, con frecuencia, el de los sistemas de medición como un todo.

1. **Rango y margen.** El rango de un transductor define los límites entre los cuales puede variar la entrada. El margen es el valor máximo de la entrada menos el valor mínimo. Por ejemplo, una celda de carga utilizada para medir fuerzas, podría tener un rango de 0 a 50 kN y un margen de 50 kN.
2. **Error.** El error es la diferencia entre el resultado de una medición y el valor verdadero de la cantidad que se mide.

$$\text{Error} = \text{valor medido} - \text{valor real}$$

Por ejemplo, si un sistema de medición marca un valor de temperatura de 25 °C, cuando el valor real de la temperatura es 24 °C, el error es +1 °C. Si la temperatura real fuera 26 °C, entonces el error sería -1 °C. El sensor puede producir un cambio en la resistencia de 10.2  $\Omega$ , cuando el cambio verdadero debió ser de 10.5  $\Omega$ . El error es de -0.3  $\Omega$ .

3. *Exactitud.* La exactitud es el grado hasta el cual un valor producido por un sistema de medición podría estar equivocado. Es por lo tanto, igual a la suma de todos los errores posibles más el error en la exactitud de la calibración del transductor. Por ejemplo, si la exactitud de un instrumento para medir temperatura se especifica como un valor de  $\pm 2^{\circ}\text{C}$ , la lectura en el instrumento estará entre  $+2$  y  $-2^{\circ}\text{C}$  del valor real. Es común expresar la exactitud como un porcentaje de la salida a rango total, o como una desviación a escala total. El término desviación a escala total se originó cuando las salidas de los sistemas de medición se presentaban casi siempre en una escala circular o lineal. Por ejemplo, la especificación de exactitud de un sensor sería de  $\pm 5\%$  de la salida a escala total; y si el rango del sensor fuera de  $0$  a  $200^{\circ}\text{C}$ , la lectura sería entre  $+10$  y  $-10^{\circ}\text{C}$  de la lectura real.

4. *Sensibilidad.* La sensibilidad es la relación que indica qué tanta salida se obtiene por unidad de entrada, es decir, salida/entrada. Por ejemplo, un termómetro de resistencia puede tener una sensibilidad de  $0.5\ \Omega/^{\circ}\text{C}$ . Es frecuente que este término también se utilice para indicar la sensibilidad de otras entradas, además de la que se mide, por ejemplo, a cambios ambientales. Entonces, puede haber sensibilidad del transductor a los cambios en la temperatura ambiente, o quizás a las fluctuaciones en el suministro de voltaje de la línea comercial. Puede decirse que un transductor para medir tiene sensibilidad de  $\pm 0.1\% ^{\circ}\text{C}$  de la lectura por  $^{\circ}\text{C}$  de cambio en la temperatura.

5. *Error por histéresis.* Los transductores pueden producir distintas salidas de la misma magnitud que se mide, si dicha magnitud se obtuvo mediante un incremento o una reducción continuos. A este efecto se le conoce como histéresis. La figura 2.1 muestra una salida de este tipo, donde el error por histéresis es la diferencia máxima en la salida obtenida a partir de valores de incremento y de decremento.

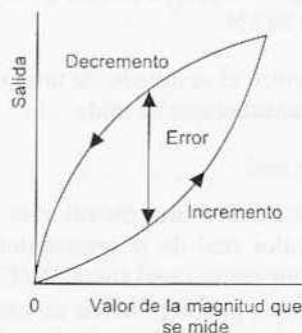
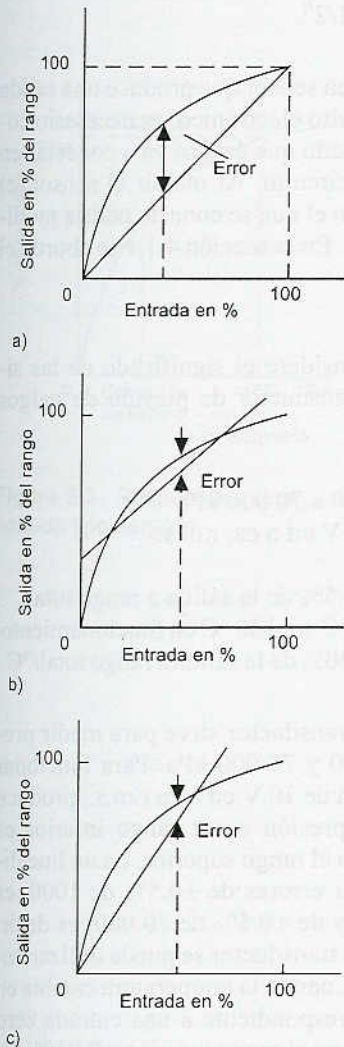


Figura 2.1 Histéresis

6. *Error por no linealidad.* Para muchos transductores se supone que en su rango de funcionamiento la relación entre la entrada y la salida es lineal, es decir, la gráfica de la salida respecto a la entrada produce una línea recta. Sin embargo, son pocos los transductores en los que la relación anterior es realmente una línea recta; por ello, al suponer la existencia de esta linealidad se producen errores. Este error se define como la desviación máxima respecto a la línea recta correspondiente. Para expresar numéricamente el error por no linealidad se utilizan varios métodos. Las diferencias ocurren al determinar la relación de la línea recta que especifica el error. Uno de estos métodos consiste en dibujar la recta que une los valores de la salida con los puntos extremos del rango; otro es determinar la recta con el método de mínimos cuadrados, a fin de calcular qué línea se adapta mejor considerando que todos los valores tienen la misma probabilidad de





**Figura 2.2** Error por no linealidad utilizando: a) valores extremos del rango, b) la mejor línea recta que incluya todos los valores, c) la mejor línea recta que pase por el punto cero

error; otro más es encontrar la línea recta con el método de mínimos cuadrados para determinar el mejor ajuste que también pase por el punto cero. En la figura 2.2 se ilustran los tres métodos y cómo cada uno afecta el respectivo error por no linealidad. En general este error se expresa como un porcentaje de la salida a rango total. Por ejemplo, un transductor para medir presión tendría un error por no linealidad de  $\pm 0.5\%$  del rango total.

7. **Repetibilidad/Reproducibilidad.** Los términos repetibilidad y reproducibilidad se utilizan para describir la capacidad del transductor para producir la misma salida después de aplicar varias veces el mismo valor de entrada. Cuando ya no se logra obtener la misma salida después de aplicar el valor de entrada, el error se expresa como un porcentaje de la salida a rango total.

$$\text{Repetibilidad} = \frac{\text{val. máx.} - \text{val. mínimo obtenidos}}{\text{rango total}} \times 100$$

Se dice que un transductor para medir la velocidad angular tiene una repetibilidad de  $\pm 0.01\%$  del rango total a una velocidad angular determinada.

8. **Estabilidad.** La estabilidad de un transductor es su capacidad para producir la misma salida cuando se emplea para medir una entrada constante en un periodo. Para describir el cambio en la salida que ocurre en ese tiempo, se utiliza el término *deriva*. Ésta se puede expresar como un porcentaje del rango de salida total. El término *deriva del cero* se refiere a los cambios que se producen en la salida cuando la entrada es cero.
9. **Banda/tiempo muerto.** La banda muerta o espacio muerto de un transductor es el rango de valores de entrada durante los cuales no hay salida. Por ejemplo, en la fricción de rodamiento de un medidor de flujo con rotor significaría que no se produce salida hasta que la entrada alcanza cierto umbral de velocidad. El tiempo muerto es el lapso que transcurre desde la aplicación de una entrada hasta que la salida empieza a responder y a cambiar.
10. **Resolución.** Cuando la entrada varía continuamente en todo el rango, las señales de salida de algunos sensores pueden cambiar a pequeños intervalos. Un ejemplo es el potenciómetro con devanado de alambre: la salida aumenta escalonada conforme el deslizador del potenciómetro pasa de una vuelta del devanado a otra. La resolución es el cambio mínimo del valor de la entrada capaz de producir un cambio observable en la salida. Por ejemplo, la resolución de un potenciómetro con devanado de alambre podría ser  $0.5^\circ$ , o quizás un porcentaje de la desviación a escala total. Para sensores con salida digital, el cambio mínimo de la



señal de salida sería de 1 bit. Por lo tanto, un sensor que produzca una palabra de datos de  $N$  bits, es decir, un total de  $2^N$  bits, la resolución se expresaría como  $1/2^N$ .

11. *Impedancia de salida.* Cuando un sensor que produce una salida eléctrica se vincula con un circuito electrónico, es necesario conocer la impedancia de salida dado que ésta se va a conectar en serie o en paralelo con dicho circuito. Al incluir el sensor, el comportamiento del sistema con el que se conecta podría modificarse de manera considerable. En la sección 4.1.1 se aborda el tema de la carga.

Para ejemplificar lo anterior considere el significado de las siguientes especificaciones de un transductor de presión de galgos extensométricos:

Rangos: 70 a 1000 kPa, 2000 a 70 000 kPa

Voltaje de alimentación: 10 V cd o ca, r.m.s.

Salida a rango total: 40 mV

Alinealidad e histéresis:  $\pm 0.5\%$  de la salida a rango total

Rango de temperatura:  $-54^\circ\text{C}$  a  $+120^\circ\text{C}$  en funcionamiento

Deriva del cero térmica:  $0.030\%$  de la salida a rango total/ $^\circ\text{C}$

El rango anterior indica que el transductor sirve para medir presiones entre 70 y 1000 kPa, o 2000 y 70 000 kPa. Para funcionar requiere una fuente de alimentación de 10 V cd o ca r.m.s., produce una salida de 40 mV cuando la presión en el rango inferior es 1000 kPa y cuando es 70 000 kPa en el rango superior. La no linealidad y la histéresis pueden producir errores de  $\pm 0.5\%$  de 1000, es decir,  $\pm 5$  kPa en el rango inferior y de  $\pm 0.5\%$  de 70 000, es decir,  $\pm 350$  kPa en el rango superior. Este transductor se puede utilizar entre  $-54$  y  $+120^\circ\text{C}$  de temperatura. Cuando la temperatura cambia en  $1^\circ\text{C}$ , la salida del transductor correspondiente a una entrada cero cambia  $0.030\%$  de  $1000 = 0.3$  kPa en el rango inferior y  $0.030\%$  de  $70\,000 = 21$  kPa en el rango superior.

## 2.2.1 Características estáticas y dinámicas

Las *características estáticas* son los valores obtenidos cuando se presentan condiciones de estado estable, es decir, valores obtenidos una vez que el transductor se estabiliza después de recibir cierta entrada. La terminología anterior se refiere a este tipo de estado. Las *características dinámicas* se refieren al comportamiento entre el momento en que cambia el valor de entrada y cuando el valor que produce el transductor logra su valor de estado estable. Las características dinámicas se expresan en función de la respuesta del transductor a entradas con determinadas formas. Por ejemplo, en una entrada tipo escalón, la entrada cambia bruscamente de 0 a un valor constante; en una entrada tipo rampa, la entrada se modifica a velo-



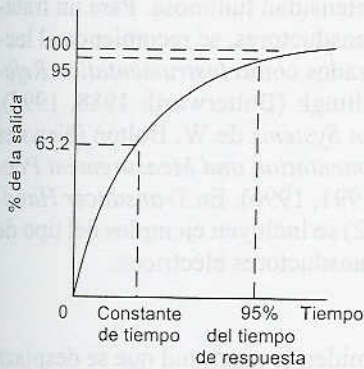


Figura 2.3 Respuesta a una entrada tipo escalón

cidad constante; o en una entrada senoidal con una frecuencia determinada. El lector encontrará los siguientes términos (para un tratamiento más detallado de los sistemas dinámicos, consulte el capítulo 8):

1. *Tiempo de respuesta*: Es el tiempo que transcurre después de aplicar una entrada constante, una entrada escalón, hasta que el transductor produce una salida correspondiente a determinado porcentaje, como 95% del valor de la entrada (figura 2.3). Por ejemplo, si un termómetro de mercurio en tubo de vidrio se pone en un líquido caliente transcurrirá un lapso apreciable, quizás 100 s o más, antes de que el termómetro indique 95% de la temperatura real del líquido.
2. *Constante de tiempo*. Es el 63.2% del tiempo de respuesta. La constante de tiempo de un termopar en el aire podría ser de 40 a 100 s. La constante de tiempo es una medida de la inercia del sensor y de qué tan pronto reaccionará a los cambios en su entrada; cuanto mayor sea la constante de tiempo más lenta será su reacción ante una señal de entrada variable. En la sección 10.2.3 se explica matemáticamente el comportamiento de la constante de tiempo en función del comportamiento de un sistema cuando éste se somete a una entrada tipo escalón.
3. *Tiempo de subida*. Es el tiempo que requiere la salida para llegar a un porcentaje especificado de la salida en estado estable. Es común que el tiempo de subida se refiera al tiempo que tarda la salida en subir de 10% a 90% o 95% del valor en estado estable.
4. *Tiempo de estabilización*. Es el tiempo que tarda la salida en estabilizarse a un porcentaje de un valor determinado, por ejemplo, 2% del valor en estado estable.

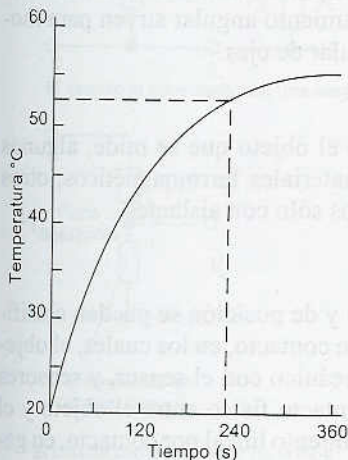


Figura 2.4 Termómetro en un líquido

Para ilustrar lo anterior, considere los siguientes datos sobre cómo cambiaron con el tiempo las lecturas de un instrumento, obtenidas en un termómetro hundido en un líquido en el tiempo  $t = 0$ . Se requiere el tiempo necesario para el 95% de la respuesta.

Tiempo (s)	0	30	60	90	120	150	180
Temp. (°C)	20	28	34	39	43	46	49
Tiempo (s)	210	240	270	300	330	360	
Temp. (°C)	51	53	54	55	55	55	

La figura 2.4 muestra una gráfica de la variación de la temperatura en el tiempo que indica el termómetro. El valor del estado estable es de 55 °C y dado que 95% de 55 es 52.25 °C, el tiempo de respuesta para 95% es casi 228 s.

Las siguientes secciones presentan ejemplos de transductores agrupados de acuerdo con lo que miden. Las mediciones que con mayor frecuencia se encuentran en ingeniería mecánica son: desplazamiento, proximidad, velocidad, fuerza, presión, flujo de fluidos, nivel de líquidos, temperatura e intensidad luminosa. Para un tratamiento más amplio del tema de transductores, se recomienda al lector consultar textos más especializados como *Instrumentation Reference Book* editado por B.E. Noltingk (Butterworth 1988, 1995), *Measurement and Instrumentation Systems* de W. Bolton (Newnes 1996) y el conciso *Newnes Instrumentation and Measurement Pocket Book* de W. Bolton (Newnes 1991, 1996). En *Transducer Handbook* de H.B. Boyle (Newnes 1992) se incluyen ejemplos del tipo de especificaciones propias de los transductores eléctricos.

### 2.3 Desplazamiento, posición y proximidad

Los sensores de desplazamiento miden la magnitud que se desliza un objeto; los sensores de posición determinan la posición de un objeto en relación con un punto de referencia. Los sensores de proximidad son una modalidad de sensor de posición y determinan en qué momento un objeto se mueve dentro de una distancia crítica del sensor. Los anteriores son dispositivos cuyas salidas son, en esencia, del tipo todo o nada (encendido o apagado).

Al elegir un sensor de desplazamiento, posición o proximidad, deberá tenerse en cuenta lo siguiente:

1. La magnitud del desplazamiento: ¿estamos hablando de fracciones de milímetros, de varios milímetros o quizás de metros? En el caso de un sensor de proximidad, ¿qué tanto debe aproximarse un objeto para detectarlo?
2. Si el desplazamiento es lineal o angular; los sensores de desplazamiento lineal sirven para monitorear el grosor u otras dimensiones de materiales en forma de hoja, la separación de rodillos, la posición o la existencia de una parte, dimensiones de ésta, etcétera; los métodos de desplazamiento angular sirven para monitorear el desplazamiento angular de ejes.
3. La resolución que se necesita.
4. La exactitud que se necesita.
5. El material del que está hecho el objeto que se mide; algunos sensores sólo funcionan con materiales ferromagnéticos, otros sólo con metales y algunos otros sólo con aislantes.
6. El costo.

Los sensores de desplazamiento y de posición se pueden clasificar en dos tipos básicos: sensores de contacto, en los cuales, el objeto que se mide está en contacto mecánico con el sensor, y sensores sin contacto, en los que no hay contacto físico entre el objeto y el sensor. En los métodos de desplazamiento lineal por contacto, en general se utiliza un eje sensor en contacto directo con el objeto que se monitorea. El desplazamiento de este eje se monitorea mediante un sensor. Su movimiento se aprovecha para provocar cambios de vol-



taje eléctrico, resistencia, capacitancia o inductancia mutua. En el caso de los métodos de desplazamiento angular, en los que se utiliza una conexión mecánica mediante la rotación de un eje, la rotación del elemento transductor se activa directamente mediante engranes. En los sensores que no hay contacto se recurre al objeto medido en las proximidades de dichos sensores, lo que provoca cambios en la presión del aire del sensor, o quizá cambios de inductancia o capacitancia. Los siguientes son ejemplos de sensores de desplazamiento de uso común.

### 2.3.1 Sensor potenciométrico

Un *potenciómetro* es un elemento resistivo que tiene un contacto deslizante que puede desplazarse a lo largo de dicho elemento. Éste se puede utilizar tanto en desplazamientos lineales como rotacionales; dicho desplazamiento se convierte en una diferencia de potencial. El potenciómetro rotacional está formado por una pista o canal circular con devanado de alambre o por una capa de plástico conductor; sobre la pista rota un contacto deslizante giratorio (figura 2.5) y ésta puede ser una sola circunferencia o helicoidal. Con un voltaje de entrada constante  $V_s$  entre las terminales 1 y 3, el voltaje de salida  $V_o$  entre las terminales 2 y 3 es una fracción del voltaje de entrada, la fracción que depende de la relación de resistencia  $R_{23}$  entre las terminales 2 y 3 comparada con la resistencia total  $R_{13}$  entre las terminales 1 y 3, es decir:  $V_o/V_s = R_{23}/R_{13}$ . Si la resistencia de la pista por unidad de longitud (por ángulo unitario) es constante, entonces la salida es proporcional al ángulo a lo largo del cual gira el deslizador. En este caso un desplazamiento angular se puede convertir en una diferencia de potencial.

En una pista con devanado de alambre, al pasar de una vuelta a la otra, la parte deslizante cambia la salida de voltaje en pasos, cada uno de los cuales corresponde al avance de una vuelta. Si el potenciómetro tiene  $N$  vueltas, la resolución expresada en porcentaje es de  $100/N$ . Por lo tanto, la resolución de una pista de alambre está limitada por el diámetro del alambre utilizado y su valor suele variar entre 1.5 mm en pistas con devanado burdo, y hasta 0.5 mm para pistas con devanado fino. Los errores por la no linealidad de la pista varían de menos de 0.1% hasta casi 1%. La resistencia de la pista varía entre 20  $\Omega$  y 200 k $\Omega$ . El plástico conductor idealmente tiene una resolución infinita, y los errores por la no linealidad de la pista son del orden de 0.05% y valores de resistencia entre 500  $\Omega$  y 80 k $\Omega$ . El coeficiente por temperatura de la resistencia del plástico conductor es mayor que el del alambre, por lo que los cambios de temperatura tienen mayor influencia en la exactitud.

Un efecto que debe tomarse en cuenta en el potenciómetro, es el de la carga que se conecta en la salida,  $R_L$ . La diferencia de potencial a través de la carga  $V_L$  es directamente proporcional a  $V_o$  sólo si la resistencia de carga es infinita. Para cargas finitas, el efecto de la carga es transformar una relación lineal entre voltaje de salida y

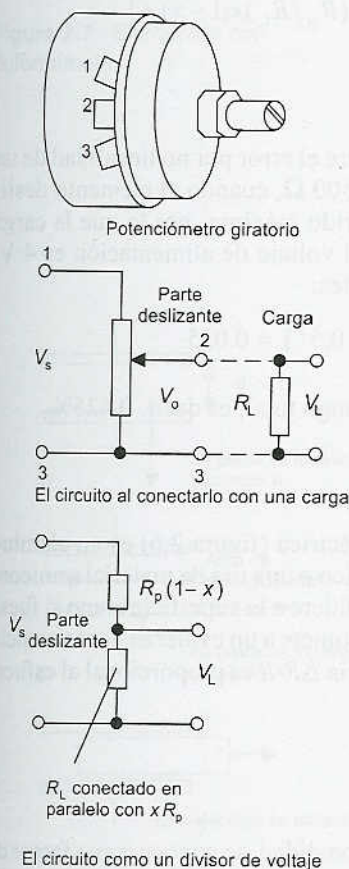


Figura 2.5 Potenciómetro giratorio

ángulo en una relación no lineal. La resistencia  $R_L$  está en paralelo con la fracción  $x$  de la resistencia  $R_p$  del potenciómetro. Esta resistencia combinada vale  $R_L x R_p / (R_L + x R_p)$ . La resistencia total a través de la fuente de voltaje es igual a:

$$\text{Resistencia total} = R_p(1-x) + R_L x R_p / (R_L + x R_p)$$

El circuito es un circuito divisor de voltaje y, por lo tanto, el voltaje en la carga es la fracción de la resistencia a través de la carga entre la resistencia total a través de la cual se conecta el voltaje aplicado:

$$\begin{aligned} \frac{V_L}{V_s} &= \frac{x R_L R_p / (R_L + x R_p)}{R_p(1-x) + x R_L R_p / (R_L + x R_p)} \\ &= \frac{x}{(R_p/R_L)x(1-x) + 1} \end{aligned}$$

Si la carga tiene resistencia infinita, entonces  $V_L = x V_s$ . Por lo tanto, el error causado por la carga con resistencia finita es:

$$\begin{aligned} \text{error} &= x V_s - V_L = x V_s - \frac{x V_s}{(R_p/R_L)x(1-x) + 1} \\ &= V_s \frac{R_p}{R_L} (x^2 - x^3) \end{aligned}$$

Para ilustrar lo anterior, considere el error por no linealidad de un potenciómetro con resistencia de  $500 \Omega$ , cuando el elemento deslizante avanza la mitad de su recorrido máximo, por lo que la carga tiene una resistencia de  $10 \text{ k}\Omega$ . El voltaje de alimentación es  $4 \text{ V}$ . Mediante la ecuación deducida antes:

$$\text{error} = 4 \times \frac{500}{10\,000} (0.5^2 - 0.5^3) = 0.025$$

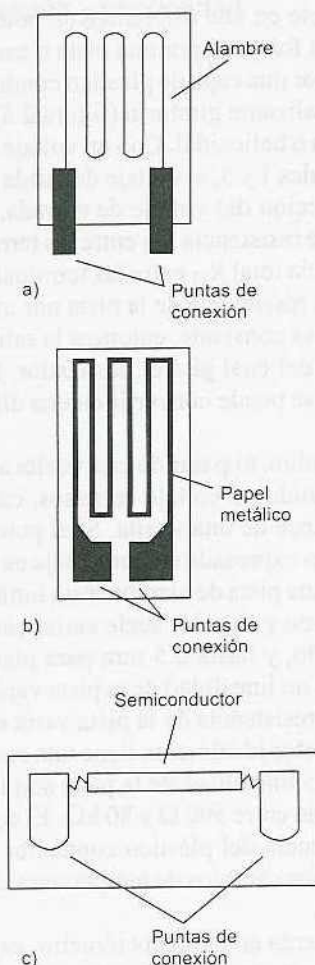
Como porcentaje de la lectura a rango total, es decir,  $0.625\%$ .

### 2.3.2 Elemento con deformímetro

El deformímetro de resistencia eléctrica (figura 2.6) es un alambre metálico, una cinta de papel metálico o una tira de material semiconductor en forma de oblea que se adhiere a la superficie como si fuese una estampilla postal. Cuando se somete a un esfuerzo, la resistencia  $R$  cambia, y el cambio de resistencia  $\Delta R/R$  es proporcional al esfuerzo  $\varepsilon$ , es decir:

$$\frac{\Delta R}{R} = G \varepsilon$$

donde  $G$ , la constante de proporcionalidad, se conoce como factor de calibración. Dado que el esfuerzo es la razón (cambio de longitud/longitud original), entonces el cambio en la resistencia de un deformímetro es una medición del cambio en la longitud del elemento



**Figura 2.6** Deformímetros: a) de alambre metálico, b) de hoja de papel metálico, c) semiconductor



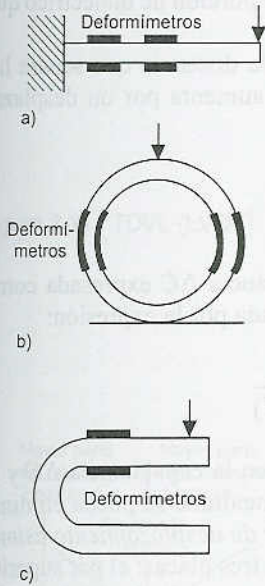


Figura 2.7 Elementos con deformímetro

al que está unido dicho deformímetro. El factor de calibración de los deformímetros de alambre metálico o de cinta de papel metálico de los metales más usados es de casi 2.0. Los factores de calibración de los deformímetros de semiconductor de silicio tipo p y n son de alrededor de +100 o más para silicio tipo p y de -100 o más para silicio tipo n. Por lo general el fabricante del deformímetro proporciona el factor de calibración a partir de la calibración que hace a una muestra de deformímetros de un lote. Para hacer la calibración los deformímetros se someten a esfuerzos cuyo valor se conoce de antemano y se mide el cambio en la resistencia. Un problema en todos los deformímetros es que su resistencia no sólo cambia con el esfuerzo, sino también con la temperatura. Por ello es necesario utilizar métodos que eliminen el efecto de la temperatura; de éstos se habla en el capítulo 3. Los deformímetros de semiconductor tienen mayor sensibilidad a la temperatura que los deformimétricos metálicos.

Como ejemplo, considérese el caso de un deformímetro de resistencia eléctrica con resistencia de 100  $\Omega$  y factor de calibración de 2.0. ¿Cuál es el cambio de la resistencia del deformímetro cuando se somete a un esfuerzo de 0.001? El cambio fraccionario de la resistencia es igual al factor de calibración multiplicado por el esfuerzo, es decir:

$$\text{Cambio en la resistencia} = 2.0 \times 0.001 \times 100 = 0.2 \Omega$$

Un tipo de sensores de desplazamiento utiliza deformímetros unidos a elementos flexibles en forma de viga voladiza, anillos o U (figura 2.7). Cuando el elemento flexible se dobla o se deforma debido a las fuerzas que se le aplican en un punto de contacto que se desplaza, los deformímetros de resistencia eléctrica montados en el elemento se someten a un esfuerzo y producen un cambio en la resistencia, el cual es posible monitorear. Este cambio es una medida del desplazamiento o deformación del elemento flexible. Estos elementos se utilizan por lo general en desplazamientos lineales del orden de 1 mm a 30 mm y su error por no linealidad es de más o menos 1% de su rango total.

### 2.3.3. Elemento capacitivo

La capacitancia  $C$  de un capacitor de placas paralelas está dada por la expresión:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

donde  $\epsilon_r$  es la constante de permitividad relativa del material dieléctrico que está entre las placas,  $\epsilon_0$  es una constante conocida como constante dieléctrica de espacio libre,  $A$  es el área de superposición de dos placas y  $d$  es la separación entre las placas. Los sensores capacitivos para monitorear desplazamientos lineales pueden tener formas como las mostradas en la figura 2.8. En a) una de las placas se mueve debido al desplazamiento, con la consecuente separación de

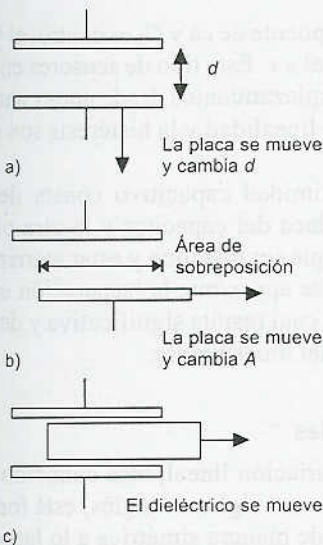


Figura 2.8 Formas que puede adoptar el elemento sensor

las placas; en b) el desplazamiento modifica el área de superposición; en c) el desplazamiento modifica la porción de dieléctrico que se encuentra entre las placas.

En un desplazamiento que modifica la distancia que separa las placas (figura 2.8a), si la separación  $d$  aumenta por un desplazamiento  $x$ , la capacitancia se modifica a:

$$C - \Delta C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d + x}$$

Por lo tanto, el cambio de la capacitancia  $\Delta C$  expresada como fracción de la capacitancia inicial está dada por la expresión:

$$\frac{\Delta C}{C} = -\frac{d}{d+x} - 1 = -\frac{x/d}{1 + (x/d)}$$

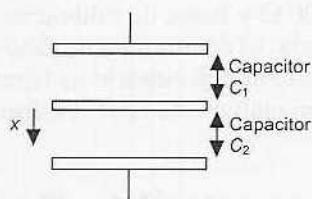


Figura 2.9 Sensor asimétrico

Es decir, la relación entre el cambio en la capacitancia  $\Delta C$  y el desplazamiento  $x$  es no lineal; esta no linealidad se puede eliminar utilizando lo que se conoce como *sensor de desplazamiento asimétrico* (figura 2.9). Este sensor cuenta con tres placas: el par superior forma un capacitor y el inferior otro. Como resultado del desplazamiento, la placa central que está en medio de las placas restantes se mueve. El movimiento de esta placa origina un aumento de la distancia que separa al capacitor de arriba y una disminución de la separación respecto del capacitor de abajo. Es decir:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d + x}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d - x}$$

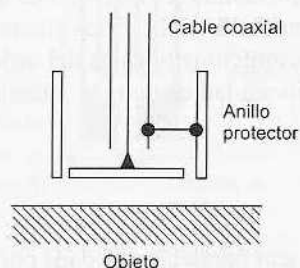


Figura 2.10 Sensor de proximidad capacitivo

Si  $C_1$  es uno de los brazos de un puente de ca y  $C_2$  es el otro, el voltaje de desequilibrio es proporcional a  $x$ . Este tipo de sensores en general se utiliza para monitorear desplazamientos desde unos cuantos hasta cientos de milímetros. La no linealidad y la histéresis son casi igual a  $\pm 0.01\%$  del rango.

Una forma de sensor de proximidad capacitivo consta de un muestreador que sólo tiene una placa del capacitor y la otra placa viene a ser el objeto, el cual tiene que ser metálico y estar aterrizado (figura 2.10). Conforme el objeto se aproxima, la 'separación entre las placas' también se modifica, la cual resulta significativa y detectable cuando el objeto está cerca del muestreador.

### 2.3.4 Transformadores diferenciales

El transformador diferencial de variación lineal, más conocido por su abreviatura TDVL (o LVDT, por sus siglas en inglés) está formado por tres devanados espaciados de manera simétrica a lo largo de un tubo aislado (figura 2.11). El devanado de en medio es el primario y los otros son secundarios idénticos conectados en serie de manera que sus salidas se oponen entre sí. Como resultado del movimiento



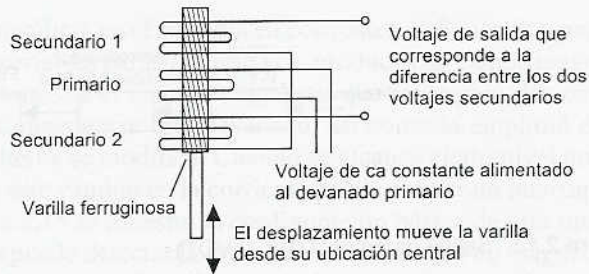


Figura 2.11 TDVL (LVDT)

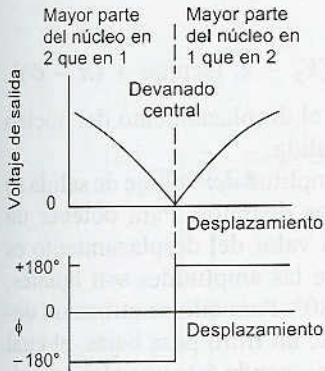


Figura 2.12 Salida del TDVL (LVDT)

que se monitorea, a través del tubo central se desplaza un núcleo magnético.

Si en el devanado primario se alimenta un voltaje alterno, en los devanados secundarios se inducirán f.e.m.s alternas. Si el núcleo magnético está en el centro, la cantidad de material magnético de los devanados secundarios es la misma. Por lo tanto, las f.e.m.s inducidas en ambos devanados será la misma, y dado que están conectados de manera que sus salidas se oponen entre sí, la salida neta obtenida es cero.

Sin embargo, cuando el núcleo se desplaza desde su ubicación central en uno de los devanados habrá mayor porción del núcleo magnético que en el otro, por ejemplo, mayor cantidad en el devanado secundario 2 que en el devanado 1. En consecuencia, en uno de los devanados se induce una mayor f.e.m. que en el otro y de ambos se obtiene una salida neta. Dado que a mayor desplazamiento habrá mayor porción del núcleo en un devanado que en el otro, la salida, que es la diferencia entre las dos f.e.m.s aumenta en la medida que el desplazamiento monitoreado sea mayor (figura 2.12).

La f.e.m. inducida en el devanado secundario por una corriente variable  $i$  en el devanado primario está dada por:

$$e = M \frac{di}{dt}$$

donde  $M$  es la inductancia mutua, valor que depende de la cantidad de vueltas de los devanados y del núcleo ferromagnético. Por lo tanto, en una corriente de entrada senoidal igual a  $i = I \sin \omega t$  aplicada al devanado primario, las f.e.m.s inducidas en los devanados secundarios 1 y 2 se representan por la siguiente ecuación:

$$v_1 = k_1 \sin(\omega t - \phi) \text{ y } v_2 = k_2 \sin(\omega t - \phi)$$

donde los valores de  $k_1$ ,  $k_2$  y  $\phi$  dependen del grado de acoplamiento entre los devanados primario y secundario de una determinada posición del núcleo.  $\phi$  es la diferencia de fase entre el voltaje alterno primario y los voltajes alternos secundarios. Dado que ambas salidas están en serie, su diferencia es la salida:

$$\text{voltaje de salida} = v_1 - v_2 = (k_1 - k_2) \sin(\omega t - \phi)$$

Cuando la parte del núcleo es igual en ambos devanados,  $k_1$  es igual a  $k_2$  y, por lo tanto, el voltaje de salida es cero. Cuando la parte del núcleo que está en 1 es mayor que la que está en 2,  $k_1 > k_2$  y:

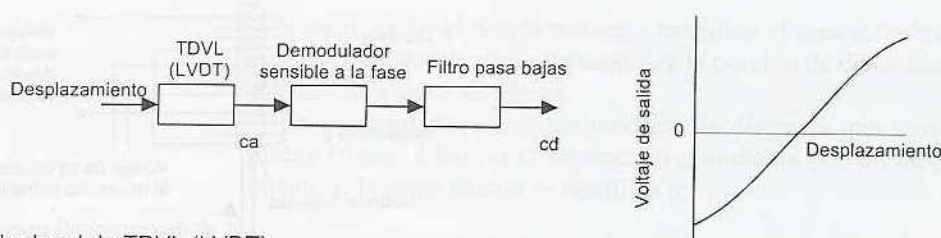


Figura 2.13 Salida de cd de TDVL (LVDT)

$$\text{voltaje de salida} = (k_1 - k_2)\text{sen}(\omega t - \phi)$$

Cuando la parte del núcleo en 2 es mayor que en 1,  $k_1 < k_2$ . Como  $k_1$  es menor que  $k_2$  se produce un cambio de fase de  $180^\circ$  en la salida cuando el núcleo pasa de la parte mayor que ocupa en 1 a una parte mayor en 2. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{voltaje de salida} \\ = -(k_1 - k_2)\text{sen}(\omega t - \phi) = (k_2 - k_1)\text{sen}[\omega t + (\pi - \phi)] \end{aligned}$$

En la figura 2.12 se muestra cómo el desplazamiento del núcleo modifica la magnitud y la fase de la salida.

En esta forma de salida, la misma amplitud del voltaje de salida se obtiene mediante dos desplazamientos distintos. Para obtener un voltaje de salida específico para cada valor del desplazamiento es necesario diferenciar los casos en que las amplitudes son iguales, pero las diferencias de fase sean de  $180^\circ$ . Para ello se utiliza un demodulador sensible a la fase dotado de un filtro pasa bajas, el cual convierte la salida a un voltaje de cd, asignando éste un valor específico a cada uno de los desplazamientos (figura 2.13). Este tipo de circuitos ya existe en forma de circuito integrado.

El rango de operación común de los TDVL (LVDT) está entre  $\pm 2$  y  $\pm 400$  mm con error de no linealidad de  $\pm 0.25\%$ . Los TDVL (LVDT) se utilizan como transductores primarios en el monitoreo de desplazamientos. En el extremo del núcleo libre se añade un resorte para hacer contacto con la superficie que se monitorea, o se rosca para lograr una conexión mecánica. También se usan como transductores secundarios en la medición de fuerza, peso y presión; estas variables se transforman en desplazamientos que son monitoreados por los TDVL.

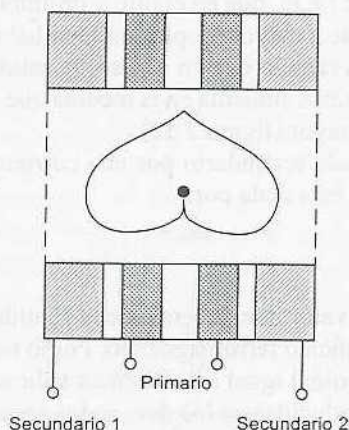


Figura 2.14 TDVG (RVDT)

Los transformadores diferenciales variables giratorios (TDVG, RVDT por sus siglas en inglés) sirven para medir la rotación (figura 2.14) y el principio de su funcionamiento es idéntico al del TDVL. En este caso, el núcleo es una pieza de material magnético en forma de cardioides que al girar en su mayor parte establece contacto con uno de los devanados secundarios. El rango de operación en general está entre  $\pm 40^\circ$ , y su error de no linealidad es de más o menos  $0.5\%$  del rango.

### 2.3.5 Sensores de proximidad por corrientes de Foucault

Cuando a un devanado se aplica una corriente alterna se crea un campo magnético alterno. Si próximo a este campo se encuentra



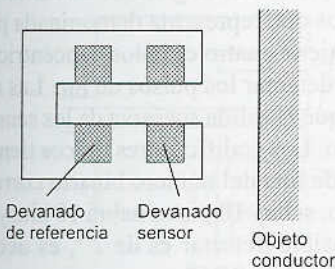
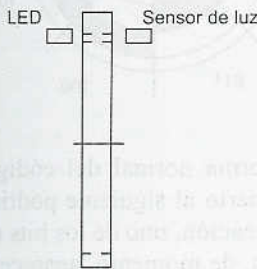


Figura 2.15 Sensor de corriente parásita



### 2.3.6 Interruptor de proximidad inductivo

Está formado por un devanado enrollado en un núcleo. Al aproximar el extremo del devanado a un objeto metálico, cambia la inductancia del primero. Este cambio puede monitorearse por el efecto que produce en un circuito resonante y sirve para activar un interruptor. Sólo se puede usar para detectar objetos metálicos y funciona mejor con metales ferrosos.

### 2.3.7 Codificadores ópticos

Un *codificador* es un dispositivo que produce una salida digital como resultado de un desplazamiento lineal o angular. Los codificadores de posición se clasifican en dos categorías: *codificadores de incremento*, los cuales detectan cambios en la rotación a partir de una posición de datos y codificadores absolutos, que proporcionan la posición angular real.

La figura 2.16a muestra la configuración básica de un *codificador de incremento* para medir un desplazamiento angular. Un haz luminoso, al atravesar las ranuras de un disco, es detectado por un sensor de luz adecuado. Cuando el disco gira, el sensor produce una salida en forma de pulsos; la cantidad de pulsos es proporcional al ángulo que gira el disco. Así, la posición angular del disco y, por lo tanto, del eje que gira con él, se determina mediante la cantidad de pulsos producidos desde una posición. En la práctica se utilizan tres pistas concéntricas con tres sensores (figura 2.16b). La pista interna sólo tiene un orificio y sirve para ubicar la posición 'de origen' del disco. Las otras dos pistas presentan una serie de orificios a igual distancia uno de otro y cubren toda la circunferencia del disco, sólo que los orificios de la pista de en medio están separados, en relación con los de la pista externa, a la mitad del ancho de un orificio. Esta separación determina el sentido del giro. En un giro en sentido de las manecillas del reloj los pulsos de la pista externa están adelantados en relación con los de la pista interna; en un giro en sentido contrario a las manecillas del reloj, van atrasados. La resolución está definida por la cantidad de ranuras en el disco. Si durante una revolución aparecen 60 ranuras y dado que una revolución equivale a un giro de  $360^\circ$ , la resolución correspondiente es de  $360/60 = 6^\circ$ .

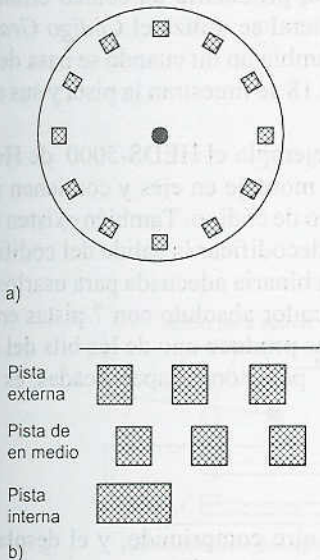
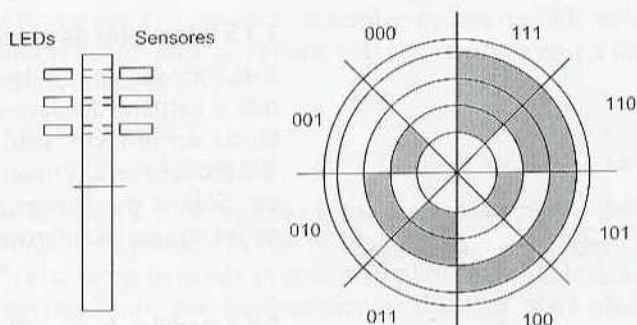


Figura 2.16 Codificador de incremento: a) principio básico, b) pistas concéntricas

En la figura 2.17 se muestra la configuración básica de un *codificador absoluto* para medir desplazamientos angulares. La salida es un número binario de varios dígitos que representa determinada posición angular. El disco giratorio tiene cuatro círculos concéntricos de ranuras y cuatro sensores para detectar los pulsos de luz. Las ranuras están dispuestas de manera que la salida sucesiva de los sensores es un número en código binario. Los codificadores típicos tienen hasta 10 o 12 pistas. La cantidad de bits del número binario corresponde al número de pistas. Por ello, si hay 10 pistas habrá 10 bits y la cantidad de posiciones que es posible detectar es de  $2^{10}$ , es decir, 1024, con una resolución de  $360/1024 = 0.35^\circ$ .



**Figura 2.17** Codificador absoluto de 3 bits

	Binario normal	Código Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

**Figura 2.18** Códigos binario y Gray

En general no se utiliza la forma normal del código binario porque al pasar de un número binario al siguiente podría cambiar más de un bit y si, por una desalineación, uno de los bits cambia en forma fraccionaria antes que otros, de momento aparecería un número binario intermedio y, al final, produciría un conteo erróneo. Para solucionar lo anterior, en general se utiliza el *Código Gray* o código cíclico binario. Éste sólo cambia un bit cuando se pasa de un número al siguiente. En la figura 2.18 se muestran la pista y sus respectivos códigos binario y Gray.

Los codificadores ópticos, por ejemplo el HEDS-5000 de Hewlett Packard, vienen listos para su montaje en ejes y contienen una fuente luminosa con LED y un disco de código. También existen circuitos integrados de interfaz para decodificar la salida del codificador, los cuales producen una salida binaria adecuada para usarlos en un microprocesador. En un codificador absoluto con 7 pistas en su disco codificador, cada una de ellas produce uno de los bits del número binario, por lo que existen  $2^7$  posiciones especificadas, es decir, 128.

### 2.3.8 Sensores neumáticos

Los sensores neumáticos utilizan aire comprimido, y el desplazamiento o la proximidad de un objeto se transforma en un cambio en la presión del aire. La figura 2.19 muestra la configuración básica de estos sensores. Un puerto en el frente del sensor deja salir aire a baja presión. Este aire, en ausencia de un objeto cercano, escapa y al ha-



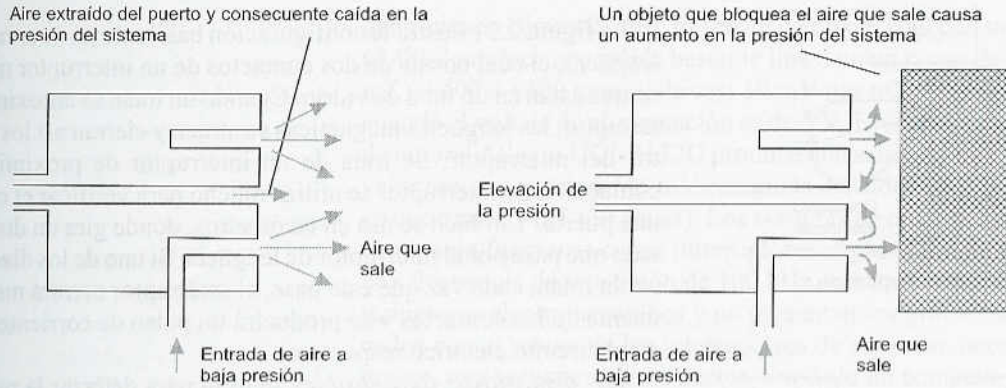


Figura 2.19 Sensor de proximidad neumático

cerlo reduce la presión en el puerto de salida del sensor más próximo. Sin embargo, si hay un objeto cerca, el aire no escapa con facilidad y la presión aumenta en el puerto de salida del sensor. La presión de salida del sensor dependerá, por lo tanto, de la cercanía de los objetos.

Estos sensores se usan para medir desplazamientos de fracciones de milímetros, para rangos característicos de 3 a 12 mm.

### 2.3.9 Interruptores de proximidad

Existen diversas modalidades de interruptores que se activan por la presencia de un objeto, y sirven como sensor de proximidad, cuya salida corresponde al estado de encendido o de apagado.

Un *microinterruptor* es un pequeño interruptor eléctrico que requiere un contacto físico y una pequeña fuerza de acción para cerrar los contactos. Por ejemplo, si se desea determinar la presencia de un objeto en una banda transportadora, ésta se activa mediante el peso del objeto que empuja la banda, y en consecuencia la plataforma con resorte que está debajo de la banda; el movimiento de dicha plataforma cierra el interruptor. La figura 2.20 muestra cómo se pueden accionar los interruptores.

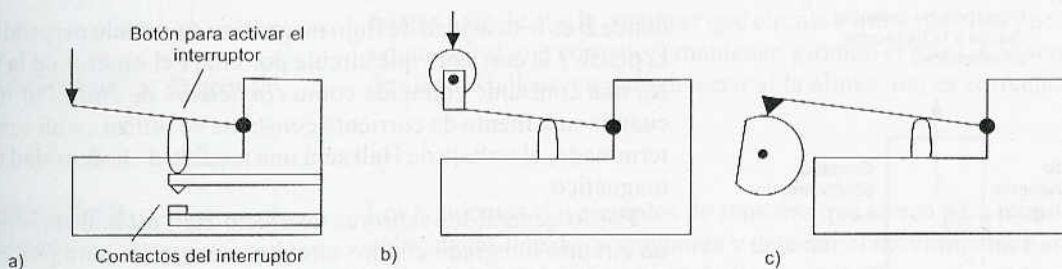


Figura 2.20 a) Activado por palanca, b) activado por rodillo y c) activado por leva

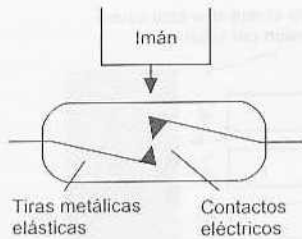


Figura 2.21 Interruptor de lengüeta

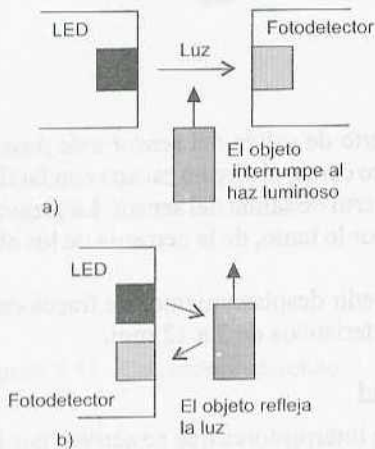


Figura 2.22 Empleo de sensores fotoeléctricos para detectar objetos: a) el objeto se interpone con el haz luminoso y b) el objeto refleja la luz

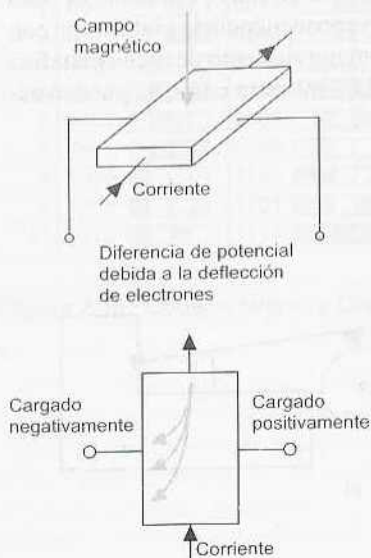


Figura 2.23 Efecto Hall

La figura 2.21 ilustra la configuración básica de un *interruptor de lengüeta*, el cual consta de dos contactos de un interruptor magnético que están en un tubo de vidrio. Cuando un imán se aproxima al interruptor, las lengüetas magnéticas se atraen y cierran así los contactos del interruptor. Se trata de un interruptor de proximidad sin contacto. Este interruptor se utiliza mucho para verificar el cierre de una puerta. También se usa en tacómetros, donde gira un disco dentado que pasa por el interruptor de lengüeta. Si uno de los dientes tiene un imán, cada vez que éste pase, el interruptor cerrará momentáneamente los contactos y se producirá un pulso de corriente/voltaje en el circuito eléctrico respectivo.

Los *dispositivos fotosensibles* se usan para detectar la presencia de un objeto opaco al interponerse éste entre el haz luminoso, o radiación infrarroja, y el dispositivo, o mediante la detección de la luz que refleja dicho objeto (figura 2.22).

### 2.3.10 Sensores de efecto Hall

Cuando un haz de partículas cargadas atraviesa un campo magnético existen fuerzas que actúan sobre las partículas, y la trayectoria lineal del haz se deforma. Cuando una corriente fluye a través de un conductor se comporta como un haz de partículas en movimiento, por lo que al pasar por un campo magnético esta corriente se puede desviar. Este efecto fue descubierto por E.R. Hall en 1879 y se conoce como *Efecto Hall*. Considere electrones que se mueven en una placa conductora y a la que se aplica un campo magnético en ángulo recto respecto al plano de la placa (figura 2.23). Como consecuencia del campo magnético, los electrones que se desplazan se desvían hacia uno de los lados de la placa, con lo cual se carga negativamente, mientras el lado opuesto se carga positivamente dado que al ser desviados los electrones se alejan de este lado. Esta separación de cargas produce un campo eléctrico en el material. La separación dura hasta que las fuerzas a las que están sujetas las partículas cargadas del campo eléctrico compensan las fuerzas producidas por el campo magnético. El resultado es una diferencia de potencial transversal  $V$  dada por:

$$V = K_H \frac{BI}{t}$$

donde  $B$  es la densidad de flujo magnético en sentido perpendicular a la placa,  $I$  la corriente que circula por ella,  $t$  el espesor de la placa y  $K_H$  una constante conocida como *coeficiente de Hall*. Por lo tanto, cuando una fuente de corriente constante se utiliza en un sensor determinado, el voltaje de Hall será una medida de la densidad de flujo magnético.

Por lo general los sensores de efecto Hall están incorporados en un circuito integrado con los circuitos necesarios para procesar señales. Existen dos tipos básicos de este sensor: tipo lineal, donde la salida varía de manera razonablemente lineal con la densidad de flujo magnético (figura 2.24a) y tipo umbral, en el que la salida cae en forma brusca cuando se presenta una densidad de flujo magnético



determinada (figura 2.24b). El sensor de efecto Hall con salida lineal 634SS2 produce una salida bastante lineal en un rango de  $-40$  a  $+40$  mT ( $-400$  a  $+400$  gauss), de casi  $10$  mV por mT ( $1$  mV por gauss), cuando el voltaje de alimentación es de  $5$  V. El sensor de efecto Hall de umbral Allegro UGN3132U produce una salida que cambia de un valor cercano a cero a  $145$  mV cuando la densidad de flujo magnético es de unos  $3$  mT ( $30$  gauss). Los sensores de efecto Hall tienen la ventaja de funcionar como interruptores capaces de operar hasta a una frecuencia de repetición de  $100$  kHz, cuestan menos que los interruptores electromecánicos y no presentan los problemas relacionados con el rebote de los interruptores de contacto, necesitan, entonces, una secuencia de contactos y no sólo un contacto. El sensor de efecto Hall es inmune a los contaminantes ambientales y trabaja en condiciones de servicio severas.

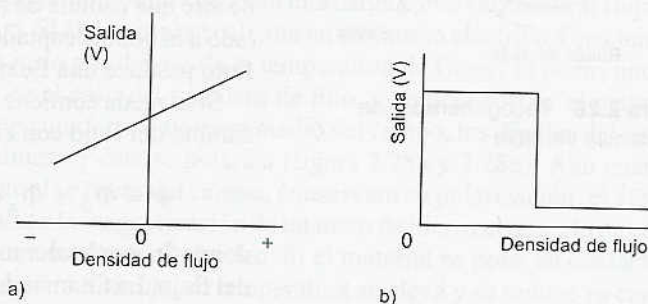


Figura 2.24 Sensores de efecto Hall: a) lineal; b) de umbral

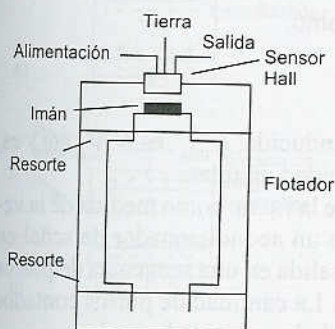


Figura 2.25 Detector de nivel de fluido

Estos sensores sirven como sensores de posición, desplazamiento y proximidad cuando se dota al objeto que se desea detectar con un pequeño imán permanente. Un ejemplo es el sensor que se utiliza para determinar el nivel de combustible del depósito de gasolina de un auto. En el flotador se coloca un imán y conforme el nivel del combustible cambia, también se modifica la distancia que separa al flotador del sensor Hall (figura 2.25). El resultado es una salida con voltaje Hall que corresponde a una medida de la distancia entre el flotador y el sensor y, por lo tanto, del nivel de combustible en el tanque.

Otra aplicación de los sensores de efecto Hall es en motores de cd sin escobillas. En éstos es necesario determinar si el rotor de imán permanente está alineado de manera correcta con los devanados del estator a fin de que la corriente que circula a través de ellos pueda pasar en el instante correcto y mantener girando el rotor. Los sensores de efecto Hall sirven para detectar si la alineación es correcta.

## 2.4 Velocidad y movimiento

Los siguientes son ejemplos de sensores que sirven para monitorear velocidades lineales y angulares y detectar el movimiento. Entre las aplicaciones de los detectores de movimiento figuran los sistemas de seguridad utilizados para detectar la presencia de intrusos, así como juegos y aparatos interactivos; como las pantallas de los cajeros automáticos que se activan cuando alguien se aproxima a ellos.

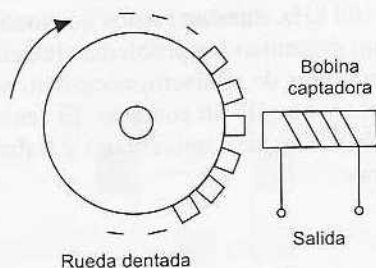


Figura 2.26 Tacogenerador de reluctancia variable

### 2.4.1 Codificador diferencial

El codificador diferencial descrito en la sección 2.3.7 se usa para medir la velocidad angular determinada por la cantidad de pulsos producidos por segundo.

### 2.4.2 Tacogenerador

El tacogenerador sirve para medir la velocidad angular. Una de sus modalidades es el *tacogenerador de reluctancia variable*, el cual está formado por una rueda dentada de material ferromagnético unida a un eje giratorio (figura 2.26). En un imán permanente se enrolla un devanado de captación; conforme gira la rueda, los dientes pasan por la bobina y el volumen de aire entre bobina y material ferromagnético varía. Se tiene un circuito magnético con un espacio de aire que cambia de manera periódica. Por lo tanto, el flujo vinculado a la bobina captadora cambia. El cambio cíclico resultante en el flujo produce una f.e.m. alterna en la bobina.

Si la rueda contiene  $n$  dientes y gira a una velocidad angular  $\omega$ , el cambio del flujo con el tiempo en la bobina sería el siguiente:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_a \cos n\omega t$$

donde  $\Phi_0$  es el valor medio del flujo y  $\Phi_a$  la amplitud de la variación del flujo. La f.e.m. inducida,  $e$ , en las  $N$  vueltas de la bobina captadora es, por lo tanto:

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} (\Phi_0 + \Phi_a \cos n\omega t) = N \Phi_a n\omega \sin n\omega t$$

lo que también se puede expresar como:

$$e = E_{\text{máx}} \sin \omega t$$

donde el valor máximo de la f.e.m. inducida,  $E_{\text{máx}}$ , es  $N \Phi_a n\omega$  y es, por lo tanto, una medida de la velocidad angular.

En vez de usar el valor máximo de la f.e.m. como medida de la velocidad angular, se puede recurrir a un acondicionador de señal en forma de pulso para transformar la salida en una secuencia de pulsos que un contador es capaz de contar. La cantidad de pulsos contados en un cierto tiempo es una medida de la velocidad angular.

Otra modalidad del tacogenerador es el *generador de ca*, el cual está formado por una bobina, denominada rotor, que gira junto con un eje de rotación. Esta bobina gira en un campo magnético producido por un imán permanente estacionario o electroimán (figura 2.27), de manera que en él se produce una f.e.m. alterna. La amplitud o frecuencia de esta f.e.m. alterna se utiliza como medida de la velocidad angular del rotor. La salida se puede rectificar para obtener un voltaje de cd cuya magnitud es proporcional a la velocidad angular. La no linealidad de estos sensores por lo general es del orden de  $\pm 0.15\%$  del rango total, y sirven para medir giros de hasta 10 000 revoluciones/minuto.

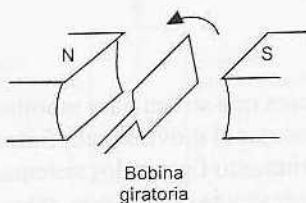


Figura 2.27 Tacogenerador en la modalidad de generador de ca



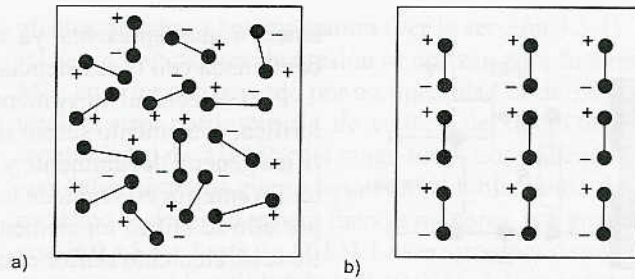


Figura 2.28 Polarización de un material piroeléctrico

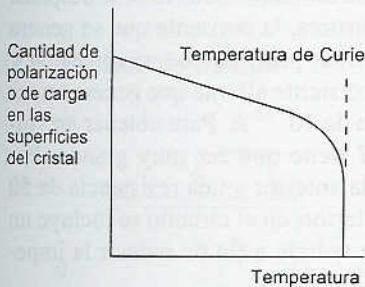


Figura 2.29 Efecto de la temperatura en la cantidad de polarización

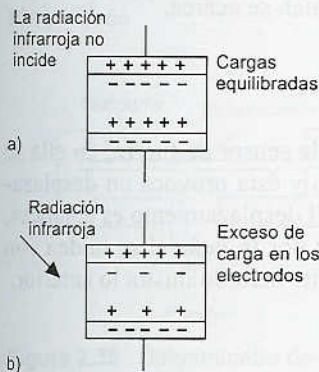


Figura 2.30 Sensor piroeléctrico

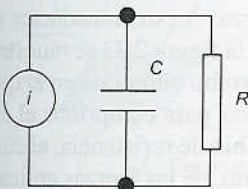


Figura 2.31 Circuito equivalente

### 2.4.3 Sensores piroeléctricos

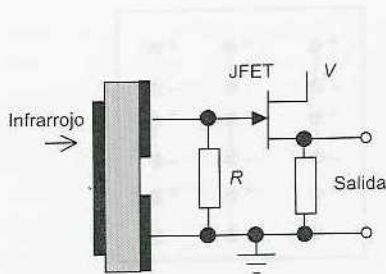
Los *materiales piroeléctricos*, como el tantalato de litio, son materiales cristalinos que generan una carga como respuesta al flujo calorífico. Si el material se calienta en un campo eléctrico a una temperatura justo por debajo de la temperatura de Curie, es decir, unos 610 °C en el caso del tantalato de litio, y se deja enfriar el material al tiempo que se mantiene en medio del campo, los dipolos del material se alinean y éste se polariza (figura 2.28a y 2.28b). Aun cuando el material se retire del campo, conservará su polarización; el efecto es similar a la magnetización de un trozo de hierro al ponerlo en contacto con un campo magnético. Si el material se pone en contacto con radiación infrarroja, su temperatura se eleva y se reduce su cantidad de polarización, los dipolos se agitan y pierden su alineación (figura 2.29).

Los sensores piroeléctricos están formados por un cristal piroeléctrico polarizado cuyas caras tienen delgadas capas de metal como electrodos. Dado que el cristal está polarizado con superficies cargadas, los iones son atraídos por el aire que los rodea y por los electrones del circuito de medición conectado al sensor para equilibrar la carga superficial (figura 2.30a). Si incide radiación infrarroja en el cristal y provoca un cambio en su temperatura, la polarización del cristal disminuye, al igual que la carga de las superficies del cristal. Se presenta, por lo tanto, un exceso de carga en los electrodos metálicos mayor que la necesaria para equilibrar la carga de las superficies del cristal (figura 2.30b). Esta carga circula a través del circuito de medición hasta que la carga del cristal vuelve a equilibrarse por la carga de los electrodos. El sensor piroeléctrico se comporta como un generador de carga, el cual genera ésta cuando hay un cambio en su temperatura como resultado de la incidencia de radiación infrarroja. En la parte lineal de la gráfica de la figura 2.29, cuando la temperatura cambia, el cambio de la carga  $\Delta q$  es proporcional a la temperatura  $\Delta t$ :

$$\Delta q = k_p \Delta t$$

donde  $k_p$  es la constante de sensibilidad del cristal. La figura 2.31 muestra el circuito equivalente de un sensor piroeléctrico, que corresponde a un capacitor cargado con el exceso de carga y una resis-





**Figura 2.32** Sensor piroeléctrico doble

tencia  $R$  que representa, ya sea la resistencia de la fuga interna o la combinada con la resistencia de entrada de un circuito externo.

Para detectar el movimiento de un ser humano o de otra fuente calorífica, el elemento sensor debe diferenciar entre la radiación calorífica general del ambiente y la que produce la fuente en movimiento. Lo anterior no se puede lograr con un solo sensor piroeléctrico, y por ello se utiliza un elemento doble (figura 2.32). Una modalidad tiene un elemento sensor con un solo electrodo en la parte del frente y dos electrodos independientes en la parte posterior. Se obtienen dos sensores que se conectan de manera que cuando ambos reciben la misma señal calorífica sus salidas se cancelan. Cuando una fuente calorífica se mueve de manera que la radiación calorífica se desplaza de uno a otro de los elementos sensores, la corriente que se genera pasa a través de la resistencia alterna, primero en una dirección y luego en la dirección opuesta. La corriente alterna que genera un ser humano por lo general es del orden de  $10^{-12}$  A. Para obtener un voltaje significativo, la resistencia  $R$  tiene que ser muy grande. Por ejemplo, con una corriente como la anterior y una resistencia de  $50\text{ G}\Omega$  se producen  $50\text{ mV}$ . Por lo anterior, en el circuito se incluye un transistor JFET como seguidor de voltaje a fin de reducir la impedancia de salida a unos cuantos  $\text{k}\Omega$ .

Para dirigir la radiación en el sensor se necesita un dispositivo de enfoque. Si bien es posible utilizar espejos parabólicos, el método más común son las lentes de plástico Fresnel. Éstas también sirven para proteger la superficie del frente del sensor y son la forma más común de los dispositivos para activar alarmas por presencia de intrusos o encender una luz cuando alguien se acerca.

## 2.5 Fuerza



**Figura 2.33** Indicador de presiones con deformímetro

La balanza de resorte es un ejemplo de sensor de fuerza; en ella se aplica una fuerza, un peso, al platillo y ésta provoca un desplazamiento, es decir, el resorte se estira. El desplazamiento es entonces, una medida de la fuerza. Las fuerzas por lo general se miden con base en un desplazamiento. El siguiente método ilustra lo anterior.

### 2.5.1 Indicador de presiones con deformímetro

Una modalidad muy común de transductor para medir fuerza se basa en el empleo de deformímetros de resistencia eléctrica para monitorear la deformación de cierto elemento cuando éste se estira, comprime o dobla por la aplicación de una fuerza. A este transductor se le conoce como *indicador de presiones*; en la figura 2.33 se muestra un ejemplo. El indicador de presiones es un tubo cilíndrico en el que se colocan deformímetros. Al aplicar fuerzas para comprimir el cilindro, los deformímetros producen un cambio de resistencia, el cual es la medida de la deformación y, por lo tanto, de las fuerzas aplicadas. Dado que la temperatura también produce cambios en la resistencia, el circuito acondicionador de señal que se utilice deberá eliminar los



## 2.6 Presión de fluidos

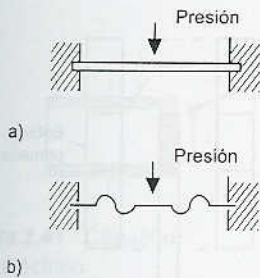


Figura 2.34 Diafragmas: a) plano; b) corrugado

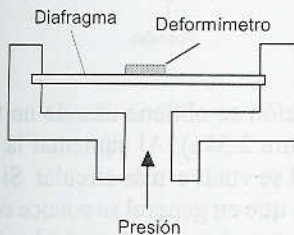


Figura 2.35 Deformímetro de diafragma

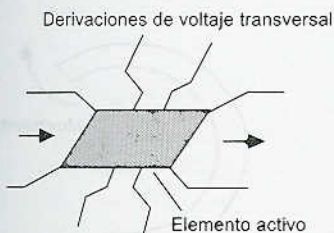


Figura 2.36 Elemento sensor de presión

efectos debidos a la temperatura (ver la sección 3.5.1). Por lo general, estos indicadores de presión se utilizan para fuerzas de hasta 10 MN, su error aproximado por no linealidad es de  $\pm 0.03\%$  del rango total, el error por histéresis de  $\pm 0.02\%$  del rango total y el error de repetibilidad de  $\pm 0.02\%$  del rango total. Los indicadores de presión con deformímetros que se basan en el doblamiento de un elemento metálico se deben usar para fuerzas menores, por ejemplo, para rangos de 0 a 5 N y hasta 0 a 50 kN. Los errores más comunes se deben a un error por no linealidad de casi  $\pm 0.03\%$  del rango total, el error por histéresis de  $\pm 0.02\%$  del rango total y el error de repetibilidad de  $\pm 0.02\%$  del rango total.

En muchos de los dispositivos utilizados para monitorear la presión de fluidos de procesos industriales se monitorea la deformación elástica de diafragmas, cápsulas, fuelles y tubos. Los tipos de medición que se necesitan son: presión absoluta, en cuyo caso la presión que se mide es relativa a una presión cero, es decir, al vacío; presión diferencial, con la cual se mide una diferencia de presiones, y presión manométrica, en la que la presión se mide en relación con la presión barométrica.

En un diafragma (figura 2.34a y b) hay una diferencia de presión entre ambas caras, por lo que el centro del diafragma se desplaza. Un diafragma corrugado ofrece mayor sensibilidad. El movimiento del diafragma se monitorea mediante un sensor de desplazamiento que puede ser un deformímetro, como se muestra en la figura 2.35. Es frecuente utilizar deformímetros de diseño especial, los cuales constan de cuatro deformímetros, dos para medir el esfuerzo en la dirección de la circunferencia y dos en dirección radial. Los cuatro deformímetros se conectan de manera que formen los brazos de un puente de Wheatstone (vea el capítulo 3). Es posible adherir los deformímetros al diafragma, pero también existe la opción de hacer un diafragma de silicio en el que los deformímetros son áreas especiales del diafragma con impurezas.

Otra forma de sensor de presión con diafragma de silicio es el que utilizan en los sensores de presión Motorola MPX. El deformímetro se integra, junto con un circuito resistivo, en un solo *chip* de diafragma de silicio. Cuando una corriente pasa a través del deformímetro y se le aplica una presión en ángulo recto, se produce un voltaje en dirección transversal (figura 2.36). El sensor MPX cuenta con todo lo anterior, así como con circuitos para acondicionar la señal y para compensar la temperatura. El voltaje de salida es directamente proporcional a la presión. Existen sensores como el anterior para medir presión absoluta (las terminaciones del sistema de numeración MX son A, AP, AS o ASX), presión diferencial (terminaciones D o DP) y presión manométrica (terminaciones GP, GVP, GS, GVS, GSV o GVSX). Por ejemplo, la serie MPX2100 tiene un rango de presión de 100 kPa y con un voltaje de 16 V, cd, produce, para las modalidades de presión absoluta y presión diferencial, una salida de voltaje para un rango total de 40 mV. El tiempo de respuesta, 10 a 90%, para

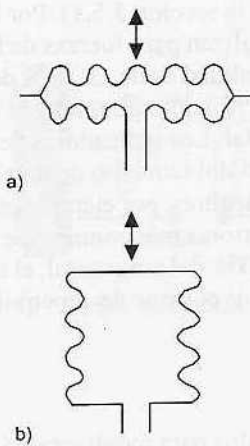


Figura 2.37 a) Cápsula, b) fuelles

un escalón de 0 a 100 kPa es alrededor de 1.0 ms y la impedancia de salida del orden de 1.4 a 3.0 k $\Omega$ . Los sensores de presión absoluta tienen diversas aplicaciones como altímetros y barómetros; los sensores de presión diferencial para medir el flujo de aire, y los sensores de presión manométrica para medir la presión en motores y llantas.

Las cápsulas (figura 2.37a) se pueden considerar como la combinación de dos diafragmas corrugados, con lo cual se logra una sensibilidad mucho mayor. Una pila de cápsulas forma un fuelle (figura 2.37b). La figura 2.38 muestra cómo los fuelles se combinan con un TDVL para obtener un sensor de presión que produce una salida eléctrica. Los diafragmas, las cápsulas y los fuelles están hechos de acero inoxidable, bronce fosforado y níquel e, incluso, de hule y nylon. Con este tipo de sensores se pueden monitorear presiones en un rango de  $10^3$  a  $10^8$  Pa.

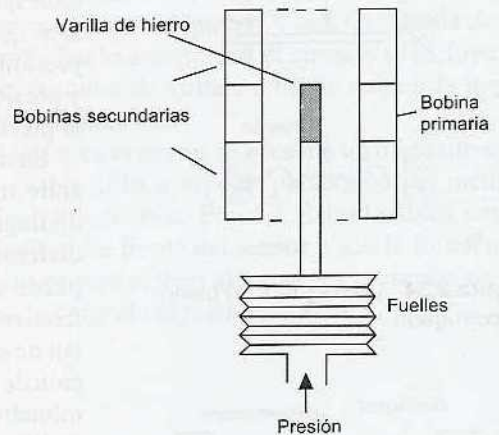


Figura 2.38 TDVL con fuelles

Otra forma diferente de deformación se obtiene usando un tubo con sección transversal elíptica (figura 2.39a). Al aumentar la presión en el tubo su sección transversal se vuelve más circular. Si este tubo tiene forma de C (figura 2.39b), que en general se conoce como *tubo de Bourdon*, la C se abre al aumentar la presión en el tubo. Si se utiliza la versión helicoidal de este tipo de tubo (figura 2.39c) se obtiene mayor sensibilidad. Los tubos son de acero inoxidable y bronce fosforado y se usan para rangos de presión entre  $10^3$  y  $10^8$  Pa.

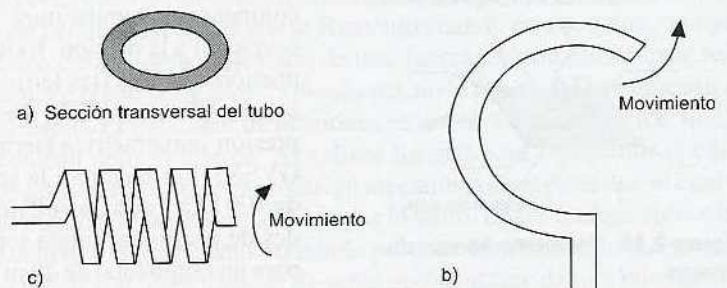


Figura 2.39 Sensores de presión de tubo



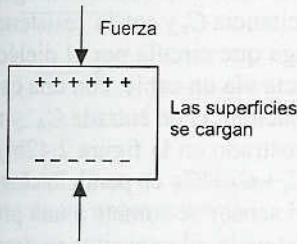


Figura 2.40 Piezoelectricidad

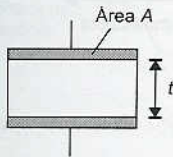


Figura 2.41 Capacitor piezoeléctrico

### 2.6.1 Sensores piezoeléctricos

Cuando un *material piezoeléctrico* se estira o comprime genera cargas eléctricas; una de sus caras se carga en forma positiva y la cara opuesta se carga en forma negativa (figura 2.40). En consecuencia, se produce un voltaje. Los materiales piezoeléctricos son cristales iónicos que al estirarlos o comprimirlos producen una distribución de carga en el cristal que origina un desplazamiento neto de carga; una de las caras del material se carga positivamente y la otra, negativamente. La carga neta  $q$  en una superficie es proporcional a la cantidad  $x$  que las cargas hayan sido desplazadas y, dado que el desplazamiento es proporcional a la fuerza aplicada  $F$ :

$$q = kx = SF$$

donde  $k$  es una constante y  $S$  una constante denominada *sensibilidad de carga*. Ésta depende del material y de la orientación de sus cristales. El cuarzo tiene una sensibilidad de carga de 2.2 pC/N si el cristal se corta en determinada dirección y las fuerzas se aplican en una dirección específica; el titanato de bario tiene una sensibilidad de carga del orden de 130 pC/N mucho mayor que la anterior, y la de titanato-zirconato de plomo es de unos 265 pC/N.

En dos caras del cristal piezoeléctrico que estén una frente a la otra, se depositan electrodos metálicos (figura 2.41). La capacitancia  $C$  del material piezoeléctrico que está entre las placas es:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{t}$$

donde  $\epsilon_r$  es la constante dieléctrica relativa del material,  $A$  el área y  $t$  el espesor de ésta. Dado que la carga  $q = Cv$ , donde  $v$  es la diferencia de potencial creada en el capacitor, entonces:

$$v = \frac{St}{\epsilon_0 \epsilon_r A} F$$

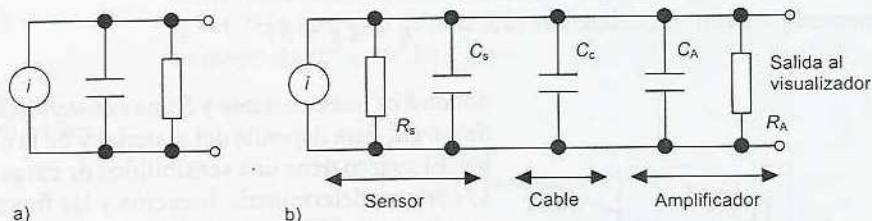
La fuerza  $F$  se aplica en un área  $A$ , por lo que la presión aplicada  $p$  es  $F/A$  y si  $S_v = (S/\epsilon_0 \epsilon_r)$ , se llama *factor de sensibilidad de voltaje*:

$$v = S_v t p$$

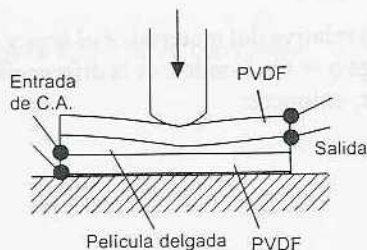
El voltaje es proporcional a la presión aplicada. La sensibilidad de voltaje del cuarzo es del orden de 0.055 V/m Pa y la del titanato de bario es de unos 0.011 V/m Pa.

Los sensores piezoeléctricos se usan para medir presión, fuerza y aceleración. Sin embargo, las aplicaciones deben ser tales que la carga producida por la presión no tenga mucho tiempo para su descarga espontánea o fuga y, por lo tanto, en general se les utiliza para medir presiones transitorias en vez de presiones permanentes.

El circuito equivalente de un sensor piezoeléctrico es un generador de carga en paralelo con la capacitancia  $C_s$  y con la resistencia  $R_s$  que se genera de la corriente de fuga que circula por el dieléctrico (figura 2.42a). Si un sensor se conecta vía un cable, con una capacitancia  $C_c$  a un amplificador con capacitancia de entrada  $C_A$  y resistencia  $R_A$ , se obtiene el circuito mostrado en la figura 2.42b y una capacitancia total en el circuito de  $C_s + C_c + C_A$  en paralelo con la resistencia  $R_A R_s / (R_A + R_s)$ . Cuando el sensor se somete a una presión éste se carga, pero debido a la resistencia, el capacitor se descarga después de un tiempo. Éste dependerá de la constante de tiempo del circuito.



**Figura 2.42** a) Circuito equivalente del sensor; b) sensor conectado a un amplificador de carga



**Figura 2.43** Sensor de tacto de PVDF

## 2.6.2 Sensor táctil

El sensor táctil o de tacto es una forma particular de sensor de presión. Se utiliza en 'las yemas de los dedos' de las 'manos' de los robots para determinar en qué momento la 'mano' tiene contacto con un objeto. También se utiliza en las pantallas 'sensibles al tacto', donde se requiere detectar contactos físicos. En una modalidad de sensor táctil se utiliza una capa de fluoruro de polivinilideno piezoeléctrico (PVDF, por sus siglas en inglés). Se usan dos capas de la película separadas con una capa suave, la cual transmite las vibraciones (figura 2.43). A la capa inferior de PVDF se le aplica un voltaje alterno que produce oscilaciones mecánicas en la película (es el caso inverso del efecto piezoeléctrico descrito antes). La película intermedia transmite estas vibraciones a la capa de PVDF de la parte superior. Debido al efecto piezoeléctrico, estas vibraciones producen un voltaje alterno a través de la película superior. Cuando se aplica presión a la película superior de PVDF se afectan sus vibraciones y se modifica el voltaje alterno de salida.

## 2.7 Flujo de líquidos

Entre los métodos tradicionales para medir el gasto de líquidos figuran los dispositivos que miden la caída de presión que se produce cuando un fluido pasa por un tubo Venturi (figura 2.44). Para un tubo horizontal, en el que  $v_1$  es la velocidad del fluido,  $P_1$  la presión y  $A_1$  el área transversal del tubo antes del angostamiento,  $v_2$  es la velocidad,  $P_2$  la presión,  $A_2$  el área transversal del angostamiento,  $\rho$  es la



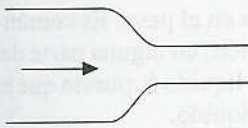


Figura 2.44 Flujo de un fluido a través de un angostamiento

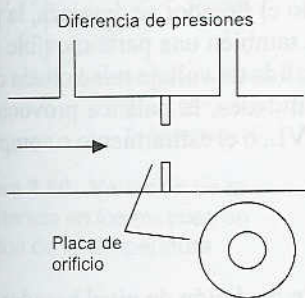


Figura 2.45 Placa de orificio

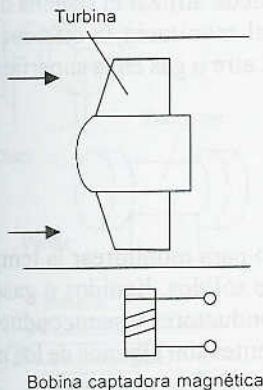


Figura 2.46 Medidor de flujo de turbina

densidad del fluido, sustituyendo en la ecuación de Bernoulli se obtiene:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g}$$

Dado que la masa de líquido que pasa por segundo por el tubo antes de la sección angosta debe ser igual a la que pasa por el tubo en esta sección, tenemos que:  $A_1 v_1 \rho = A_2 v_2 \rho$ . Ahora bien, la cantidad  $Q$  de líquido que pasa por el tubo por segundo es  $A_1 v_1 = A_2 v_2$ . Por lo tanto:

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{1 - (A_2/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

Por lo tanto, la cantidad de fluido que pasa por la tubería por segundo es proporcional a la  $\sqrt{\text{(diferencia de presión)}}$ . La medición de la diferencia de presión se puede utilizar para medir el gasto. Diversos dispositivos se basan en este principio, y el ejemplo de la placa de orificio es quizá el más común de ellos.

### 2.7.1 Placa de orificio

La placa de orificio (figura 2.45) es un disco con un orificio en el centro que se coloca en un tubo a través del cual fluye un líquido. Se mide la diferencia de presiones entre un punto igual al diámetro del tubo corriente arriba y un punto igual a la mitad del diámetro corriente abajo. La placa de orificio es sencilla, barata, no tiene partes móviles y se utiliza con amplitud. Sin embargo, no funciona muy bien en suspensiones. Su exactitud aproximada característica es de  $\pm 1.5\%$  del rango total, es no lineal y causa una apreciable caída de presión en el sistema al que se conecte.

### 2.7.2 Medidor de turbina

El medidor de flujo de turbina (figura 2.46) consta de un rotor con varios álabes y se coloca en medio de la tubería del flujo que interesa. Al fluir, el líquido hace que gire el rotor, y la velocidad angular es casi proporcional al gasto. El rango de velocidad del rotor se determina mediante un captador magnético. Los pulsos se cuentan para determinar el número de revoluciones del rotor. Este medidor es caro y su exactitud en general es  $\pm 0.3\%$ .

## 2.8 Nivel de líquidos

El nivel de líquido en un recipiente se mide en forma directa monitoreando la posición de la superficie del líquido, o de manera indirecta midiendo alguna variable relacionada con la altura. En los métodos directos una posibilidad es usar flotadores; entre los indirectos figura el monitoreo del peso del recipiente, utilizando, por ejemplo, indicadores de presión. El peso de un líquido es igual a  $A h \rho g$ , en donde  $A$  es el área transversal del recipiente,  $h$  la altura del líquido,  $\rho$  su

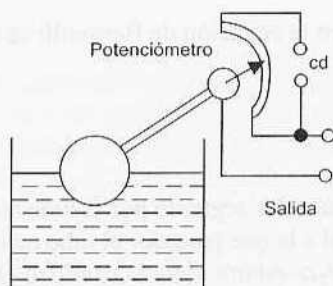


Figura 2.47 Sistema con flotador

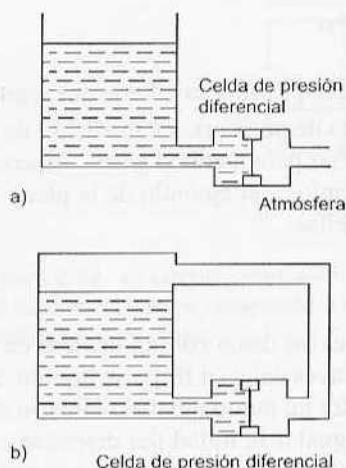


Figura 2.48 Empleo de un sensor de presión diferencial

## 2.9 Temperatura

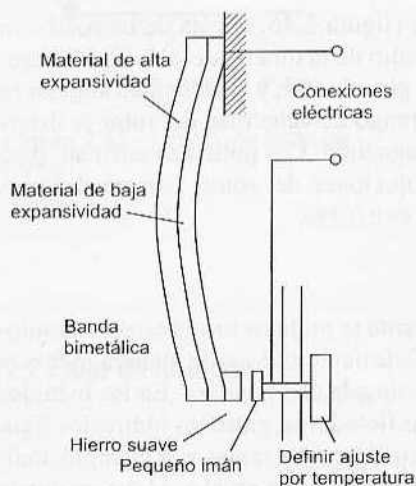


Figura 2.49 Termostato bimetálico

densidad y  $g$  la aceleración de la gravedad. Por lo tanto, los cambios en la altura del líquido causan cambios en el peso. Es común que en los métodos indirectos se mida la presión, en alguna parte del líquido, que se produce por una columna de líquido  $h$ , puesto que es igual a  $h\rho g$ , en donde  $\rho$  es la densidad del líquido.

### 2.8.1 Flotador

Un método directo de monitorear el nivel de líquido en un recipiente es a través del movimiento de un flotador. La figura 2.47 ilustra un sencillo sistema con flotador. Cuando el flotador se desplaza, la palanca de un brazo gira y se desplaza también una parte móvil del potenciómetro. El resultado es una salida de voltaje relacionada con la altura del líquido. En otras modalidades, la palanca provoca el desplazamiento del núcleo de un TDVL, o el estiramiento o compresión de un elemento deformímetro.

### 2.8.2 Presión diferencial

La figura 2.48 muestra dos formas de medición de nivel basadas en la medición de una presión diferencial. En la figura 2.48a, la celda de presión diferencial determina la diferencia de presión entre el líquido que está en la base del recipiente y la presión atmosférica, suponiendo que el recipiente está abierto y recibe la presión atmosférica. En recipientes cerrados o abiertos se puede utilizar el sistema del inciso b. La celda de presión diferencial monitorea la diferencia de presión entre la base del recipiente y el aire o gas en la superficie del líquido.

En general, los cambios que se utilizan para monitorear la temperatura son la expansión o contracción de sólidos, líquidos o gases, el cambio de la resistencia eléctrica en conductores y semiconductores y las f.e.m.s termoeléctricas. Los siguientes son algunos de los métodos más comunes en los sistemas de control de temperatura.

#### 2.9.1 Bandas bimetálicas

Este dispositivo consta de dos bandas unidas de distinto metal. Los coeficientes de expansión de los metales son distintos y al cambiar la temperatura la banda conjunta se dobla y se curva; el metal con coeficiente mayor queda en la parte externa de la curva. Esta deformación puede servir como interruptor controlado por temperatura, como en el sencillo termostato que solía emplearse en los sistemas de calefacción domésticos (figura 2.49). El pequeño imán sirve para que el sensor tenga histéresis, es decir los contactos del interruptor se cierran a diferente temperatura que a la que se abren.



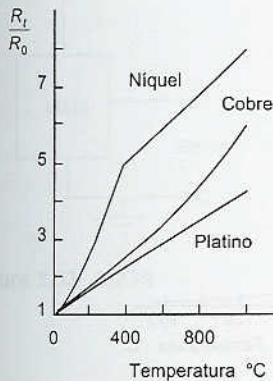


Figura 2.50 Variación de la resistencia en los metales en función de la temperatura

### 2.9.2 Detectores de temperatura por resistencia (DTR)

La resistencia de la mayoría de los metales aumenta, en un rango limitado de temperatura, de manera razonablemente lineal con la temperatura (figura 2.50). Para una relación lineal, se tiene que:

$$R_t = R_0(1 + at)$$

donde  $R_t$  es la resistencia a una temperatura de  $t$  °C,  $R_0$  la resistencia a 0 °C y  $a$  una constante del metal denominada coeficiente de temperatura de la resistencia. Los detectores de temperatura por resistencia (DTR) son elementos resistivos sencillos que adoptan la forma de bobinas de alambre hechas de platino, níquel o aleaciones níquel-cobre; el platino es el que más se utiliza. Los elementos hechos de delgadas películas de platino en general se obtienen depositando el metal en un sustrato adecuado; los elementos de bobina por lo general consisten en un alambre de platino sujeto con un adhesivo de vidrio para altas temperaturas en el interior de un tubo de cerámica. Estos detectores son muy estables y sus respuestas son reproducibles durante largos periodos. Sus tiempos de respuesta tienden a ser del orden de 0.5 a 5 s, o mayores.

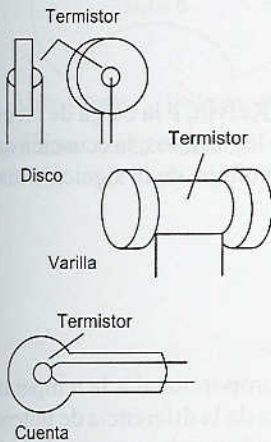


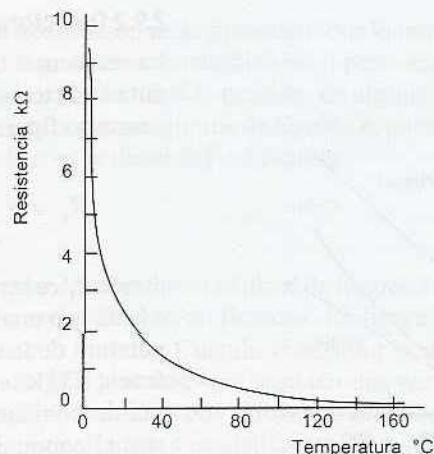
Figura 2.51 Termistores

### 2.9.3 Termistores

Los termistores son pequeñas piezas de materiales hechos con la mezcla de óxidos metálicos, por ejemplo, de cromo, cobalto, hierro, manganeso y níquel. Todos estos óxidos son semiconductores. El material puede tener formas diversas como cuentas, discos y varillas (figura 2.51). La resistencia de los termistores convencionales de óxido metálico disminuye de una manera no lineal con el aumento en la temperatura, como ilustra la figura 2.52. Estos termistores tienen coeficientes de temperatura negativos (CTN), aunque también los hay con coeficientes de temperatura positivos (CTP). El cambio de la resistencia por cada grado de temperatura que cambie es mucho mayor que el que ocurre con los metales. La relación resistencia-temperatura de un termistor se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$R_t = K e^{\beta/t}$$

donde  $R_t$  es la resistencia de la temperatura  $t$ , y  $K$  y  $\beta$  son constantes. Si se comparan con otros sensores de temperatura, los termistores ofrecen muchas ventajas. Son fuertes y pueden ser muy pequeños, por lo cual permiten el monitoreo de temperaturas casi en cualquier punto. Gracias a su reducido tamaño, responden muy rápido a los cambios de temperatura. Producen cambios de resistencia muy grandes por cada grado de cambio en la temperatura, pero su principal desventaja es su no linealidad.



**Figura 2.52** Variación de la resistencia en función de la temperatura de un termistor típico

### 2.9.4 Termiodiodos y transistores

El diodo semiconductor de unión con frecuencia se utiliza como sensor de temperatura. Cuando cambia la temperatura de semiconductores con impurezas, también se modifica la movilidad de sus portadores de carga, lo cual afecta la velocidad de difusión de electrones y huecos a través de una unión p-n. Por lo tanto, si una unión p-n tiene una diferencia de potencial  $V$ , la corriente  $I$  que circula por la unión será función de la temperatura, la cual está dada por:

$$I = I_0(e^{eV/kT} - 1)$$

donde  $T$  es la temperatura en la escala Kelvin,  $e$  la carga de un electrón y  $k$  e  $I_0$  son constantes. Utilizando logaritmos, la ecuación anterior se puede expresar, en función del voltaje, de la siguiente manera:

$$V = \left( \frac{kT}{e} \right) \ln \left( \frac{I}{I_0} + 1 \right)$$

Así, si la corriente es constante,  $V$  es proporcional a la temperatura en la escala Kelvin, por lo que la medida de la diferencia de potencial en un diodo con corriente constante puede servir como medida de la temperatura. Este tipo de sensores son tan compactos como los termistores, pero tienen además la gran ventaja de que su respuesta es una función lineal de la temperatura. Circuitos integrados como el LM3911 tienen este tipo de diodos que se utilizan como sensores de temperatura, y proporcionan el acondicionamiento de señal respectivo. El voltaje de salida del LM3911 es proporcional a la temperatura a razón de 10 mV/°C.

De manera similar al termiodiodo, en un termotransistor el voltaje en la unión de la base y el emisor depende de la temperatura y sirve como medida de la misma. Un método común es usar dos transistores con corrientes de colector diferentes y determinar la diferencia de sus voltajes base-emisor, la cual es directamente proporcional a la



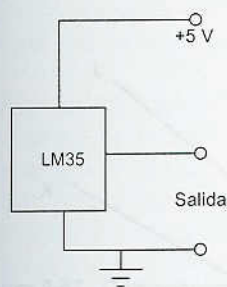


Figura 2.53 LM35

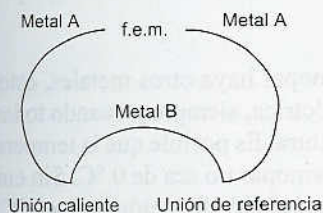


Figura 2.54 Un termopar

temperatura en la escala Kelvin. Estos transistores se combinan con otros componentes de circuito en un solo *chip* y de esta manera se obtiene un sensor de temperatura, así como el acondicionador de señal respectivo, por ejemplo, el LM35 (figura 2.53). Este sensor se puede usar en un rango de  $-40^{\circ}\text{C}$  a  $110^{\circ}\text{C}$  y produce una salida de  $10\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$ .

### 2.9.5 Termopares

Cuando dos metales se unen, en el sitio de unión se produce una diferencia de potencial. Ésta depende de los metales utilizados y la temperatura de la unión. Los termopares constituyen circuitos completos en los que hay este tipo de uniones (figura 2.54). Si ambas uniones están a la misma temperatura, no existe f.e.m. neta. En cambio, si la temperatura es diferente, sí se produce una f.e.m.. El valor  $E$  de ésta dependerá de los dos metales utilizados y de las temperaturas  $t$  de ambas uniones. Por lo general una de ellas se mantiene a  $0^{\circ}\text{C}$ , cumpliendo en grado razonable la siguiente relación:

$$E = at + bt^2$$

donde  $a$  y  $b$  son las constantes de los metales utilizados. En la tabla 2.1 se muestran los termopares de uso más común, los rangos de temperatura en los que generalmente se usan y sus sensibilidades características. A estos termopares de uso común se les asignan letras de referencia. Por ejemplo, al de hierro-constantán se le conoce como termopar tipo J. La figura 2.55 muestra cómo la f.e.m. varía con la temperatura en pares de metales de uso común.

Tabla 2.1 Termopares

Ref.	Materiales	Rango $^{\circ}\text{C}$	$\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$
B	Rodio/platino, platino 30%, rodio 6%	0 a 1800	3
E	Cromel/constantán	$-200$ a $1000$	63
J	Hierro/constantán	$-200$ a $900$	53
K	Cromel/alumel	$-200$ a $1300$	41
N	Nirosil/nisil	$-200$ a $1300$	28
R	Platino/platino con 13% rodio	0 a 1400	6
S	Platino/platino con 10% rodio	0 a 1400	6
T	Cobre/constantán	$-200$ a $400$	43

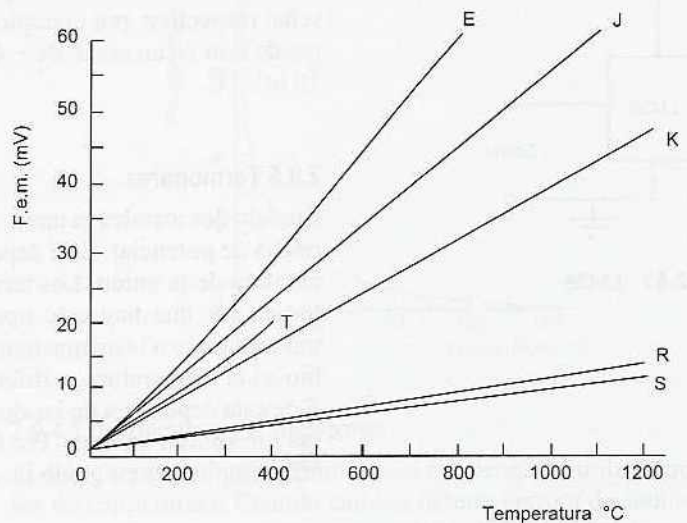
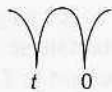


Figura 2.55 Gráfica f.e.m. termoeléctrica-temperatura



Lo anterior es igual a:



Figura 2.56 Ley de temperaturas intermedias

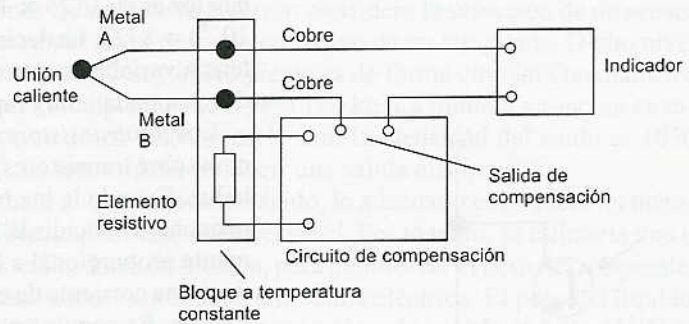
Aunque en un circuito de termopar haya otros metales, éstos no tienen efecto en la f.e.m. termoeléctrica, siempre y cuando todas sus uniones estén a la misma temperatura. Es posible que la temperatura de la unión de referencia de un termopar no sea de 0 °C. Sin embargo, en las tablas estándar se supone que dicha unión está a 0 °C, por lo que para usar dichas tablas antes habrá que hacer la corrección respectiva, que se hace utilizando lo que se conoce como *ley de las temperaturas intermedias*, es decir:

$$E_{t,0} = E_{t,I} + E_{I,0}$$

La f.e.m.  $E_{t,0}$  a la temperatura  $t$  cuando la unión fría está a 0 °C es igual a la f.e.m.  $E_{t,I}$  a la temperatura intermedia  $I$ , más la f.e.m.  $E_{I,0}$  a la temperatura  $I$  cuando la unión fría está a 0 °C (figura 2.56). En general no es conveniente mantener la unión de un termopar a 0 °C, por ejemplo, manteniéndola inmersa en una mezcla de agua y hielo. Se puede utilizar un circuito de compensación para producir una f.e.m. que varía con la temperatura de la unión fría de manera que cuando dicha f.e.m. se añade a la del termopar genera una f.e.m. combinada que es la misma que se habría generado si la unión fría hubiese estado a 0 °C (figura 2.57). La f.e.m. de compensación se puede obtener con la caída de voltaje del termómetro de resistencia.

Los termopares de base-metal E, J, K y T son más o menos baratos, pero se deterioran con el tiempo. Su exactitud característica es alrededor de  $\pm 1$  a 3%. Los termopares de metales nobles, por ejemplo R, son más caros, pero también más estables y de mayor duración. Su exactitud es del orden de  $\pm 1\%$ , o aun mejor.





**Figura 2.57** Compensación de unión fría

Por lo general los termopares están montados dentro de una cubierta que les da protección mecánica y química. El tipo de cubierta depende de las temperaturas para las que se utilizará el termopar. En algunos casos la cubierta se rellena de un mineral que sea buen conductor del calor, así como un buen aislante eléctrico. El tiempo de respuesta de los termopares sin cubierta es muy rápido. Cuando se emplea una cubierta grande este tiempo puede aumentar en varios segundos. En algunos casos un grupo de termopares se conecta en serie, de manera que hay diez o más uniones calientes que detectan una temperatura; las f.e.m.s de todos los termopares se suman. A este conjunto se le conoce como termopila.

Como ejemplo de lo anterior, considere un termopar tipo E que mide temperaturas con una unión fría a 20 °C. ¿Cuál es su f.e.m. termoeléctrica a 200 °C? Los siguientes datos se tomaron de las tablas estándar:

Temp. (°C)	0	20	200
f.e.m. (mV)	0	1.192	13.419

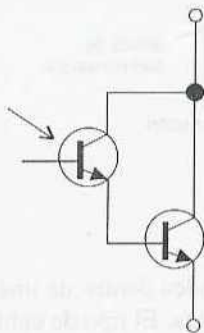
Utilizando la ley de las temperaturas intermedias:

$$E_{200,0} = E_{200,20} + E_{20,0} = 13.419 - 1.192 = 12.227 \text{ mV}$$

Observe que la anterior no es la f.e.m. que aparece en las tablas para una temperatura de 180 °C cuando la unión fría está a 0 °C, es decir, 11.949 mV.

## 2.10 Sensores de luz

Los *fotodiodos* son diodos de unión hechos con semiconductores (en la sección 7.3.1 se presenta una explicación sobre diodos), los cuales están conectados en un circuito con polarización inversa, por lo que su resistencia es muy elevada. Cuando la luz incide en la unión, la resistencia del diodo disminuye y la corriente del circuito aumenta de manera notable. Por ejemplo, cuando no hay luz y con polarización de 3 V, la corriente es de 25  $\mu\text{A}$  y cuando se ilumina con 25 000 lúmenes/m<sup>2</sup> es de 375  $\mu\text{A}$ . La resistencia del dispositivo cuando no



**Figura 2.58** Fototransistor Darlington

hay luz es de  $3/(25 \times 10^{-6}) = 120 \text{ k}\Omega$ , y cuando hay luz es  $3/(375 \times 10^{-6}) = 8 \text{ k}\Omega$ . Es decir, el fotodiodo sirve como dispositivo de resistencia variable, controlado por la luz que incide en él. Los fotodiodos responden muy rápido a la presencia de la luz.

Los *fototransistores* (en la sección 7.3.3 se presenta una explicación sobre transistores) tienen una unión base colector p-n sensible a la luz. Cuando la luz no incide, la corriente colector-emisor es muy pequeña. Al incidir la luz, se produce una corriente de base directamente proporcional a la intensidad luminosa. Debido a ello se produce una corriente de colector que es una medida de la intensidad luminosa. Es común encontrar fototransistores en forma de paquetes integrados, en los cuales el fototransistor está conectado a una configuración Darlington con un transistor convencional (figura 2.58). Dado que con el arreglo anterior se obtiene una mayor ganancia en corriente, este dispositivo produce una corriente de colector mucho mayor para una intensidad de luz determinada.

Las *fotorresistencias* tienen una resistencia que depende de la intensidad luminosa que reciben, la cual disminuye de manera lineal con la disminución de la intensidad. La fotorresistencia de sulfuro de cadmio es la más sensible a la luz, y sus longitudes de onda son de menos de 515 nm; la de selenido de cadmio se usa para longitudes de onda de menos de 700 nm.

Para determinar las variaciones de intensidad luminosa en un espacio reducido por lo común se necesita un conjunto de sensores de luz, por ejemplo, en una cámara automática para determinar la exposición más adecuada se debe considerar las intensidades luminosas variables presentes en toda la imagen. Para estos casos se cuenta con grupos de dispositivos, cada uno de los cuales tiene una gran cantidad de fotodiodos.

## 2.11 Selección de sensores

Al seleccionar un sensor para una aplicación en particular hay que considerar varios factores:

1. El tipo de medición que se requiere, por ejemplo, la variable que se va a medir, su valor nominal, el rango de valores, la exactitud, velocidad de medición y confiabilidad requeridas, las condiciones ambientales en las que se realizará la medición.
2. El tipo de salida que se requiere del sensor, lo cual determinará las condiciones de acondicionamiento de la señal, a fin de contar con señales de salida idóneas para la medición.
3. Con base en lo anterior se pueden identificar algunos posibles sensores, teniendo en cuenta rango, exactitud, linealidad, velocidad de respuesta, confiabilidad, facilidad de mantenimiento, duración, requisitos de alimentación eléctrica, solidez, disponibilidad y costo.

La elección de un sensor no se puede hacer sin considerar el tipo de salida que el sistema debe producir después de acondicionar la señal; por ello, es necesaria una integración idónea entre sensor y acondicionador de señal.



Como ejemplo de lo anterior, considere la selección de un sensor para medir el nivel de ácido corrosivo de un recipiente. Dicho nivel varía entre 0 y 2 m y el recipiente es de forma circular con diámetro de 1 m. El recipiente vacío pesa 100 kg. La mínima variación en nivel que se desea detectar es 10 cm. La densidad del ácido es  $1050 \text{ kg/m}^3$ . El sensor debe producir una salida eléctrica.

Debido a lo corrosivo del ácido, lo adecuado es emplear un método indirecto para determinar el nivel. Por lo tanto, se utilizaría uno o varios indicadores de presión, para monitorear el peso del recipiente. Estos indicadores producen una salida eléctrica. El peso del líquido cambia de 0, cuando el recipiente está vacío, a  $1050 \times 2 \times \pi(1^2/4) \times 9.8 = 16.2 \text{ kN}$ , cuando está lleno. Si el peso anterior se añade al del recipiente cuando está vacío, se obtiene un peso que varía de 1 a 17 kN. La resolución requerida es de cambios de nivel de 10 cm, es decir, cambios de peso de  $0.10 \times 1050 \times \pi(1^2/4) \times 9.8 = 0.8 \text{ kN}$ . Si para sostener el tanque se utilizan tres indicadores de presión, cada uno de ellos necesitará un rango de aproximadamente 0 a 6 kN y una resolución de 0.27 kN. A continuación se consultarán catálogos de fabricantes para verificar si dichos indicadores de presión están a la venta.

## 2.12 Introducción de datos mediante interruptores

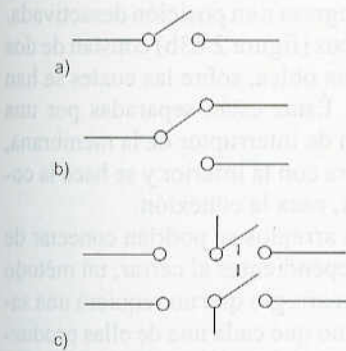


Figura 2.59 Introducción de datos mediante interruptores: a) UPUT; b) UPDT; c) DPDT

Los *interruptores mecánicos* tienen uno o varios pares de contactos que se abren y cierran en forma mecánica, con lo que se cierran o abren circuitos eléctricos. Es decir, al abrir o cerrar un interruptor se transmiten señales 0 o 1.

Los interruptores mecánicos se especifican en función de su cantidad de polos y tiros. Los *polos* son el número de circuitos independientes que se operan con una sola acción de conmutación y los *tiros* son el número de contactos individuales para cada polo. La figura 2.59a muestra un interruptor de un polo-un tiro (UPUT); un interruptor de un polo-dos tiros (UPDT) se muestra en la figura 2.59b; y la figura 2.59c muestra un interruptor de dos polos-dos tiros (DPDT).

### 2.12.1 Cómo eliminar el rebote

Un problema que presentan los interruptores mecánicos es el del *rebote de los interruptores*. Cuando un interruptor mecánico se mueve para cerrar contactos, un contacto se acerca al otro. El primero golpea al segundo y dado que los elementos de contacto son elásticos, se produce un rebote. El contacto puede rebotar varias veces (figura 2.60) antes de quedar en su estado de cierre, por lo general 20 ms después. Durante el tiempo de rebotes, cada uno de ellos se puede considerar como un contacto independiente. Por lo tanto, a un microprocesador, le parecerá que quizás ha habido dos o más acciones de conmutación. También se puede producir un rebote al abrir un interruptor. Para eliminar este problema, se puede recurrir a métodos basados en hardware o en software.

Si se usa software, el microprocesador se programa para detectar si el interruptor está cerrado y esperar, digamos, 20 ms. Después de

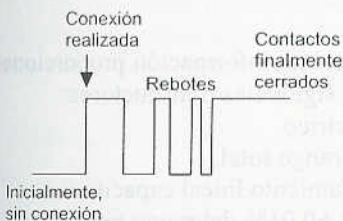
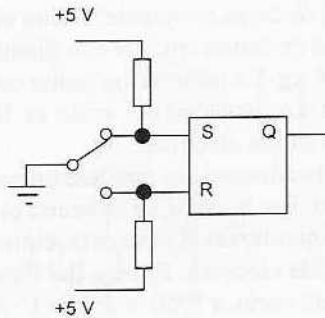
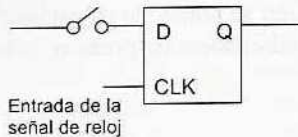


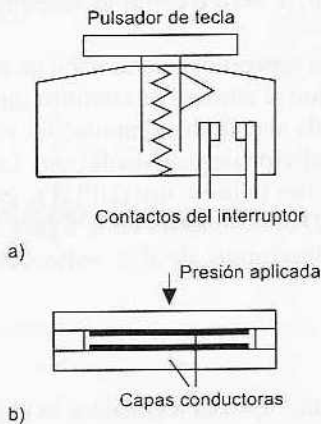
Figura 2.60 Rebote producido durante el cierre de un interruptor



**Figura 2.61** Eliminación del rebote de un interruptor UPDT



**Figura 2.62** Eliminación del rebote de un interruptor UPDT



**Figura 2.63** a) Tecla de contacto; b) tecla de membrana

verificar que terminó el rebote y que el interruptor está en la misma posición de cierre, se procede con la siguiente parte del programa. La solución del problema del rebote con hardware consiste en utilizar un flip-flop (circuito astable). La figura 2.61 muestra un circuito que elimina el efecto de rebote de un interruptor UPDT, el cual se basa en el empleo de un flip-flop de SR (vea la sección 14.7). Como se puede observar, S está en 0 y R en 1, con salida de 0. Cuando el interruptor pasa a su posición inferior, al principio S se convierte en 1 y R en 0, lo que produce una salida de 1. Un rebote que cambia S de su valor 1 a 0 a 1 a 0, etcétera, no altera la salida. Este flip-flop se puede construir mediante dos compuertas NOR o dos compuertas NAND. Para eliminar el rebote de un interruptor UPDT se puede utilizar un flip-flop D (vea la sección 14.7). En la figura 2.62 se muestra este circuito. La salida de este flip-flop cambia sólo cuando la señal de reloj también cambia. Es decir, si se elige un periodo de reloj mayor que el tiempo de duración del rebote, digamos 20 ms, las señales de rebote serán ignoradas.

### 2.12.2 Conjuntos de teclas

Los conjuntos de teclas están formados por arreglos de interruptores y pueden ser el teclado de una computadora o el teclado de membrana de dispositivos como el horno de microondas. La figura 2.63a muestra el contacto tipo tecla que en general se utiliza en un teclado; al oprimir el pulsador de la tecla se fuerza la unión de los contactos y cuando la tecla se libera, el resorte regresa a su posición desactivada. Los interruptores de membrana típicos (figura 2.63b) constan de dos películas plásticas del espesor de una oblea, sobre las cuales se han depositado dos capas conductoras. Éstas están separadas por una capa espaciadora. Al oprimir el área de interruptor de la membrana, la capa del contacto superior se cierra con la inferior y se hace la conexión; cuando se deja de presionar, cesa la conexión.

Si bien los interruptores de estos arreglos se podrían conectar de manera que produjesen señales independientes al cerrar, un método más económico es conectarlos en un arreglo que no requiera una salida independiente por cada tecla, sino que cada una de ellas produzca una combinación hilera-columna única. En la figura 2.64 se muestran las conexiones de un conjunto de teclas de 16 vías.

### Problemas

1. Explique qué significa la siguiente información proporcionada en las especificaciones de los siguientes transductores:
  - a) Un acelerómetro piezoeléctrico.  
No linealidad:  $\pm 0.5\%$  del rango total.
  - b) Un transductor de desplazamiento lineal capacitivo.  
No linealidad e histéresis:  $\pm 0.01\%$  del rango total.
  - c) Un transductor para medición de fuerza por deformímetro de resistencia.



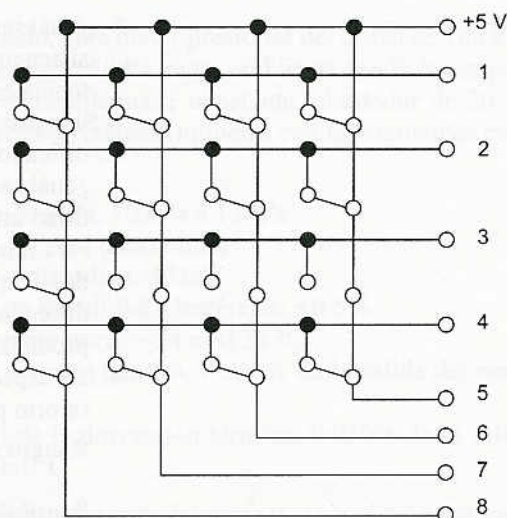


Figura 2.64 Teclado de 16 vías

Sensibilidad a la temperatura:  $\pm 1\%$  del rango total a lo largo del rango de temperaturas ambientales normales.

- (d) Un transductor de presión de fluidos por capacitancia.  
Exactitud:  $\pm 1\%$  de la lectura presentada.

- (e) Termopar.

Sensibilidad: termopar de níquel cromo-níquel aluminio:  $0.039 \text{ mV}/^\circ\text{C}$  cuando la unión fría está a  $0^\circ\text{C}$ .

- (f) Giroscopio para medición de la velocidad angular.  
Repetibilidad:  $\pm 0.01\%$  del rango total.

- (g) Transductor de desplazamiento por inducción.  
Linealidad:  $\pm 1\%$  de la carga especificada.

- (h) Indicador de presión.

Error total debido a alinealidad, histéresis y no repetibilidad:  $\pm 0.1\%$ .

2. Se utiliza un termopar de cobre-constantán para medir temperaturas entre  $0$  y  $200^\circ\text{C}$ . La f.e.m. a  $0^\circ\text{C}$  es  $0 \text{ mV}$ , a  $100^\circ\text{C}$  es  $4.277 \text{ mV}$  y a  $200^\circ\text{C}$  es  $9.286 \text{ mV}$ . ¿Cuál sería el error por no linealidad a  $100^\circ\text{C}$  expresado como un porcentaje de la salida a rango total, suponiendo que la relación en todo el rango entre la f.e.m. y la temperatura es lineal?

3. Un termopar extraído de un líquido a temperatura de  $50^\circ\text{C}$  y sumergido en un líquido que está a  $100^\circ\text{C}$  en el instante  $t = 0$  produjo los siguientes valores de f.e.m.. Determine el 95% del tiempo de respuesta.

Tiempo (s)	0	20	40	60	80	100	120
f.e.m. (mV)	2.5	3.8	4.5	4.8	4.9	5.0	5.0

4. ¿Cuál es el error por no linealidad, expresado como porcentaje del rango total, que se produce cuando un potenciómetro de  $1 \text{ k}\Omega$  tiene una carga de  $10 \text{ k}\Omega$  y está a un tercio de su desplazamiento máximo?

5. ¿Cuál sería el cambio de la resistencia de un deformímetro de resistencia eléctrica, cuyo factor de calibración es de 2.1 y su resistencia es de  $50\ \Omega$  sometido a una deformación de 0.001?
6. Si le dan a escoger entre un codificador de eje diferencial y un codificador de eje absoluto para medir un desplazamiento angular, ¿cuál sería la principal diferencia en los resultados que se obtendrían utilizando estos métodos?
7. Para monitorear un desplazamiento lineal se utiliza un codificador de eje con un disco de pista con un radio de 50 mm. Si el codificador produce 256 pulsos por revolución, ¿cuántos pulsos se producen por un desplazamiento lineal de 200 mm?
8. Las especificaciones de un transformador diferencial variable giratorio presentan la siguiente información:  
 Rangos:  $\pm 30^\circ$ , error de linealidad  $\pm 0.5\%$  del rango total  
 $\pm 60^\circ$ , error de linealidad  $\pm 2.0\%$  del rango total  
 Sensibilidad: 1.1 (mV/V entrada)/grado  
 Impedancia: primaria  $750\ \Omega$ , secundaria  $2000\ \Omega$   
 ¿Cuál sería a) el error en una lectura de  $40^\circ$  debido a la no linealidad cuando el transformador se usa en el rango de  $\pm 60^\circ$ , y b) el cambio en la salida del voltaje por cada grado, si el voltaje de entrada es de 3 V?
9. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas del potenciómetro tipo película de plástico respecto del potenciómetro de bobina de alambre?
10. La información en las especificaciones de un sensor de presión formado por un diafragma que tiene deformímetros adheridos en su superficie es la siguiente:  
 Rangos: 0 a 1400 kPa, 0 a 35 000 kPa  
 Error por alinealidad:  $\pm 0.15\%$  del rango total  
 Error por histéresis:  $\pm 0.05\%$  del rango total  
 ¿Cuál es el error total debido a la no linealidad e histéresis correspondiente a una lectura de 1000 kPa en el rango de 0 a 1400 kPa?
11. Para monitorear el nivel de agua en un recipiente abierto se utiliza una celda de presión diferencial que responde a la diferencia de presión entre la base del recipiente y la atmósfera. Determine el rango de presiones diferenciales a las que la celda deberá responder si el nivel del agua varía entre una altura cero, que corresponde al punto de medición de la celda y 2 m por arriba de éste.
12. Para medir temperaturas entre 0 y  $400^\circ\text{C}$  se utiliza un termopar de hierro-constantán. ¿Cuál será el error por no linealidad expresado como porcentaje de la lectura a escala total a  $100^\circ\text{C}$  si se supone que existe una relación lineal entre la f.e.m. y la temperatura?  
 F.e.m. a  $100^\circ\text{C} = 5.268\text{ mV}$ ; f.e.m. a  $400^\circ\text{C} = 21.846\text{ mV}$
13. Un detector de temperatura por resistencia hecho de platino tiene una resistencia de  $100.00\ \Omega$  a  $0^\circ\text{C}$ ,  $138.50\ \Omega$  a  $100^\circ\text{C}$  y  $175.83\ \Omega$  a  $200^\circ\text{C}$ . ¿Cuál sería el error por no linealidad en  $^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ , si el detector muestra una relación lineal entre 0 y  $200^\circ\text{C}$ ?



14. ¿Sería adecuado, para medir presiones del orden de 100 kPa con una exactitud de  $\pm 5$  kPa en un ambiente donde la temperatura permanece razonablemente constante, alrededor de  $20^\circ\text{C}$ , un sensor de presión con deformímetro con las siguientes especificaciones?

Rangos: 2 a 70 MPa, 70 kPa a 1 MPa

Excitación: 10 V cd o ca (r.m.s)

Rango total de la salida: 40 mV

Errores por no linealidad e histéresis:  $\pm 0.5\%$

Rango de temperatura:  $-54$  a  $+120^\circ\text{C}$

Desviación del cero térmica: 0.030% de la salida del rango total/ $^\circ\text{C}$

Sensibilidad de la desviación térmica: 0.030% de la salida del rango total/ $^\circ\text{C}$

15. Un sensor de flotador para determinar el nivel del agua en un recipiente tiene un flotador cilíndrico de masa 2.0 kg, un área transversal de  $20\text{ cm}^2$  y una longitud de 1.5 m. Flota en forma vertical en el agua, ejerce una presión ascendente sobre una varilla unida a su extremo y se desplaza hacia arriba. ¿Cuáles serán las fuerzas ascendentes mínima y máxima que el flotador ejerce en la varilla? Sugiera un método para monitorear la deformación de la varilla sujeta a la fuerza ascendente.
16. Sugiera un sensor que sea parte del sistema de control de un horno para monitorear la rapidez con la que el combustible fluye por la tubería. La salida producida por el sistema de medición debe ser una señal eléctrica que pueda utilizarse para ajustar la velocidad de la bomba de combustible. El sistema debe ser capaz de operar de manera continua y automática, sin ajuste, durante largos periodos.
17. Sugiera un tipo de sensor que forme parte de un sistema de control y sirva para determinar la diferencia de niveles entre los líquidos de dos recipientes. La señal de salida debe ser una señal eléctrica para el sistema de control.
18. Sugiera un tipo de sensor que sea parte de un sistema para controlar el espesor de una hoja de metal laminado mediante el monitoreo de su grosor, conforme sale de los rodillos. La hoja de metal se mueve de manera constante por lo que la medición debe realizarse con rapidez para dar tiempo a que se emprenda la acción correctiva. El sistema de medición deberá proporcionar una señal eléctrica.

# 3 Acondicionamiento de señales

## 3.1 Acondicionamiento de señales

La señal de salida del sensor de un sistema de medición en general se debe procesar de una forma adecuada para la siguiente etapa de la operación. La señal puede ser, por ejemplo, demasiado pequeña, y sería necesario amplificarla; podría contener interferencias que eliminar; ser no lineal y requerir su linealización; ser analógica y requerir su digitalización; ser digital y convertirla en analógica; ser un cambio en el valor de la resistencia, y convertirla a un cambio en corriente; consistir en un cambio de voltaje y convertirla en un cambio de corriente de magnitud adecuada, etcétera. A todas estas modificaciones se les designa en general con el término *acondicionamiento de señal*. Por ejemplo, la salida de un termopar es un pequeño voltaje de unos cuantos milivolts. Por lo tanto, es necesario utilizar un módulo acondicionador de señal para modificar dicha salida y convertirla en una señal de corriente de tamaño adecuado, contar con un medio para rechazar ruido, lograr una linealización, y una compensación por unión fría (es decir, la compensación cuando la unión fría no está a 0 °C).

### 3.1.1 Interconectándose con un microprocesador

Los dispositivos de entrada y de salida están conectados con un sistema de microprocesador mediante *puertos*. El término *interfaz* se refiere a un elemento que se usa para interconectar diversos dispositivos y un puerto. Existen así entradas de sensores, interruptores y teclados, y salidas para indicadores y actuadores. La más sencilla de las interfaces podría ser un simple trozo de alambre. En realidad, la interfaz cuenta con acondicionamiento de señal y protección; esta última previene daños en el sistema del microprocesador. Por ejemplo, cuando es necesario proteger las entradas de voltajes excesivos o de señales de polaridad equivocada.

Los microprocesadores requieren entradas de tipo digital; por ello, cuando un sensor produce una salida analógica, es necesario una conversión de señal analógica a digital. Sin embargo, muchos sensores sólo producen señales muy pequeñas, a veces de unos cuantos milivolts. Este tipo de señales es *insuficiente* para conver-



tirila de analógica a digital en forma directa, por lo que primero se debe amplificar. En las señales digitales también es necesario acondicionar la señal para mejorar su calidad. La interfaz requiere entonces varios elementos.

Hay también que considerar la salida del microprocesador, quizás para operar un actuador. Aquí también es necesaria una interfaz adecuada. Si el actuador requiere una señal analógica, la salida digital del microprocesador deberá convertirse en señal analógica. Podría también presentarse la necesidad de una protección para impedir que las señales que acaban de salir vuelvan a entrar al mismo puerto de salida, lo que dañaría al microprocesador.

### 3.1.2 Procesos del acondicionamiento de señales

Los siguientes son algunos de los procesos que se pueden presentar en el acondicionamiento de una señal:

1. *Protección* para evitar daño al siguiente elemento, por ejemplo un microprocesador, como consecuencia de un voltaje o una corriente elevados. Para tal efecto, se colocan resistencias limitadoras de corriente, fusibles que se funden si la corriente es demasiado alta, circuitos para protección por polaridad y limitadores de voltaje (ver la sección 3.3).
2. Convertir una señal *en un tipo de señal adecuado*. Sería el caso cuando es necesario convertir una señal a un voltaje de cd, o a una corriente. Por ejemplo, el cambio en la resistencia de un deformímetro se debe convertir en un cambio de voltaje. Para ello se utiliza un puente de Wheatstone y se aprovecha el voltaje de desbalance (ver la sección 3.5). Aquí también podría necesitarse una señal analógica o digital (ver la sección 3.6 sobre convertidores analógico-digital).
3. Obtención del *nivel* adecuado de la señal. En un termopar, la señal de salida es de unos cuantos milivolts. Si la señal se va a alimentar a un convertidor analógico a digital para después entrar a un microprocesador, será necesario ampliarla en forma considerable, haciéndola de una magnitud de milivolts a otra de volts. En la amplificación es muy común utilizar amplificadores operacionales (ver la sección 3.2).
4. Eliminación o reducción del *ruido*. Por ejemplo, para eliminar el ruido en una señal se utilizan filtros (ver sección 3.4).
5. *Manipulación* de la señal, por ejemplo, convertir una variable en una función lineal. Las señales que producen algunos sensores, por ejemplo los medidores de flujo, son alineales y hay que usar un acondicionador de señal para que la señal que se alimenta, en el siguiente elemento sea lineal (ver la sección 3.2.6).

En las siguientes secciones se presentan algunos de los elementos que se pueden emplear para acondicionar señales.

### 3.2 El amplificador operacional

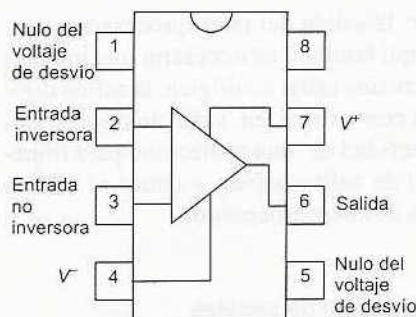


Figura 3.1 Conexiones de las terminales de un amplificador operacional 741

El fundamento de numerosos módulos para acondicionamiento de señal es el *amplificador operacional*. Este es un amplificador de alta ganancia de cd, en general de 100 000 o más, y está disponible como circuito integrado en *chips* de silicio. Tiene dos entradas: entrada inversora ( $-$ ) y entrada no inversora ( $+$ ). La salida depende de cómo se hagan las conexiones de estas entradas. Además de las anteriores, el amplificador operacional tiene otras entradas: una alimentación de voltaje negativo, una alimentación de voltaje positivo y dos entradas conocidas como nulo del voltaje de desvío, cuyo propósito es activar las correcciones que se deben hacer por el comportamiento no ideal del amplificador (ver sección 3.2.8). La figura 3.1 muestra las conexiones de las terminales de un amplificador operacional tipo 741.

En los siguientes párrafos se indica qué tipo de circuitos se utilizan con los amplificadores operacionales como acondicionadores de señal. Para más detalles se recomiendan textos más especializados, por ejemplo: *Feedback Circuits and Op. Amps* de D.H. Horrocks (Chapman y Hall, 1990) o *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits* de P.R. Gray y R.G. Meyer (Wiley, 1993).

#### 3.2.1 Amplificador inversor

En la figura 3.2 se muestran las conexiones de un amplificador cuando se usa como *amplificador inversor*. La entrada se lleva a la entrada inversora a través de la resistencia  $R_1$ , en tanto que la entrada no inversora se conecta a tierra. Se establece una trayectoria de retroalimentación que inicia en la salida, pasa por la resistencia  $R_2$  y llega a la entrada inversora. El amplificador operacional tiene una ganancia de voltaje de unos 100 000 y el cambio del voltaje de salida en general se limita casi a  $\pm 10$  V. El voltaje de entrada deberá estar entonces entre  $+0.0001$  V y  $-0.0001$  V, lo cual de hecho es cero; por ello el punto X es prácticamente un potencial de tierra y se le conoce como *tierra virtual*. La diferencia de potencial a través de  $R_1$  es  $(V_i - V_X)$ . Por lo tanto, un amplificador operacional ideal con ganancia infinita y, por lo tanto,  $V_X = 0$ , el voltaje de entrada  $V_i$  puede considerarse a través de  $R_1$ . Entonces:

$$V_i = I_1 R_1$$

La impedancia entre las terminales de entrada del amplificador operacional es muy alta: para el 741 es de unos  $2 \text{ M}\Omega$ . Por lo que de hecho en él no entra ninguna corriente a través de X. En un amplificador operacional ideal la impedancia de entrada es infinita, y por eso no fluye corriente por X. Por lo tanto, la corriente  $I_1$  que fluye por  $R_1$  debe ser la misma que fluye por  $R_2$ . La diferencia de potencial en  $R_2$  es de  $(V_X - V_o)$ , entonces dado que  $V_X$  es cero en un amplificador operacional ideal, la diferencia de potencial en  $R_2$  es  $-V_o$ . Por lo tanto:

$$-V_o = I_1 R_2$$

Dividiendo estas dos ecuaciones:

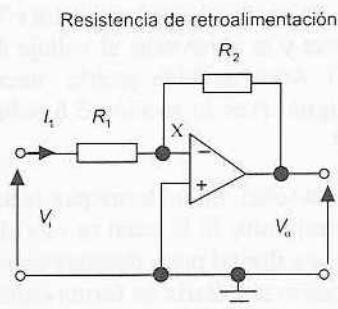


Figura 3.2 Amplificador inversor



$$\text{Ganancia en voltaje del circuito} = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Por lo tanto, la ganancia en voltaje del circuito sólo dependerá exclusivamente de los valores relativos entre  $R_2$  y  $R_1$ . El signo negativo indica que la salida está invertida, es decir, con un desfase de  $180^\circ$  en relación con la entrada.

Un ejemplo de lo anterior es un circuito de amplificador operacional con resistencia en la línea de entrada inversora de  $1\text{ M}\Omega$  y una resistencia de retroalimentación de  $10\text{ M}\Omega$ . ¿Cuál es la ganancia en voltaje del circuito?

$$\text{Ganancia en voltaje del circuito} = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{10}{1} = -10$$

Resistencia de retroalimentación

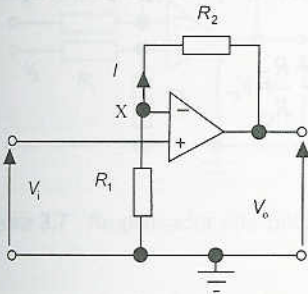


Figura 3.3 Amplificador no inversor

### 3.2.2 Amplificador no inversor

La figura 3.3 muestra el amplificador operacional conectado como amplificador no inversor. La salida se puede considerar como tomada de un circuito divisor de voltaje formado por una resistencia  $R_1$  conectada en serie con  $R_2$ . El voltaje  $V_X$  es, por lo tanto, la fracción  $R_1/(R_1 + R_2)$  del voltaje de salida.

$$V_X = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$$

Dado que casi no hay corriente entre las dos entradas del amplificador operacional, prácticamente tampoco hay diferencia de potencial entre dichas entradas. Dado que en el caso de un amplificador operacional ideal,  $V_X = V_i$ , se cumple que:

$$\text{Ganancia en voltaje del circuito} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Un caso especial de este amplificador es cuando la malla de retroalimentación está en cortocircuito, es decir,  $R_2 = 0$ . En este caso la ganancia en voltaje es 1. La entrada al circuito se realiza mediante una resistencia de valor grande, en general de  $2\text{ M}\Omega$ . La resistencia de salida, es decir, la resistencia entre la terminal de salida y la línea de tierra es mucho menor, por ejemplo de  $75\ \Omega$ . De esta manera, la resistencia del circuito siguiente es más o menos pequeña y es menos probable que produzca una carga para ese circuito. A este tipo de amplificador se le conoce como *seguidor de voltaje*; en la figura 3.4 se muestra el circuito básico.

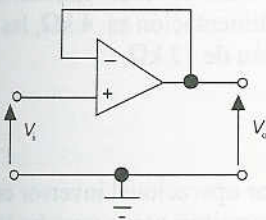


Figura 3.4 Seguidor de voltaje

Resistencia de retroalimentación

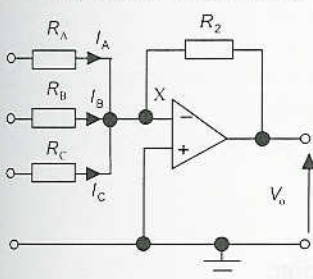


Figura 3.5 Amplificador sumador

### 3.2.3 Amplificador sumador

En la figura 3.5 se muestra el circuito de un amplificador sumador. Al igual que el amplificador inversor (sección 3.2.1), X es una tierra virtual. Por lo tanto, la suma de las corrientes que entran a X debe ser igual a la suma de corrientes que salen. Por consiguiente:

$$I = I_A + I_B + I_C$$

Sin embargo,  $I_A = V_A/R_A$ ,  $I_B = V_B/R_B$  e  $I_C = V_C/R_C$ . Además, esta misma corriente  $I$  pasa por la resistencia de retroalimentación. La diferencia de potencial en  $R_2$  es  $(V_X - V_O)$ . Por lo tanto, dado que  $V_X$  puede valer cero, dicha diferencia es  $-V_O$  y por eso  $I = -V_O/R_2$ . Entonces

$$-\frac{V_O}{R_2} = \frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C}$$

De esta manera, la salida es la suma de las partes proporcionales de las entradas, es decir:

$$V_O = -\left(\frac{R_2}{R_A}V_A + \frac{R_2}{R_B}V_B + \frac{R_2}{R_C}V_C\right)$$

Si  $R_A = R_B = R_C = R_1$  entonces:

$$V_O = -\frac{R_1}{R_2}(V_A + V_B + V_C)$$

Para ejemplificar lo anterior, considere el diseño de un circuito para producir un voltaje de salida que sea el promedio de los voltajes de entrada de tres sensores. Suponiendo que es posible aceptar una salida invertida, el circuito de la figura 3.5 sería útil. Cada una de las tres entradas debe dimensionarse a una proporción de 1/3 para que dé una salida del promedio. Por lo tanto, en el circuito se requiere una ganancia de voltaje de 1/3 del valor de cada entrada. Por consiguiente, si la resistencia de retroalimentación es 4 k $\Omega$ , las resistencias de cada brazo de entrada serán de 12 k $\Omega$ .

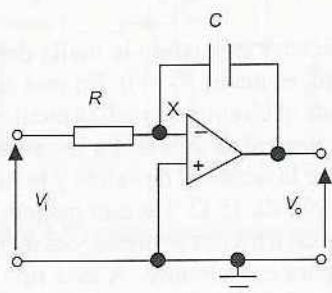


Figura 3.6 Amplificador integrador

### 3.2.4 Amplificador integrador

Considere el circuito de un amplificador operacional inversor en el que la retroalimentación la realiza el capacitor, como muestra la figura 3.6. La corriente es la rapidez con que se mueve una carga  $q$ , y dado que para un capacitor la carga es  $q = Cv$ , donde  $v$  es el voltaje, entonces la corriente a través del capacitor es  $i = dq/dt = C dv/dt$ . La diferencia de potencial en  $C$  es de  $(v_X - v_O)$ , y dado que  $v_X$  en realidad es cero, y que es la tierra virtual, es igual a  $-v_O$ . En esta forma, la corriente que pasa por el capacitor es igual a  $-C dv_O/dt$ . Pero ésta también es la corriente que pasa por la resistencia de entrada  $R$ . Por lo tanto:

$$\frac{v_i}{R} = -C \frac{dv_O}{dt}$$

Reordenando:

$$dv_O = -\left(\frac{1}{RC}\right)v_i dt$$

Integrando ambos lados de la ecuación:

$$v_O(t_2) - v_O(t_1) = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} v_i dt$$



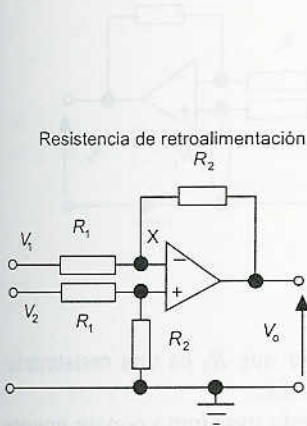


Figura 3.7 Amplificador diferencial

$v_o(t_2)$  es el voltaje de salida en el momento  $t_2$  y  $v_o(t_1)$  es el voltaje de salida en el momento  $t_1$ . La salida es proporcional a la integral del voltaje de entrada, es decir, el área debajo de la gráfica del voltaje de entrada en función del tiempo.

Si el capacitor y la resistencia se intercambian en el circuito por el amplificador integrador, se obtiene un circuito diferenciador.

### 3.2.5 Amplificador diferencial

El amplificador diferencial amplifica la diferencia entre dos voltajes de entrada. En la figura 3.7 se muestra el circuito correspondiente. Dado que por la elevada resistencia del amplificador operacional no circula corriente entre las dos terminales de entrada, no hay caída de voltaje y, por lo tanto, las dos entradas X están al mismo potencial. El voltaje  $V_2$  está en las resistencias en serie  $R_1$  y  $R_2$ . El potencial  $V_X$  en X es

$$\frac{V_X}{V_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

La corriente que pasa por la resistencia de retroalimentación debe ser igual a la de  $V_1$  y que pasa por  $R_1$ . Por lo tanto:

$$\frac{V_1 - V_X}{R_1} = \frac{V_X - V_o}{R_2}$$

La cual se puede reordenar para obtener:

$$\frac{V_o}{R_2} = V_X \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{V_1}{R_1}$$

Sustituyendo  $V_X$  con base en la ecuación anterior:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

Es decir, la salida es una medida de la diferencia entre los dos voltajes de entrada.

La figura 3.8 ilustra la aplicación de este circuito en un sensor, es decir, en un termopar. La diferencia de voltaje en las f.e.m. de las dos uniones del termopar se amplifica. Se eligen los valores de  $R_1$  y  $R_2$  para producir un circuito con una salida de, por ejemplo, 10 mV para una diferencia de 10 °C en la temperatura de las uniones del termopar, y se supone que dicha temperatura produce entre las uniones una diferencia de f.e.m. de 530  $\mu$ V. Para el circuito se tiene entonces:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

$$10 \times 10^{-3} = \frac{R_2}{R_1} \times 530 \times 10^{-6}$$

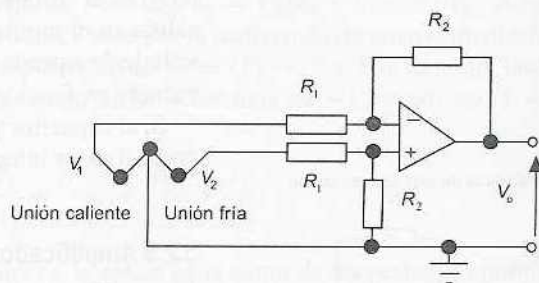


Figura 3.8 Amplificador diferencial con un termopar

Por lo tanto,  $R_2/R_1 = 18.9$ . Suponga que  $R_1$  es una resistencia de  $10\text{ k}\Omega$ , entonces  $R_2$  debe ser de  $189\text{ k}\Omega$ .

El amplificador diferencial se puede usar junto con un puente de Wheatstone (ver la sección 3.6), quizá del tipo que tiene sensores con deformímetro en sus brazos para amplificar la diferencia de potencial del desbalance que se produce cuando cambia la resistencia de uno o varios de los brazos. Si el puente está balanceado, las dos terminales de salida del puente están al mismo potencial; por lo tanto, no hay diferencia de potencial de salida. Las terminales de salida del puente podrían estar, digamos a  $5.00\text{ V}$ . Por lo tanto, las dos entradas del amplificador diferencial están a  $5.00\text{ V}$ . Cuando el puente ya no está balanceado podría suceder que una de las terminales de salida estuviera a  $5.01\text{ V}$  y la otra a  $4.99\text{ V}$ , por lo que las entradas en el amplificador diferencial serían de  $5.01$  y  $4.99\text{ V}$ . El amplificador amplifica esta diferencia con base en un voltaje de  $0.02\text{ V}$ ; la señal original de  $5.00\text{ V}$  común a las dos entradas se conoce como *voltaje en modo común*,  $V_{MC}$ . Para que el amplificador sólo amplifique la diferencia entre las dos señales, se supone que los dos canales de entrada están acoplados con perfección y que la alta ganancia del amplificador operacional es la misma en ambos. En la práctica, esto no se logra de manera perfecta, por lo que la salida no es del todo proporcional a la diferencia entre los dos voltajes de entrada. Por lo tanto, la salida es:

$$V_o = G_d \Delta V + G_{MC} V_{MC}$$

donde  $G_d$  es la ganancia de la diferencia en voltaje  $\Delta V$ ,  $G_{MC}$  la ganancia del voltaje en modo común,  $V_{MC}$ . Cuanto menor sea el valor de  $G_{MC}$  menor será el efecto del voltaje en modo común de la salida. El grado de desviación de un amplificador operacional respecto de una situación ideal se define mediante la *relación de rechazo de modo común* (RRMC)

$$\text{RRMC} = \frac{G_d}{G_{MC}}$$



Para reducir al mínimo el efecto del voltaje en modo común a la salida es necesario utilizar una RRMC grande. El valor de las relaciones de rechazo en modo común en general se especifican en decibeles (dB). Por lo tanto, en una escala de decibeles una RRMC, digamos de 10 000 sería igual a  $20 \log 10\,000 = 80$  dB. Un amplificador operacional típico tiene una RRMC de entre 80 y 100 dB.

En un *amplificador para instrumentación* típico se utilizan tres amplificadores operacionales (figura 3.9), en vez de uno solo, circuito que se puede obtener como circuito integrado. Este tipo de circuitos tiene una impedancia de entrada alta en general de unos 300 M $\Omega$ , una ganancia de voltaje alta y una RRMC excelente, de más de 100 dB. En la primera etapa se encuentran los amplificadores  $A_1$  y  $A_2$ , uno de los cuales está conectado como amplificador inversor y el resto como no inversor. El  $A_3$  es un amplificador diferencial cuyas entradas provienen de  $A_1$  y de  $A_2$ .

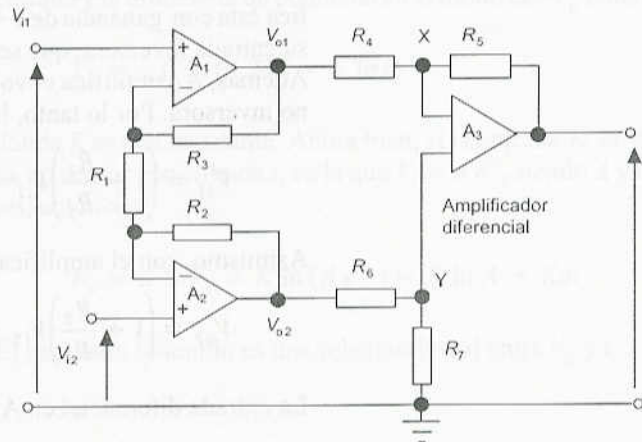


Figura 3.9 Amplificador usado en instrumentación

Dado que  $A_3$  casi no pasa corriente, la que pasa por  $R_4$  es igual a la de  $R_5$ . Por lo tanto:

$$\frac{V_{o1} - V_X}{R_4} = \frac{V_X - V_o}{R_5}$$

La entrada diferencial en  $A_3$  es de hecho cero, por lo que  $V_Y = V_X$ . Por ello, la ecuación anterior se puede expresar como:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right)V_Y - \frac{R_5}{R_4}V_{o1}$$

$R_6$  y  $R_7$  forman un divisor de voltaje en el voltaje,  $V_{o2}$ , por lo tanto:

$$V_Y = \frac{R_6}{R_6 + R_7}V_{o2}$$

Con base en la ecuación anterior:

$$V_o = \frac{1 + \frac{R_5}{R_4}}{1 + \frac{R_7}{R_6}} V_{o2} - \frac{R_5}{R_4} V_{o1}$$

Ahora bien, eligiendo valores de resistencia adecuados se obtienen factores multiplicadores idénticos para las dos entradas del amplificador operacional. Para lo anterior se requiere:

$$1 + \frac{R_5}{R_4} = \left(1 + \frac{R_7}{R_6}\right) \frac{R_5}{R_4}$$

y, por lo tanto,  $R_4/R_5 = R_6/R_7$ .

Podemos aplicar el principio de superposición, es decir, considerar que la salida que produce cada fuente actúa sola y luego sumarmas para obtener la respuesta total. En el amplificador  $A_1$  la entrada es la señal diferencial  $V_{i1}$  y está en su entrada no inversora, la cual amplifica ésta con ganancia de  $1 + R_3/R_1$ . También tiene una entrada  $V_{i2}$  en su entrada inversora, que se amplifica con una ganancia de  $-R_3/R_1$ . Además,  $A_1$  amplifica el voltaje en modo común,  $V_{MC}$ , de la entrada no inversora. Por lo tanto, la salida de  $A_1$  es:

$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) V_{i1} - \left(\frac{R_3}{R_1}\right) V_{i2} + \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) V_{MC}$$

Asimismo, con el amplificador  $A_2$  se obtiene:

$$V_{o2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{i2} - \left(\frac{R_2}{R_1}\right) V_{i1} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{MC}$$

La entrada diferencial en  $A_3$  es  $V_{o1} - V_{o2}$  y, por lo tanto:

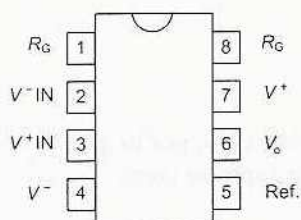
$$\begin{aligned} V_{o2} - V_{o1} = & \left(1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{i1} - \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_3}{R_1}\right) V_{i2} \\ & + \left(\frac{R_3}{R_1} - \frac{R_2}{R_1}\right) V_{MC} \end{aligned}$$

Si  $R_2 = R_3$  desaparece el término del voltaje en modo común y, por lo tanto:

$$V_{o2} - V_{o1} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) (V_{i1} - V_{i2})$$

La ganancia total es, entonces,  $(1 + 2R_2/R_1)$ , la que en general se ajusta variando  $R_1$ .

La figura 3.10 muestra las conexiones de terminales y algunos detalles de las especificaciones de un amplificador de instrumentación de propósito general de bajo costo (Burr-Brown INA114), cuyo diseño consta de tres amplificadores operacionales ya descritos. La ganancia se define conectando una resistencia externa  $R_G$  entre las terminales 1 y 8, siendo la ganancia igual a  $1 + 50/R_G$  cuando  $R_G$  se expresa en  $k\Omega$ . El término  $50 k\Omega$  se obtiene de la suma de las dos resistencias de retroalimentación internas.



Impedancia de entrada, modo común diferencial:  $10^{10} \Omega$  en paralelo con 6 pF  
Rango común de entrada:  $\pm 13.5 V$   
Rechazo en modo común,  $G = 1:90 \text{ dB}$ ,  $G = 1000:110 \text{ dB}$   
Rango de ganancia 1 a 10 000  
Error de ganancia: 2% máx.  
Voltaje de salida:  $\pm 13.7 V$  ( $V_S = \pm 15 V$ )

Figura 3.10 INA114



### 3.2.6 Amplificador logarítmico

La salida de algunos sensores no es lineal. Por ejemplo, la salida de un termopar no es una función perfectamente lineal de la diferencia de temperatura entre sus uniones. Entonces es necesario utilizar un acondicionador de señal para linealizar la salida de estos sensores. Para ello se utiliza un circuito de amplificador operacional diseñado para que la relación entre su entrada y su salida no sea lineal, de manera que cuando su entrada sea alineal, la salida sea lineal. Con este fin se utilizan las componentes adecuadas en la malla de retroalimentación.

El amplificador logarítmico de la figura 3.11 es un ejemplo de este acondicionador de señal. En la malla de retroalimentación hay un diodo (o un transistor con base aterrizada), cuyas características son no lineales. Su comportamiento podría representarse como  $V = C \ln I$ , donde  $C$  es una constante. Y, puesto que la corriente de la malla de retroalimentación es idéntica a la corriente de la resistencia de entrada y la diferencia de potencial en el diodo es  $-V_o$  tenemos que:

$$V_o = -C \ln (V_i / R) = K \ln V_i$$

Figura 3.11 Amplificador logarítmico

donde  $K$  es una constante. Ahora bien, si la entrada  $V_i$  la proporciona un sensor con entrada  $t$ , en la que  $V_i = A e^{at}$ , siendo  $A$  y  $a$  constantes, entonces:

$$V_o = K \ln V_i = K \ln (A e^{at}) = K \ln A + Kat$$

El resultado obtenido es una relación lineal entre  $V_o$  y  $t$ .

### 3.2.7 Comparador

Un comparador indica cuál de dos voltajes es mayor, y con ese fin se puede utilizar un amplificador operacional sin retroalimentación u otras componentes. Uno de los voltajes se aplica a la entrada inversora y el otro a la entrada no inversora (figura 3.12 a). La figura 3.12 b muestra la relación entre el voltaje de salida y la diferencia entre los dos voltajes de entrada. Cuando las dos entradas son iguales no hay salida. Sin embargo, cuando la entrada no inversora es mayor que la inversora por una cantidad mayor a una pequeña fracción de volt, la salida salta a un voltaje de saturación positivo estable, en general de +10 V. Cuando la entrada inversora es mayor que la no inversora, la salida salta a un voltaje de saturación negativo estable, casi siempre de -10 V. Este tipo de circuito puede determinar en qué momento un voltaje rebasa cierto nivel, y la salida quizá se utilice para iniciar una acción.

Como ejemplo de lo anterior, considere el circuito de la figura 3.13. Está diseñado para que cuando se alcance una temperatura crítica se active un relevador y se inicie una respuesta. El circuito tiene un puente de Wheatstone dotado de un termistor en uno de sus bra-

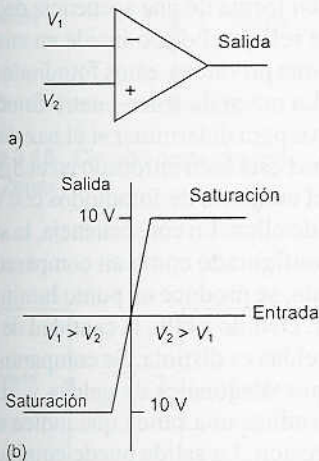


Figura 3.12 Comparador

zos. Las resistencias del puente se eligen de manera que a la temperatura crítica el puente esté balanceado. Cuando la temperatura es inferior a este valor, la resistencia  $R_1$  del termistor es mayor que la resistencia  $R_2$  y el puente está desbalanceado. En consecuencia existe una diferencia de voltaje entre las entradas del amplificador operacional y produce una salida inferior a su nivel de saturación. Con ello, el transistor permanece desactivado, es decir, las uniones base-emisor y base-colector están polarizadas de manera inversa por lo que en la bobina del relevador no pasa corriente. Cuando la temperatura aumenta y la resistencia del termistor disminuye, el puente se balancea y el amplificador operacional pasa a su nivel de saturación superior. De esta manera, el transistor se activa, es decir, sus uniones se polarizan en forma directa y el relevador se energiza.

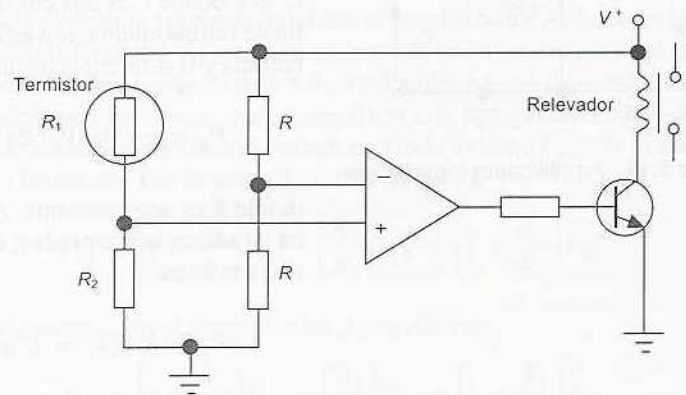


Figura 3.13 Circuito interruptor de temperatura

Otro ejemplo de la aplicación de un comparador es el sistema que se usa para garantizar que en un reproductor de CD el haz de rayo láser se enfoque de manera adecuada en la superficie del disco. En este caso, las lentes sirven para enfocar el haz de láser en el CD; en éste la información de audio es guardada en forma de una secuencia de hoyuelos y puntos planos. La luz que refleja el disco incide en cuatro fotodiodos (figura 3.14). La salida que producen estos fotodiodos se emplea para reproducir el sonido. La razón de tener cuatro fotodiodos es que este arreglo también sirve para determinar si el haz de láser está bien enfocado. Cuando el haz está bien enfocado en el disco, el punto circular de luz cae sobre el conjunto de fotodiodos con una distribución uniforme en cada uno de ellos. En consecuencia, la salida del amplificador operacional, configurado como un comparador, es de cero. Si el haz está desenfocado, se produce un punto luminoso de forma elíptica en vez de circular. Debido a ello, la cantidad de luz que incide en cada una de las fotoceldas es distinta. Se comparan las salidas que producen los dos grupos diagonales de celdas y, dado que son distintos, el comparador produce una salida que indica si el haz está desenfocado y en qué dirección. La salida puede emplearse para iniciar una acción correctora que ajuste los lentes que enfocan el haz en el disco.

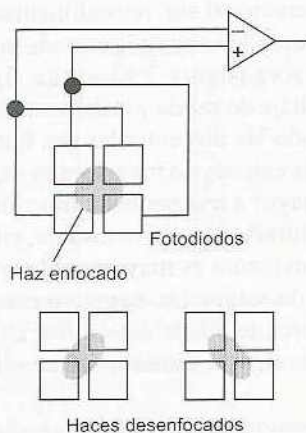


Figura 3.14 Sistema de enfoque de un reproductor de CD



### 3.2.8 Errores de los amplificadores

Los amplificadores operacionales en la práctica no corresponden al elemento perfecto (ideal) descrito en las secciones anteriores de este capítulo. Un problema en especial importante relacionado con lo anterior es el del *voltaje de desvío*.

Los amplificadores operacionales son amplificadores de elevada ganancia que también amplifican la diferencia entre sus dos entradas. Por lo tanto, si éstas se ponen en corto es de esperar que no haya salida. Sin embargo, en la práctica esto no sucede así y es posible detectar la presencia de un voltaje de salida muy grande. Este efecto se produce por desequilibrios de los circuitos internos de los amplificadores operacionales. Para reducir a cero el voltaje de salida se aplica un voltaje adecuado entre las terminales de entrada, al cual se le conoce como *voltaje de desvío*. Muchos amplificadores operacionales están diseñados de manera que este voltaje se les aplique a través de un potenciómetro. En el 741 se hace conectando un potenciómetro de 10 k $\Omega$  entre las terminales 1 y 5 (ver la figura 3.1) y conectando el contacto deslizante del potenciómetro a una fuente de voltaje negativa (figura 3.15). Los desbalances dentro del amplificador operacional se corrigen ajustando la posición del contacto deslizante hasta que al no haber una entrada en el amplificador no se produzca una salida.

Para mayores detalles de lo anterior y otras características de comportamiento no ideal, se sugiere consultar los textos mencionados en la sección 3.1.

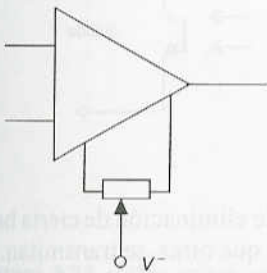


Figura 3.15 Corrección del voltaje de desvío

### 3.3 Protección

Existen diversas situaciones en las que la conexión de un sensor con la unidad siguiente, por ejemplo un microprocesador, entraña la posibilidad de causar daños como resultado quizás de un voltaje o corriente elevados. Para protegerse contra corrientes grandes en la línea de entrada se incorpora una serie de resistencias que limiten la corriente a un nivel aceptable y un fusible que se funda cuando la corriente excede un nivel seguro. Contra altos voltajes y polaridades equivocadas se utiliza un circuito con diodo Zener (figura 3.16). Los diodos Zener se comportan como diodos comunes hasta que se presenta un voltaje de ruptura, a partir del cual se convierten en conductores. Si se desea el paso de un voltaje como máximo de 5 V, al tiempo que se rechacen voltajes de más de 5.1 V, se utiliza un diodo Zener con especificación de voltaje de 5.1 V. De esta manera el voltaje en el diodo, y por lo tanto el que se alimenta al siguiente circuito, disminuye. Dado que el diodo Zener tiene baja resistencia a la corriente en una dirección y una resistencia elevada en la dirección contraria, también sirve como protección contra polaridades invertidas. Si el diodo se conecta con la polaridad correcta, produce una elevada resistencia a través de la salida y una elevada caída de voltaje. Si la polaridad de la fuente está invertida, la resistencia del diodo es baja y pequeña la caída de voltaje a la salida.

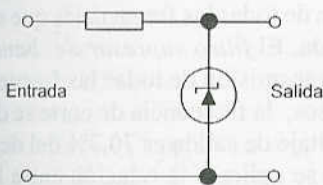


Figura 3.16 Circuito protector con diodo Zener

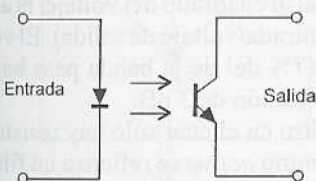


Figura 3.17 Optoaislador

En algunas situaciones es deseable aislar del todo los circuitos y eliminar todas las conexiones eléctricas entre ellos. Para ello se utili-



za un *optoaislador*; implica convertir una señal eléctrica en una señal óptica; ésta pasa a un detector que, a su vez, la vuelve a convertir en señal eléctrica; la figura 3.17 muestra este dispositivo. La señal de entrada se alimenta por un diodo emisor de luz infrarroja (LED). La señal infrarroja se detecta mediante un fototransistor. El circuito protector de un microprocesador es muy parecido al que muestra la figura 3.18; para evitar que la polaridad del LED esté invertida o aplicar un voltaje demasiado elevado, se puede proteger con un circuito con diodo Zener, como el de la figura 3.16; si en la entrada además se aplica una señal alterna, en la línea de entrada se coloca un diodo para rectificar dicha señal.

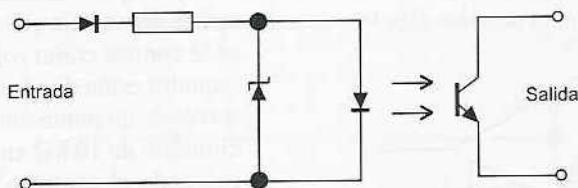


Figura 3.18 Circuito protector

### 3.4 Filtrado

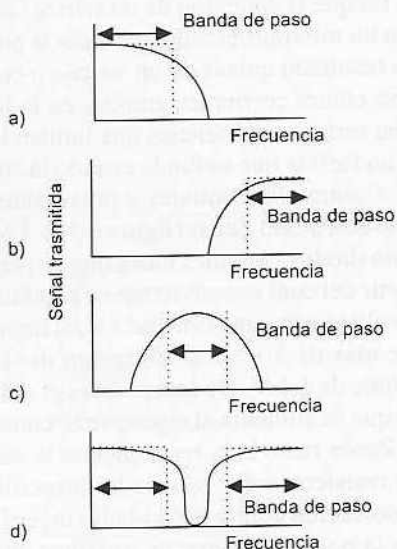


Figura 3.19 Características de los filtros ideales: a) pasa bajas, b) pasa altas, c) pasa bandas, d) supresor de banda

El término *filtrado* se refiere al proceso de eliminación de cierta banda de frecuencias de una señal y permite que otras se transmitan. El rango de frecuencias que pasa un filtro se conoce como *banda de paso*, y el que no pasa como *banda de supresión*; la frontera entre lo que se suprime y lo que se pasa se conoce como *frecuencia de corte*. Los filtros se clasifican de acuerdo con los rangos de frecuencia que transmiten o rechazan. Un *filtro pasa bajas* (figura 3.19a) tiene una pasa bandas que acepta la transmisión de todas las frecuencias desde 0, hasta cierto valor. El *filtro pasa altas* (figura 3.19b) tiene una pasa banda que permite la transmisión de todas las frecuencias a partir de un determinado valor hasta un valor infinito. El *filtro pasa bandas* (figura 3.19c) permite la transmisión de todas las frecuencias que están dentro de una banda especificada. El *filtro supresor de banda* (figura 3.19d) rechaza e impide la transmisión de todas las frecuencias de cierta banda. En todos los casos, la frecuencia de corte se define como aquella para la cual el voltaje de salida es 70.7% del de la pasa banda. El término *atenuación* se aplica a la relación entre las potencias de entrada y de salida, expresada como la relación del logaritmo de la relación, por lo que la atenuación se expresa en unidades de belios. Dado que ésta es una magnitud bastante grande, se utilizan los decibeles (dB), de ahí que la atenuación expresada en  $\text{dB} = 10 \log (\text{potencia de entrada}/\text{potencia de salida})$ . Puesto que la potencia en una impedancia es proporcional al cuadrado del voltaje, la atenuación en  $\text{dB} = 20 \log (\text{voltaje de entrada}/\text{voltaje de salida})$ . El voltaje de salida correspondiente al 70.7% del de la banda pasa bajas corresponde, por lo tanto, a una atenuación de 3 dB.

El término *pasivo* describe un filtro en el cual sólo hay resistencias, capacitores e inductores. El término *activo* se refiere a un filtro en el que también hay un amplificador operacional. Los filtros pasivos tienen la desventaja de que la corriente que absorbe el siguiente



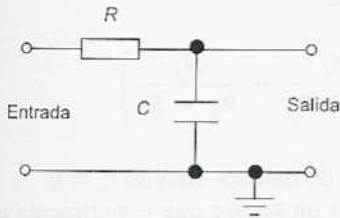


Figura 3.20 Filtro pasivo pasabajas

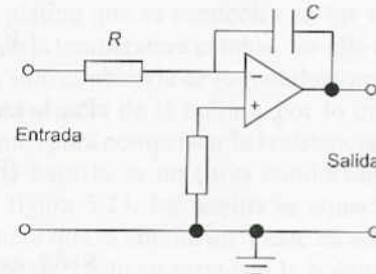


Figura 3.21 Filtro activo pasabajas

### 3.5 El puente de Wheatstone

elemento puede modificar la característica de frecuencia del filtro. Estos problemas no se presentan en los filtros activos.

Es muy común que los filtros pasa bajas se utilicen en parte del acondicionamiento de señales, debido a que la mayor parte de la información útil que se transmite es de baja frecuencia. Dado que el ruido tiende a producirse a frecuencias mayores, el filtro pasa bajas puede ser útil para bloquearlo. De esta manera, el filtro pasa bajas se elige con una frecuencia de corte de 40 Hz para bloquear las señales de interferencia de la línea de alimentación comercial y el ruido en general. La figura 3.20 muestra las configuraciones básicas que se pueden utilizar para un filtro pasa bajas pasivo y la figura 3.21, la forma básica de un filtro pasa bajas activo. Para mayores detalles sobre filtros se recomienda la lectura de *Filter Handbook* de S. Niwiadomski (Heinemann Newnes, 1989).

El *puente de Wheatstone* se utiliza para convertir un cambio de resistencia en uno de voltaje. En la figura 3.22 se muestra la configuración básica de este puente. Cuando el voltaje de salida  $V_o$  es cero, el potencial en B debe ser igual al potencial en D. La diferencia de potencial en  $R_1$ , es decir,  $V_{AB}$ , debe ser igual a la diferencia en  $R_3$ , o sea,  $V_{AD}$ . Por lo tanto,  $I_1 R_1 = I_2 R_2$ . También significa que la diferencia de potencial en  $R_2$ , es decir,  $V_{BC}$ , debe ser igual a la de  $R_4$ , es decir  $V_{DC}$ . Dado que en BD no hay corriente, la de  $R_2$  debe ser igual a la que hay en  $R_1$  y la corriente en  $R_4$  debe ser la misma de  $R_3$ . Por consiguiente,  $I_1 R_2 = I_2 R_4$ . Dividiendo las dos ecuaciones se obtiene:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Se dice que el puente está *balanceado*.

Considere qué sucede cuando una de las resistencias cambia su condición de balance. El voltaje de alimentación  $V_s$  se conecta entre los puntos A y C, y por eso la caída de potencial en la resistencia  $R_1$  es la fracción  $R_1 / (R_1 + R_2)$ . Por lo tanto:

$$V_{AB} = \frac{V_s R_1}{R_1 + R_2}$$

De igual manera, la diferencia de potencial en  $R_3$  es:

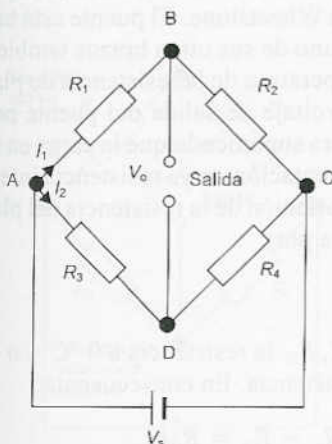


Figura 3.22 Puente de Wheatstone

$$V_{AD} = \frac{V_s R_3}{R_3 + R_4}$$

De esta manera, la diferencia de potencial entre B y D, es decir, la diferencia de potencial a la salida  $V_o$  es:

$$V_o = V_{AB} - V_{AD} = V_s \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

Esta ecuación expresa la condición de balance cuando  $V_o = 0$ .

Suponga que la resistencia  $R_1$  es un sensor que experimenta un cambio en su resistencia. Un cambio en la resistencia de  $R_1$  a un valor  $R_1 + \delta R_1$  produce un cambio en la salida que va de  $V_o$  a  $V_o + \delta V_o$ , donde:

$$V_o + \delta V_o = V_s \left( \frac{R_1 + \delta R_1}{R_1 + \delta R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

Por lo tanto:

$$(V_o + \delta V_o) - V_o = V_s \left( \frac{R_1 + \delta R_1}{R_1 + \delta R_1 + R_2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

Si  $\delta R_1$  es mucho menor que  $R_1$ , la ecuación anterior se aproxima a:

$$\delta V_o \approx V_s \left( \frac{\delta R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

Con esta aproximación, el cambio del voltaje de salida es proporcional al cambio en la resistencia del sensor. Así se obtiene el voltaje de salida cuando no hay resistencia de carga en la salida. Si la hubiera, se tendría que considerar el efecto de la carga.

Como ejemplo de lo anterior, considere un sensor de temperatura por resistencia de platino cuya resistencia a  $0^\circ\text{C}$  es de  $100\ \Omega$  y que es uno de los brazos de un puente de Wheatstone. El puente está balanceado a esta temperatura y cada uno de sus otros brazos también vale  $100\ \Omega$ . Si el coeficiente de temperatura de la resistencia de platino es de  $0.0039/\text{K}$ , ¿cuál será el voltaje de salida del puente por cada grado que cambia la temperatura suponiendo que la carga en la salida sea infinita? El voltaje de alimentación, cuya resistencia interna es despreciable, es de  $6.0\ \text{V}$ . La variación de la resistencia del platino con la temperatura se representa por:

$$R_t = R_0 (1 + at)$$

Donde  $R_t$  es la resistencia a  $t^\circ\text{C}$ ,  $R_0$  la resistencia a  $0^\circ\text{C}$  y  $a$  el coeficiente de temperatura de la resistencia. En consecuencia:

$$\text{cambio en la resistencia} = R_t - R_0 = R_0 at$$

$$= 100 \times 0.0039 \times 1 = 0.39\ \Omega / \text{K}$$



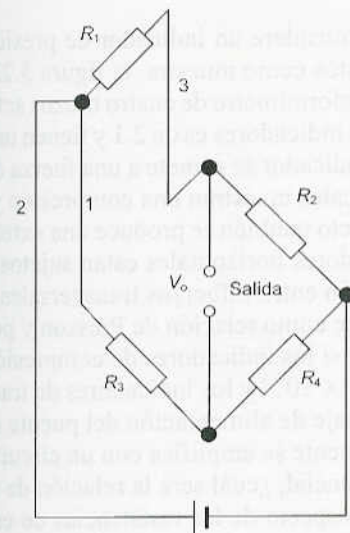
Dado que este cambio en la resistencia es pequeño comparado con el valor de  $100\ \Omega$ , es posible utilizar la ecuación aproximada. Por lo tanto:

$$\delta V_0 \approx V_s \left( \frac{\delta R_1}{R_1 + R_2} \right) = \frac{6.0 \times 0.39}{100 + 100} = 0.012\text{ V}$$

### 3.5.1 Compensación por temperatura

En muchas mediciones en las que participa un sensor de tipo resistivo, el elemento sensor puede estar situado en uno de los extremos de conductores largos. No sólo el sensor, también la resistencia de estos conductores se afecta por los cambios de temperatura. Por ejemplo, un sensor de temperatura de resistencia de platino está formado por una bobina de platino que se encuentra en los extremos de los conductores. Cuando la temperatura cambia, no sólo cambia la resistencia de la bobina, sino también la de los conductores. Lo único que se necesita es la resistencia de la bobina, por lo que se requieren ciertos procedimientos para compensar la resistencia de los conductores. Una forma de hacerlo es unir tres conductores a la bobina, como muestra la figura 3.23. La bobina se conecta al puente de Wheatstone de manera que el conductor 1 esté en serie con la resistencia  $R_3$  y el conductor 3 esté en serie con la bobina de resistencia de platino  $R_1$ . El conductor 2 es la conexión con la fuente de alimentación. Cualquier cambio que se produzca en la resistencia de los conductores es muy probable que afecte de manera similar a los tres conductores restantes, dado que son del mismo material, diámetro, longitud y todos están juntos. En consecuencia, los cambios en la resistencia del conductor se producen exactamente igual en dos de los brazos del puente, anulándose entre sí, cuando  $R_1$  y  $R_3$  tienen el mismo valor.

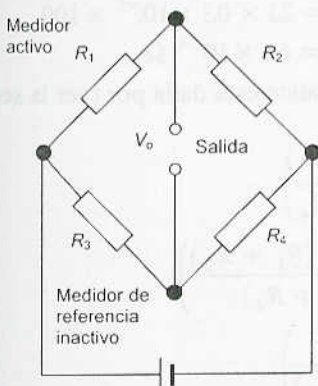
Figura 3.23 Compensación por conductores



El deformímetro de resistencia eléctrica es otro sensor en el que es necesario compensar los efectos de la temperatura. La resistencia del deformímetro cambia al aplicar un esfuerzo. Por desgracia, también cambia con la temperatura. Una manera de eliminar el efecto por la temperatura es con un *deformímetro patrón inactivo*. Éste es idéntico al que está sometido a esfuerzo, el indicador activo, y está montado en el mismo material, aunque no está sometido al esfuerzo. Se encuentra cerca del indicador activo, por lo que sufre los mismos cambios por efecto de la temperatura. Por lo tanto, un cambio de temperatura producirá en ambos indicadores un cambio en sus resistencias de la misma magnitud. El indicador activo está montado en uno de los brazos del puente de Wheatstone (figura 3.24) y el indicador patrón inactivo en el otro, de manera que los efectos por los cambios en la resistencia inducidos por la temperatura se anulan entre sí.

Los deformímetros se utilizan con frecuencia en combinación con otros sensores como son los indicadores de presión o los indicadores de presión tipo diafragma para medir desplazamientos. En estos casos también es necesaria una compensación por temperatura. Si bien es posible utilizar los indicadores patrón inactivos, es más re-

Figura 3.24 Compensación mediante deformímetros



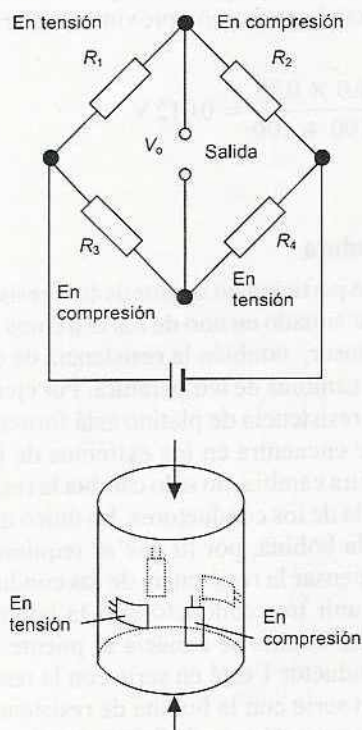


Figura 3.25 Puente deformímetro activo con cuatro brazos

comendable emplear cuatro deformímetros. Dos de ellos se colocan de manera que al aplicarles fuerzas estén en tensión, y los dos restantes sufran una compresión. El indicador de presión de la figura 3.25 muestra esta configuración. Los indicadores que están en tensión aumentarán su resistencia, en tanto que los que están comprimidos la disminuirán. Dado que los indicadores se conectan como los cuatro brazos de un puente de Wheatstone (figura 3.25), y todos se afectan de idéntica manera por los cambios de temperatura, la configuración se compensa por temperatura. Esta configuración produce un voltaje de salida mucho mayor que el que se obtiene con un indicador activo.

Para ejemplificar lo anterior, considere un indicador de presión con cuatro deformímetros dispuestos como muestra la figura 3.25, el cual se utilizará con un puente deformímetro de cuatro brazos activos. El factor de calibración de los indicadores es de 2.1 y tienen una resistencia de  $100 \Omega$ . Cuando el indicador se somete a una fuerza de compresión, los indicadores verticales muestran una compresión y, dado que cuando se oprime un objeto también se produce una extensión en sentido lateral, los indicadores horizontales están sujetos a un esfuerzo de tracción (la relación entre esfuerzos transversales y esfuerzos longitudinales se conoce como relación de Poisson y por lo general es de 0.3). Por lo tanto, si los indicadores de compresión se someten a un esfuerzo de  $-1.0 \times 10^{-5}$  y los indicadores de tracción a uno de  $+0.3 \times 10^{-5}$ , el voltaje de alimentación del puente es de 6 V y el voltaje de salida del puente se amplifica con un circuito de amplificador operacional diferencial, ¿cuál será la relación de la resistencia de retroalimentación respecto de las resistencias de entrada de las dos entradas del amplificador, si la carga produce una salida de 1 mV?

El cambio en la resistencia de un indicador sujeto a un esfuerzo de compresión está dado por  $\Delta R/R = G\epsilon$ :

$$\begin{aligned}\text{Cambio en la resistencia} &= G\epsilon R = -2.1 \times 1.0 \times 10^{-5} \times 100 \\ &= -2.1 \times 10^{-3} \Omega\end{aligned}$$

Para un indicador sometido a una tensión:

$$\begin{aligned}\text{Cambio en la resistencia} &= G\epsilon R = 2.1 \times 0.3 \times 10^{-5} \times 100 \\ &= 6.3 \times 10^{-4} \Omega\end{aligned}$$

La diferencia de potencial de desbalance está dada por (ver la sección 3.5):

$$\begin{aligned}V_o &= V_s \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \\ &= V_s \left( \frac{R_1(R_3 + R_4) - R_3(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right) \\ &= V_s \left( \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right)\end{aligned}$$

Ahora cada una de las resistencias está cambiando. Podemos, sin embargo, despreciar los cambios si se comparan con los denomina-



dores donde el efecto de los cambios en la suma de las dos resistencias es insignificante. Por lo tanto:

$$V_o = V_s \left( \frac{(R_1 + \delta R_1)(R_4 + \delta R_4) - (R_2 + \delta R_2)(R_3 + \delta R_3)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right)$$

Si se desprecian los productos en los que  $\delta$  aparece como multiplicador, y dado que el puente al inicio está balanceado y  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ , entonces:

$$V_o = \frac{V_s R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} = \left( \frac{\delta R_1}{R_1} - \frac{\delta R_2}{R_2} - \frac{\delta R_3}{R_3} + \frac{\delta R_4}{R_4} \right)$$

Por lo tanto:

$$V_o = \frac{6 \times 100 \times 100}{200 \times 200} \left( \frac{2 \times 6.3 \times 10^{-4} + 2 \times 2.1 \times 10^{-3}}{100} \right)$$

La salida es, por consiguiente de  $3.6 \times 10^{-5}$  V. Este valor será la entrada del amplificador diferencial, y utilizando la ecuación deducida en la sección 3.2.7:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

$$10 \times 10^{-3} = \frac{R_2}{R_1} \times 3.6 \times 10^{-5}$$

Entonces  $R_2/R_1 = 27.8$ .

### 3.5.2 Compensación de un termopar

Un termopar produce una f.e.m. que depende de la temperatura de sus dos uniones (ver la sección 2.9.5). De manera ideal una de las uniones se mantiene a  $0^\circ\text{C}$ , en cuyo caso la temperatura correspondiente a la f.e.m. se obtiene directamente de tablas. Sin embargo, esto no siempre es posible, ya que la unión fría con frecuencia está a temperatura ambiente. Para compensar lo anterior se añade al termopar una diferencia de potencial. Esta compensación debe ser igual a la f.e.m. que generaría un termopar con una unión a  $0^\circ\text{C}$  y la otra a temperatura ambiente. Esta diferencia de potencial se produce usando un sensor de temperatura de resistencia en un puente de Wheatstone. Éste está balanceado a  $0^\circ\text{C}$  y su voltaje de salida proporciona la diferencia de potencial de corrección para otras temperaturas.

La siguiente relación describe la resistencia de un sensor de temperatura con resistencia metálica:

$$R_t = R_0(1 + at)$$

donde  $R_t$  es la resistencia a una temperatura de  $t^\circ\text{C}$ ,  $R_0$  la resistencia a  $0^\circ\text{C}$ , y  $a$  el coeficiente de temperatura de la resistencia. Por lo tanto:

$$\text{cambio en la resistencia} = R_t - R_0 = R_0 at$$

El voltaje de salida del puente, suponiendo que  $R_1$  es el sensor de temperatura de la resistencia, está dado por:

$$\delta V_0 \approx V_s \left( \frac{\delta R_1}{R_1 + R_2} \right) = \frac{V_s R_0 a t}{R_0 + R_2}$$

Es muy probable que la f.e.m. del termopar varíe con la temperatura  $t$  de manera razonablemente lineal en todo el reducido rango de temperatura que se está considerando: desde  $0^\circ\text{C}$  hasta la temperatura ambiente. Por lo tanto,  $e = at$ , donde  $a$  es una constante, es decir, la f.e.m. producida por cada grado de cambio en la temperatura. Por consiguiente, para la compensación se tiene que:

$$at = \frac{V_s R_0 a t}{R_0 + R_2}$$

y, por lo tanto:

$$aR_2 = R_0 (V_s a - a)$$

Para un termopar de hierro-constantán que produce  $51 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , la compensación se puede obtener mediante un elemento con una resistencia de  $10 \Omega$  a  $0^\circ\text{C}$  y un coeficiente de temperatura de  $0.0067/\text{K}$ , para un voltaje de alimentación del puente de  $1.0 \text{ V}$  y  $R_2$  igual a  $1304 \Omega$ .

### 3.6 Señales digitales

La salida que produce la mayoría de los sensores en general es de tipo analógico. Cuando un microprocesador forma parte del sistema de medición o de control, es necesario convertir la salida analógica del sensor a una forma digital antes de alimentarla al microprocesador. Por otra parte, la mayoría de los actuadores funcionan con entradas analógicas, por lo que la salida digital de un microprocesador debe convertirse a su forma analógica antes de utilizarla como entrada del actuador.

El *sistema binario* se basa sólo en dos símbolos o estados: 0 y 1. A éstos se les conoce como *dígitos binarios* o *bits*. Cuando un número se representa con este sistema, la posición del dígito en el número indica el peso asignado a cada uno de los dígitos, aumentando dicho peso en un factor de 2 conforme se avanza de derecha a izquierda:

$$\begin{array}{cccc} \dots & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ & \text{bit 3} & \text{bit 2} & \text{bit 1} & \text{bit 0} \end{array}$$

Por ejemplo, el número decimal 15 en un sistema binario se representa como  $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 1111$ . En un número binario al bit 0 se denomina *bit menos significativo* (LSB) y al bit mayor como *bit más significativo* (MSB). La combinación de bits que representa un número se denomina *palabra*. Por lo tanto, 1111 es una palabra de cuatro bits. El término *byte* se usa para designar un grupo de 8 bits. En el capítulo 14 consulte más información sobre los números binarios.



### 3.6.1 Conversión de señales analógicas a digitales

La *conversión de señales analógicas a digitales* implica la conversión de las primeras a palabras binarias. En la figura 3.26 se muestran los elementos básicos de la conversión analógica-digital.

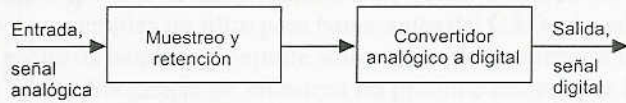


Figura 3.26 Conversión analógica a digital

El procedimiento utilizado es un temporizador que proporciona al convertidor analógico a digital (CAD) impulsos de señal de duración regular y cada vez que éste recibe un impulso, muestrea la señal analógica. La figura 3.27 ilustra esta conversión analógica a digital y los diversos tipos de señales de cada una de las etapas. En la figura 3.27a se muestra la señal analógica y en la figura 3.27b, la señal del reloj que proporcionan las señales de tiempo en las que se realiza el muestreo. El resultado del muestreo es una serie de impulsos angostos (figura 3.27c). A continuación se utiliza una unidad de *muestreo y retención* para retener cada uno de los valores muestreados hasta que se produzca el siguiente impulso; el resultado final se muestra en la figura 3.27d. La unidad de muestreo y retención es necesaria porque el convertidor analógico a digital requiere una cantidad finita de tiempo, conocido como *tiempo de conversión*, para convertir la señal analógica en una señal digital.

La relación entre la entrada muestreada y retenida y la salida de un convertidor analógico a digital se ilustra en la gráfica de la figura 3.28 para una salida digital restringida a tres bits. Cuando hay tres bits, existen  $2^3 = 8$  posibles niveles de salida. Por lo tanto, dado que la salida del CAD para representar la entrada analógica sólo puede ser uno de estos ocho posibles niveles, existe un rango de entradas en las cuales la salida no cambia. Estos ocho posibles niveles de salida se conocen como *niveles de cuantización* y la diferencia en el voltaje analógico entre dos niveles adyacentes se denomina *intervalo de cuantización*. Por lo tanto, en el CAD de la figura 3.28, el intervalo de cuantización es de 1 V. Dada la naturaleza tipo escalón de la relación, la salida digital no siempre es proporcional a la entrada analógica, por lo que siempre habrá un error al que se denomina *error de cuantización*. Cuando la entrada está centrada en torno al intervalo, el error de cuantización es cero; el error máximo es igual a la mitad del intervalo o  $\pm 1/2$  bit.

La longitud posible de la palabra determina la *resolución* del elemento, es decir, el mínimo cambio en la entrada que produce un cambio en la salida digital. El mínimo cambio en la salida digital es de un bit en la posición del menos significativo de la palabra, es decir, el bit que está en el extremo derecho. Por consiguiente, en una palabra con una longitud de  $n$  bits la entrada analógica a escala total,  $V_{FS}$ , está dividida en  $2^n$  piezas, por lo que el mínimo cambio detectable en la entrada, es decir, la *resolución*, es  $V_{FS}/2^n$ .

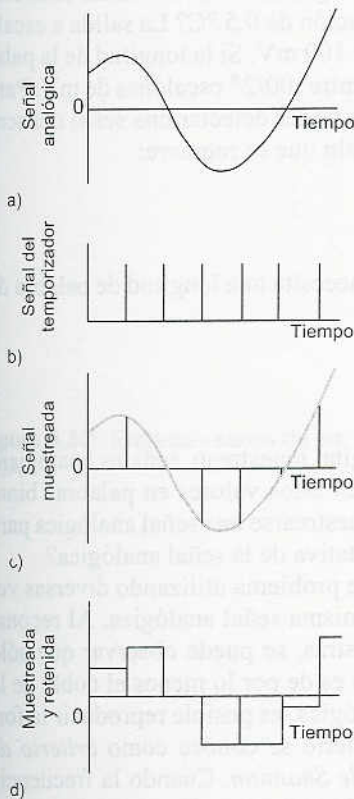
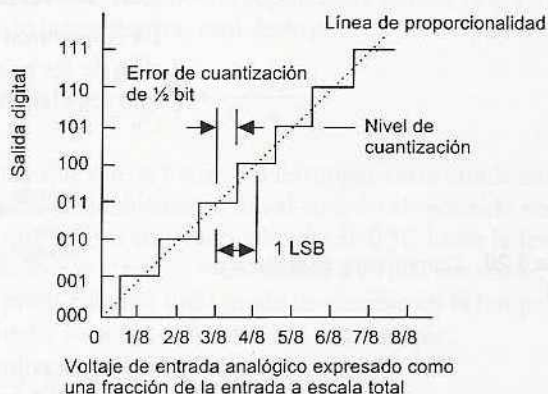


Figura 3.27 Señales: a) analógica, b) del reloj, c) muestreada y d) muestreada y retenida



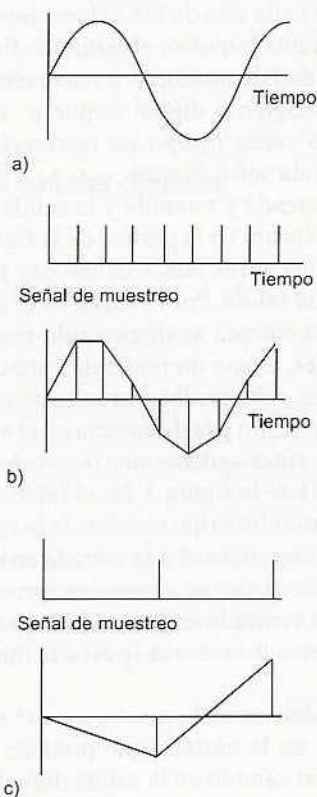
**Figura 3.28** Entrada-salida de un CAD

De esta manera, en un convertidor analógico a digital que tiene una palabra de 10 bits y el rango de entrada de su señal analógica es de 10 V, el número de niveles que tienen una palabra de 10 bits es de  $2^{10} = 1024$ , y por ello la resolución es de  $10/1024 = 9.8$  mV.

Considere un termopar que produce una salida de  $0.5$  mV/°C. ¿Cuál será la longitud de la palabra necesaria, cuya salida pasa a través de un convertidor analógico a digital, si se desea medir temperaturas de 0 a 200 °C con una resolución de  $0.5$  °C? La salida a escala total del sensor es de  $200 \times 0.5 = 100$  mV. Si la longitud de la palabra es de  $n$ , este voltaje se divide entre  $100/2^n$  escalones de mV. Para una resolución de  $0.5$  °C debemos poder detectar una señal del sensor de  $0.5 \times 0.5 = 0.25$  mV. De ahí que se requiere:

$$0.25 = \frac{100}{2^n}$$

Por lo tanto,  $n = 8.6$ ; es decir, se necesita una longitud de palabra de 9 bits.



**Figura 3.29** Efecto de la frecuencia de muestreo: a) señal analógica, b) señal muestreada y c) señal muestreada

### 3.6.2 Teorema del muestreo

Los convertidores analógico a digital muestrean señales analógicas a intervalos regulares y convierten estos valores en palabras binarias. ¿Con qué frecuencia debe muestrearse una señal analógica para que produzca una salida representativa de la señal analógica?

En la figura 3.29 se ilustra este problema utilizando diversas velocidades de muestreo para una misma señal analógica. Al reconstruir la señal a partir de las muestras, se puede observar que sólo cuando la frecuencia de muestreo es de por lo menos el doble de la frecuencia mayor de la señal analógica, es posible reproducir la forma original de la señal. Este criterio se conoce como *criterio de Nyquist* o *teorema de muestreo de Shannon*. Cuando la frecuencia de muestreo es inferior al doble de la frecuencia mayor, la reconstrucción podría representar otra señal analógica y se obtendría una imagen falsa de la señal real, lo cual se conoce como *falsa duplicación*. En la figura 3.29c se observa una señal analógica cuya frecuencia es mucho menor que la de la señal analógica antes muestreada.



Cuando el muestreo de una señal se realiza con demasiada lentitud, puede darse una falsa interpretación a los componentes de alta frecuencia, interpretados en forma errónea como dobles de frecuencias más bajas. El ruido de las altas frecuencias también puede crear errores en el proceso de conversión. Para reducir al mínimo los errores debidos tanto a la falsa duplicación como al ruido de alta frecuencia, se emplea un filtro pasa bajas antes del CAD, el cual tiene un ancho de banda que permite sólo el paso de frecuencias bajas con las que la frecuencia de muestreo no produce errores por falsa duplicación. A estos filtros se les conoce como *filtros contra falsa duplicación*.

### 3.6.3 Conversión de señal digital a analógica

La entrada de un convertidor digital a analógico (CDA) es una palabra binaria; la salida es una señal analógica que representa la suma ponderada de los bits que no son cero representados en la palabra. Por ejemplo, una entrada de 0010 produce una salida analógica que es el doble de lo que se obtiene con una entrada de 0001. La figura 3.30 ilustra lo anterior para la entrada de un CDA con resolución de 1 V para palabras binarias. Cada bit adicional aumenta el voltaje de salida en 1 V.

Salida analógica en volts si la resolución del CDA es 1 V.

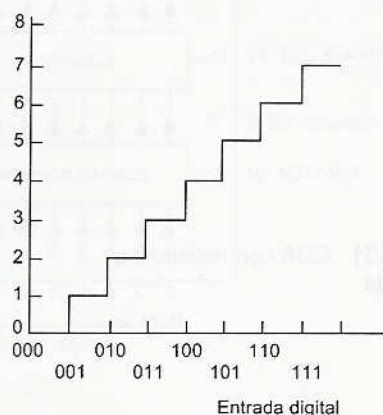


Figura 3.30 Entrada—salida de un CDA

Considere un microprocesador que produce la salida de una palabra de 8 bits. Ésta se alimenta por medio de un convertidor digital a analógico de 8 bits a una válvula de control. Ésta requiere 6.0 V para estar del todo abierta. Si el estado de apertura total de la válvula está representado por 11111111, ¿cuál será la salida que produzca la válvula para un cambio de 1 bit?

El voltaje de salida a escala total de 6.0 V se divide en  $2^8$  intervalos. Por lo tanto, un cambio de 1 bit corresponde a un cambio del voltaje de salida de  $6.0/2^8 = 0.023$  V.

### 3.6.4 Convertidores de señal digital a analógica

En una versión sencilla de convertidor digital a analógico se utiliza un amplificador sumador (ver la sección 3.2.3) para formar la suma

ponderada de todos los bits que no son cero en la palabra de entrada (figura 3.31). El voltaje de referencia se conecta a las resistencias por medio de interruptores electrónicos que responden a 1 binario. Los valores de las resistencias de entrada dependerán de a qué bit de la palabra responde un interruptor; el valor de la resistencia para los bits sucesivos del LSB se reduce a la mitad. Por lo tanto, la suma de los voltajes es una suma ponderada de los dígitos de la palabra. Un sistema como el anterior se conoce como *circuito de resistencia ponderada*.

Un problema de este circuito es que requiere el empleo de resistencias exactas, lo cual es difícil para el rango necesario. Por ello, esta modalidad de CDA tiende a estar limitada al realizar conversiones de 4 bits.

Otra versión, más utilizada, emplea el *circuito escalera R-2R* (figura 3.32). De esta manera se resuelve el problema de obtener resistencias exactas a través de un amplio rango de valores, ya que sólo se necesitan dos valores. El voltaje de salida se genera conmutando las secciones de la escalera con el voltaje de referencia o a 0 V, dependiendo de que haya un 1 o un 0 en la entrada digital.

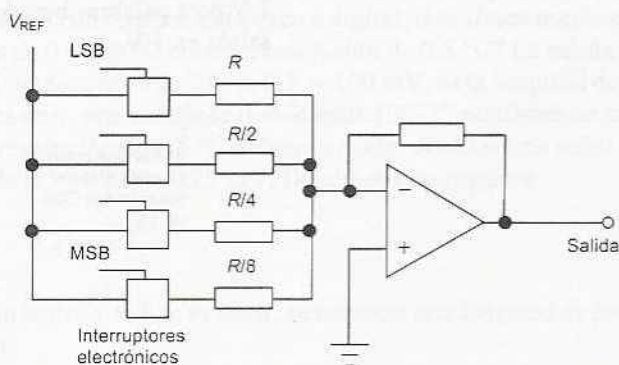


Figura 3.31 CDA con resistencia ponderada

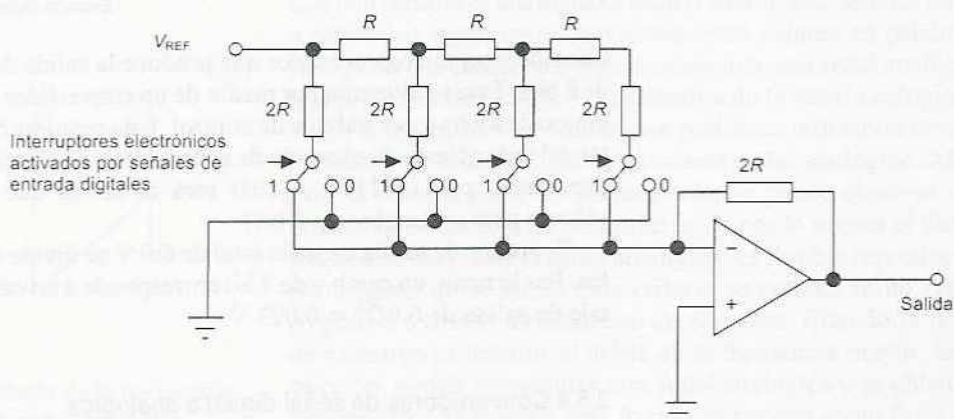


Figura 3.32 CDA con escalera R-2R



La figura 3.33 muestra los detalles del convertidor digital a analógico con entrada retenida de 8 bits GEC Plessey ZN558D. Una vez concluida la conversión, el resultado de 8 bits se pone en una retención interna hasta que concluye la siguiente conversión. Los datos se guardan en la retención cuando la ACTIVACIÓN es alta; se dice que la retención es transparente cuando la ACTIVACIÓN es baja. Una *retención* es un dispositivo que retiene la salida hasta que una nueva la reemplace. Cuando un CDA tiene una retención se puede conectar en forma directa con el bus de datos de un microprocesador y éste lo considerará como una dirección más para el envío de datos. Un CDA sin retención se puede conectar a través de un adaptador de interfaz periférico (AIP), para proporcionar la retención (ver la sección 18.4). En la figura 3.34 se muestra cómo utilizar el ZN558D con un microprocesador cuando es necesario que la salida sea un voltaje que varíe entre cero y el voltaje de referencia, lo cual se denomina *operación unipolar*. Si  $V_{\text{ref in}} = 2.5 \text{ V}$ , el rango de salida es de  $+5 \text{ V}$  cuando  $R_1 = 8 \text{ k}\Omega$  y  $R_2 = 8 \text{ k}\Omega$ ; el rango es de  $+10 \text{ V}$  cuando  $R_1 = 16 \text{ k}\Omega$  y  $R_2 = 5.33 \text{ k}\Omega$ .

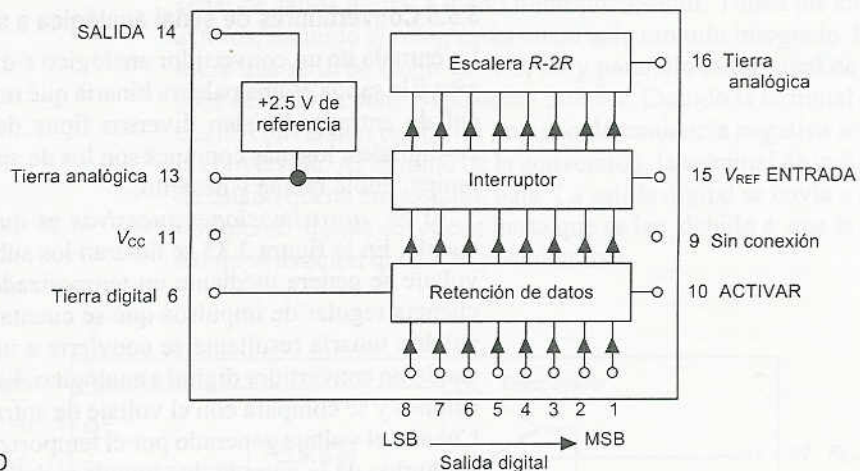


Figura 3.33 CDA ZN558D

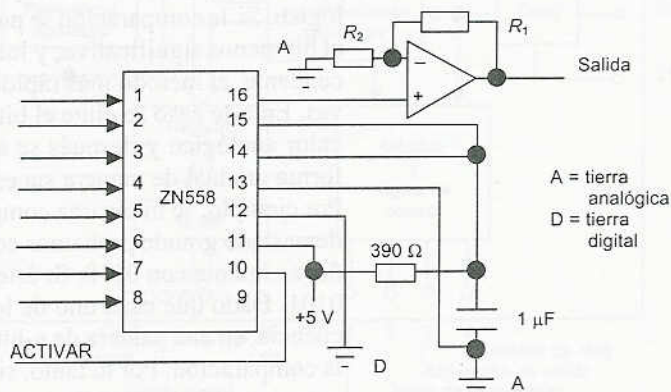


Figura 3.34 Operación unipolar

Las especificaciones de los CDAs incluyen términos como los siguientes:

1. *Salida a escala total*, es decir, la salida cuando la palabra de entrada está formada sólo por 1s. En el ZN558D es un valor típico de 2.550 V.
2. La *resolución*, los CDAs de 8 bits en general son adecuados para la mayoría de los sistemas de control por microprocesador. El ZN558D es de 8 bits.
3. El *tiempo de estabilización* es el tiempo que tarda el CDA para alcanzar un valor dentro de  $\frac{1}{2}$  del LSB de su nuevo voltaje, después de experimentar un cambio binario. En el ZN558D es de 800 ns.
4. La *linealidad* es la desviación máxima respecto de la línea recta que pasa por cero y el rango total de la salida. En el ZN558D es de un máximo de  $\pm 0.5$  LSB.

### 3.6.5 Convertidores de señal analógica a señal digital

La entrada de un convertidor analógico a digital es una señal analógica y la salida es una palabra binaria que representa el nivel de la señal de entrada. Existen diversos tipos de convertidores analógico-digitales; los más comunes son los de aproximaciones sucesivas, rampa, doble rampa y destello.

El de *aproximaciones sucesivas* es quizás el método más frecuente. En la figura 3.35 se ilustran los subsistemas respectivos. El voltaje se genera mediante un temporizador, el cual emite una secuencia regular de impulsos que se cuentan en forma binaria y la palabra binaria resultante se convierte a un voltaje analógico utilizando un convertidor digital a analógico. Este voltaje aumenta en escalones y se compara con el voltaje de entrada analógico del sensor. Cuando el voltaje generado por el temporizador sobrepasa el voltaje analógico de la entrada, los impulsos del temporizador se detienen mediante el cierre de una compuerta. La salida que en ese momento produce el contador es una representación analógica del voltaje analógico. Si la comparación se puede realizar iniciando el conteo en 1, el bit menos significativo, y luego continuar bit tras bit en forma ascendente, el método más rápido es el de las aproximaciones sucesivas. En este caso se elige el bit más significativo que sea inferior al valor analógico y después se añaden bits cuyo valor disminuye en forma gradual de manera sucesiva y no excedan el valor analógico. Por ejemplo, se inicia una comparación con 1000. Si este número es demasiado grande probamos con 0100. Si éste es demasiado pequeño, se intenta con 0110. Si éste es demasiado grande probamos con 0101. Dado que cada uno de los bits de la palabra se prueba en secuencia, en una palabra de  $n$ -bit sólo se requieren  $n$  pasos para hacer la comparación. Por lo tanto, si la frecuencia del reloj es  $f$ , el tiempo entre impulsos es  $1/f$ . De esta manera, el tiempo necesario para generar la palabra, es decir, el tiempo de conversión, es  $n/f$ .



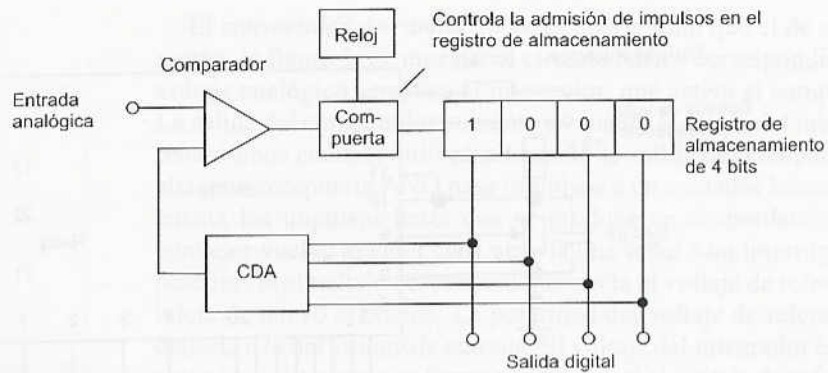


Figura 3.35 CAD de aproximaciones sucesivas

La figura 3.36 muestra la configuración típica de un convertidor analógico a digital de 8 bits (ZN439 Plessey GEC) diseñado para emplearlo con microprocesadores aplicando el método de aproximaciones sucesivas. En la figura 3.37 se muestra cómo configurar este convertidor y cómo lo controla un microprocesador, y envía su señal de salida digital a dicho microprocesador. Todos los circuitos activos, incluido el reloj, están en un solo circuito integrado. Lo primero que se debe elegir es el CAD y para ello la terminal de selección del *chip* se pone en posición inferior. Cuando la terminal de inicio de conversión recibe un impulso de tendencia negativa se inicia la conversión. Al término de la conversión, la terminal de indicación de estado queda en posición baja. La salida digital se envía a un búfer interno donde se retiene hasta que se lee debido a que la terminal de activación quedó en posición baja.

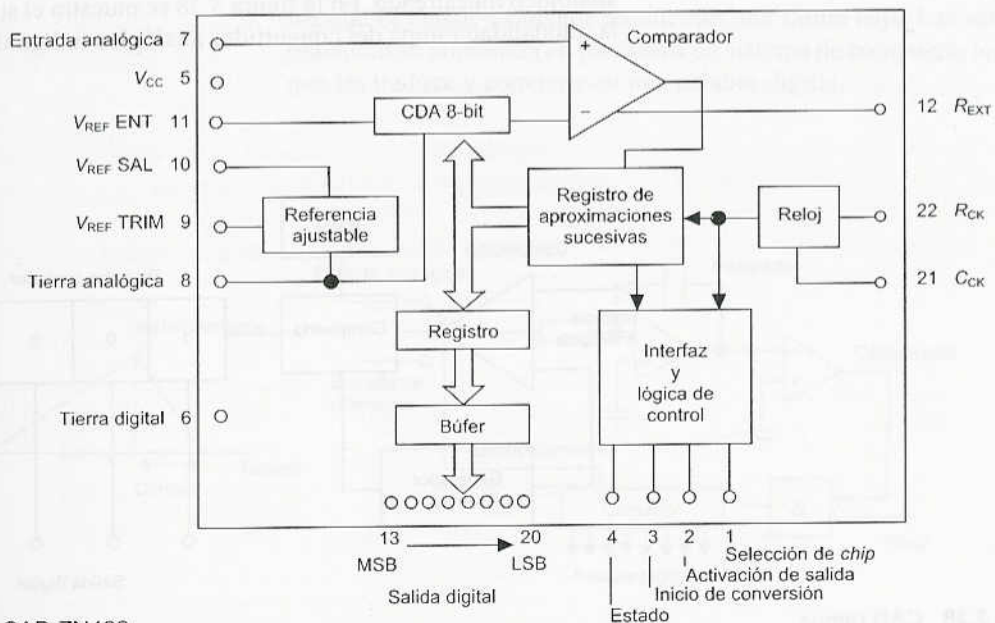


Figura 3.36 CAD ZN439

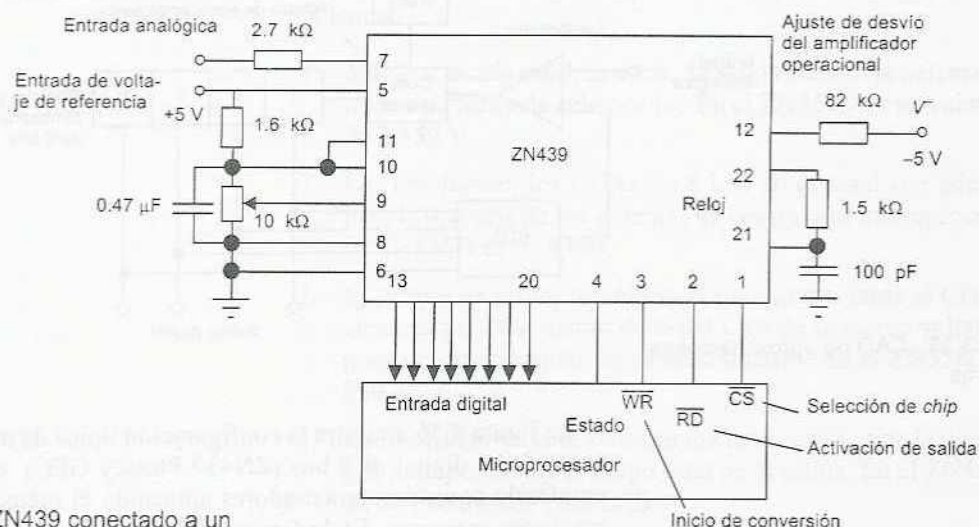


Figura 3.37 ZN439 conectado a un microprocesador

En la modalidad *rampa* del convertidor analógico a digital se utiliza un voltaje analógico que se aumenta a razón constante, lo que se conoce como voltaje rampa, y se aplica a un comparador, en donde se le compara con el voltaje analógico del sensor. El tiempo que el voltaje rampa tarda en tener el valor del voltaje del sensor dependerá de la magnitud del voltaje analógico muestreado. Una vez que inicia el voltaje de rampa, se abre una compuerta para activar un contador binario que cuenta los impulsos regulares del temporizador. Cuando ambos voltajes son iguales, la compuerta se cierra y la palabra que indica el contador es la representación digital del voltaje analógico muestreado. En la figura 3.38 se muestra el subsistema de la modalidad rampa del convertidor analógico a digital.

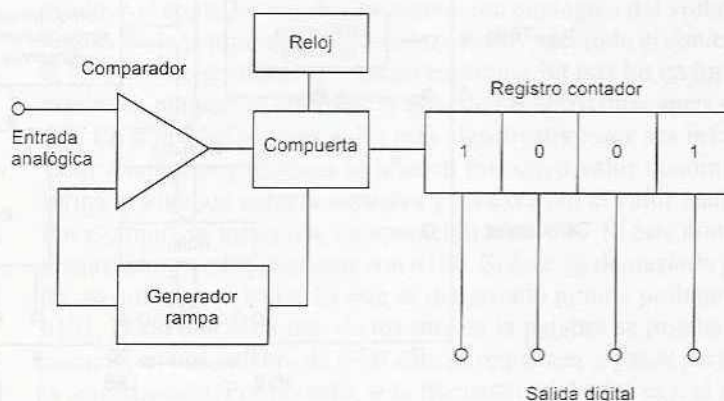


Figura 3.38 CAD rampa



El *convertidor de rampa doble* es más común que el de una sola rampa; la figura 3.39 muestra el circuito básico correspondiente. El voltaje analógico se aplica al integrador que activa el comparador. La salida del comparador aumenta en cuanto la salida del integrador rebasa unos cuantos milivolts. Cuando la salida del comparador es alta, una compuerta AND pasa impulsos a un contador binario. Éste cuenta los impulsos hasta que se produce un desbordamiento. El contador vuelve al valor cero y envía una señal a un interruptor que desconecta el voltaje desconocido, conecta el voltaje de referencia e inicia de nuevo el conteo. La polaridad del voltaje de referencia es opuesta a la del voltaje de entrada. El voltaje del integrador empieza entonces a disminuir en forma proporcional al voltaje de referencia. Cuando la salida del integrador es de cero, el comparador produce un valor bajo, con lo cual la compuerta AND también tiene un valor bajo y, al final, el temporizador se desactiva. El conteo es, pues, una medida del voltaje de entrada analógico. Los convertidores analógico a digital de rampa doble tienen un excelente rechazo al ruido debido a que la acción integral promedia las contribuciones aleatorias negativas y positivas a lo largo del periodo de muestreo. Sin embargo, estos convertidores son muy lentos.

El *convertidor analógico a digital instantáneo* es muy rápido. En un convertidor de  $n$  bits, se utilizan en paralelo  $2^n - 1$  comparadores de voltaje, y en cada uno de ellos el voltaje de entrada analógico es una entrada (figura 3.40). Un voltaje de referencia se aplica a una escalera de resistencias de manera que el voltaje aplicado como entrada en cada uno de los comparadores tenga una magnitud mayor en un bit en relación con el voltaje aplicado al comparador anterior de la escalera. Por lo tanto, cuando al CAD se aplica el voltaje analógico, todos los comparadores con voltaje analógico mayor que el voltaje de referencia de un comparador producirán una salida alta, y en los que el voltaje es menor producirán una salida baja. Las salidas obtenidas se alimentan en paralelo a un sistema de compuerta lógico que las traduce y convierte en una palabra digital.

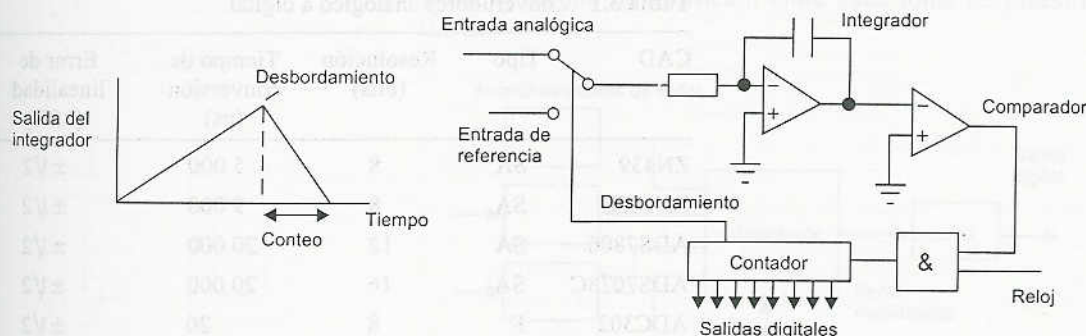


Figura 3.39 CAD de rampa doble

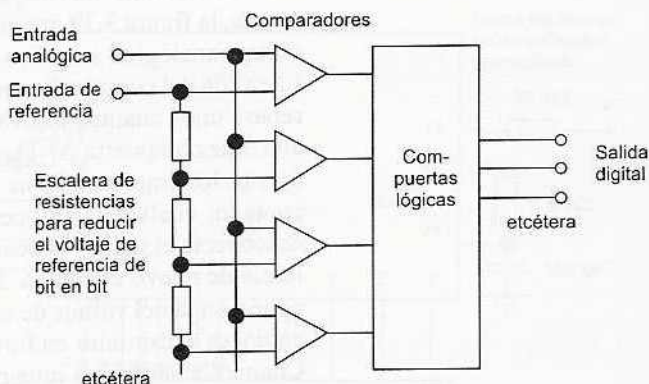


Figura 3.40 CAD instantáneo

Respecto a las especificaciones de los CADs se encontrarán los siguientes términos:

1. *Tiempo de conversión*: es el tiempo necesario para completar la conversión de la señal de entrada. Define la frecuencia superior de la señal para realizar el muestreo sin producir una falsa duplicación; la frecuencia máxima es  $1/(2 \times \text{tiempo de conversión})$ .
2. *Resolución*: es la señal a escala total dividida entre  $2^n$ , donde  $n$  es la cantidad de bits. Con frecuencia se especifica sólo indicando el número de bits.
3. *Error de linealidad*: es la desviación respecto de una línea recta que pase por cero y a escala total. Su valor máximo es  $\pm 1/2$  de LSB.

La tabla 3.1 muestra detalles de las especificaciones de convertidores analógico a digital más utilizados.

Tabla 3.1 Convertidores analógico a digital

CAD	Tipo	Resolución (bits)	Tiempo de conversión (ns)	Error de linealidad (LSB)
ZN439	SA	8	5 000	$\pm 1/2$
ZN448E	SA	8	9 000	$\pm 1/2$
ADS7806	SA	12	20 000	$\pm 1/2$
ADS7078C	SA	16	20 000	$\pm 1/2$
ADC302	F	8	20	$\pm 1/2$

SA = aproximaciones sucesivas, F = instantáneo



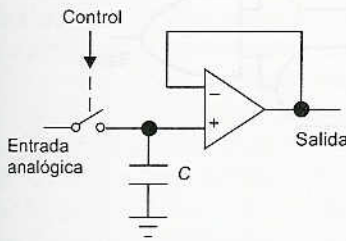


Figura 3.41 Muestreo y retención

### 3.6.6 Amplificadores de muestreo y retención

Los amplificadores de muestreo y retención se usan para retener el valor instantáneo de un voltaje analógico hasta que un convertidor analógico a digital esté listo para convertirlo a digital. El circuito básico (figura 3.41) consiste de un interruptor electrónico para introducir la muestra, un capacitor para la retención y un seguidor de voltaje con un amplificador operacional. El interruptor electrónico se controla de manera que la muestra se tome en el momento que lo dicta la entrada de control.

Una vez que el interruptor se cierra, el voltaje de entrada se aplica en el capacitor y el voltaje de salida se vuelve igual al voltaje de entrada. Si el voltaje de entrada cambia mientras el interruptor está cerrado, el voltaje en el capacitor y el voltaje de salida reflejarán el cambio de idéntica manera. Cuando el interruptor se abre, el capacitor retiene su carga y el voltaje de salida sigue siendo igual al voltaje de entrada en el momento que se abrió el interruptor. El voltaje queda retenido hasta que el interruptor se vuelve a cerrar.

El tiempo necesario para que el capacitor se cargue hasta el valor del voltaje analógico de entrada se llama *tiempo de adquisición* y depende del valor de la capacitancia y de la resistencia del circuito cuando el interruptor está conectado. Sus valores típicos son del orden de 4  $\mu$ s.

## 3.7 Multiplexores

Un *multiplexor* es un circuito que puede recibir datos provenientes de diversas fuentes para después al seleccionar un canal de entrada, producir una salida correspondiente a sólo uno de ellos. En las aplicaciones en que se necesita hacer mediciones en diversas ubicaciones, en vez de utilizar un CAD y un microprocesador para cada medición que se realiza, se usa un multiplexor para seleccionar cada entrada en turno y conmutarlas a través de un solo CAD y un microprocesador (figura 3.42). El multiplexor es, en esencia, un dispositivo de conmutación electrónica con el que las entradas se muestrean por turno.

Un ejemplo de los tipos de multiplexores analógicos es el DG508ACJ, el cual tiene ocho canales de entrada y cada uno de ellos con una dirección binaria de 3 bits, que se utiliza en la selección. El tiempo de transición entre cada toma de muestras es de 0.6  $\mu$ s.

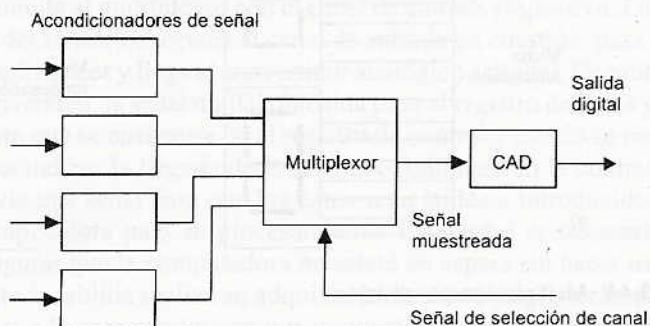


Figura 3.42 Multiplexor

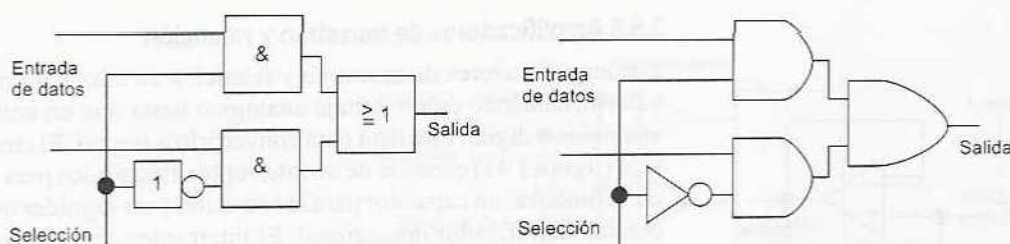


Figura 3.43 Multiplexor de dos canales

### 3.7.1 Multiplexor digital

En la figura 3.43 se muestra el principio básico de un multiplexor que se usa para seleccionar entradas de datos digitales. Para simplificar se muestra un sistema con sólo dos canales de entrada. El nivel lógico aplicado a la entrada de selección determinará cuál de las compuertas AND se activa para que la entrada de sus datos pase por la compuerta OR y salga. Existen paquetes integrados en los que se pueden obtener diversos tipos de multiplexores. El tipo 151 permite seleccionar una línea entre ocho; el tipo 153, una línea de entre cuatro entradas, las cuales llegan como datos en dos líneas cada una; el tipo 157 sirve para elegir una línea entre dos entradas que llegan como datos a través de cuatro líneas.

### 3.7.2 Multiplexión por división de tiempo

Con frecuencia se necesita que diversos dispositivos periféricos compartan las mismas líneas de entrada/salida de un microprocesador. Por lo tanto, a cada dispositivo se le proporcionan los datos característicos necesarios para asignar a cada uno una ranura de tiempo particular durante el cual se transmiten datos. A lo anterior se le llama *multiplexión por división de tiempo*. En la figura 3.44 se ilustra cómo se utiliza para controlar dos dispositivos de indicación. En la figura 3.44a el sistema no está multiplexado en tiempo, pero en 3.44b sí.

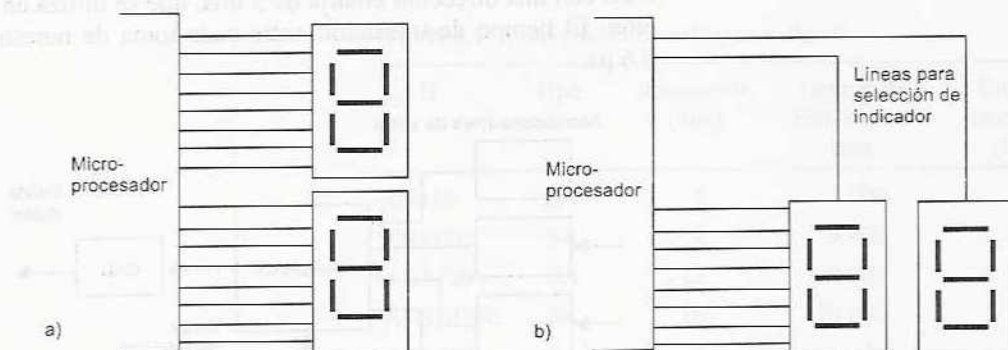


Figura 3.44 Multiplexión por división de tiempo



### 3.8 Adquisición de datos

El término *adquisición de datos*, o AD, describe el proceso que consiste en tomar datos de los sensores e introducirlos en una computadora para procesarlos. Los sensores están conectados, por lo general después de someterlos a un acondicionamiento de señal, a una tablilla de adquisición de datos conectada en la parte posterior de una computadora (figura 3.45a). Se trata de una tablilla de circuito impreso que, para entradas analógicas, cuenta con circuitos para realizar funciones de multiplexión, amplificación, conversión analógica a digital, registro y control, a fin de alimentar las señales digitales muestreadas en el sistema de computación. En la figura 3.45b se muestran los elementos básicos de estas tablillas.

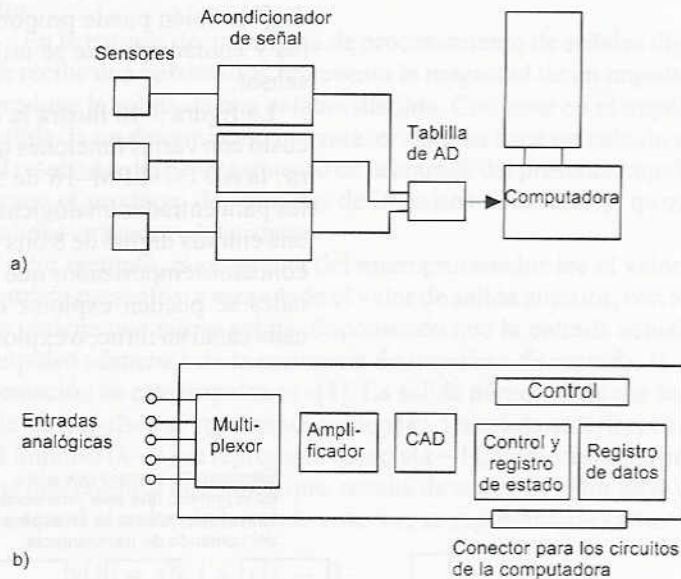


Figura 3.45 Sistema de adquisición de datos (AD)

El software de la computadora controla los datos de adquisición a través de la tablilla de AD. Cuando el programa requiere la entrada de un sensor en particular, activa la tablilla mediante el envío de una palabra de control al registro de control y de estatus. En esta palabra se especifica el tipo de operación que la tablilla debe realizar. Ésta conmuta al multiplexor con el canal de entrada respectivo. La entrada del sensor conectada al canal de entrada en cuestión pasa por un amplificador y llega al convertidor analógico a digital. Después de la conversión, la señal digital obtenida pasa al registro de datos y la palabra que se encuentra en el registro de control y estado se modifica para indicar la llegada de la señal. A continuación la computadora envía una señal para que los datos sean leídos e introducidos en la computadora para su procesamiento. Esta señal es necesaria para asegurar que la computadora no estará en espera sin hacer nada, en tanto la tablilla realiza su adquisición de datos y aprovecha para indicar a la computadora en qué momento concluye una adquisición;

la computadora procede a interrumpir los programas que esté implantando, lee los datos de AD y continúa con sus programas. En sistemas más rápidos la computadora no se utiliza en la transferencia de los datos a la memoria, sino que pasan directamente de la tablilla a la memoria sin la intervención de la computadora. A esto se le conoce como *direccionamiento directo de memoria* (DDM).

Entre las especificaciones de una tablilla de AD figura la velocidad de muestreo de las entradas analógicas, que puede ser de 100 kS/s (100 mil muestras por segundos). El criterio de Nyquist sobre muestreo indica que la frecuencia máxima de una señal analógica que se puede muestrear con este tipo de tablilla es de 50 kHz; la velocidad de muestreo debe ser el doble de la frecuencia máxima. Además de las funciones básicas de la tarjeta de AD antes mencionadas, también puede proporcionar salidas analógicas, temporizadores y contadores que se utilizan como disparadores del sistema de sensor.

La figura 3.46 ilustra la estructura básica de una tablilla de bajo costo con varias funciones que se puede utilizar con una computadora: la AD PC-LPM-16 de National Instruments. Ésta tiene 16 canales para entradas analógicas, una velocidad de muestreo de 50 kS/s, una entrada digital de 8 bits y una salida digital de 8 bits, así como un contador/temporizador que también puede entregar salidas. Los canales se pueden explorar en secuencia, haciendo una lectura por cada canal en turno, o explorando en forma continua un solo canal.

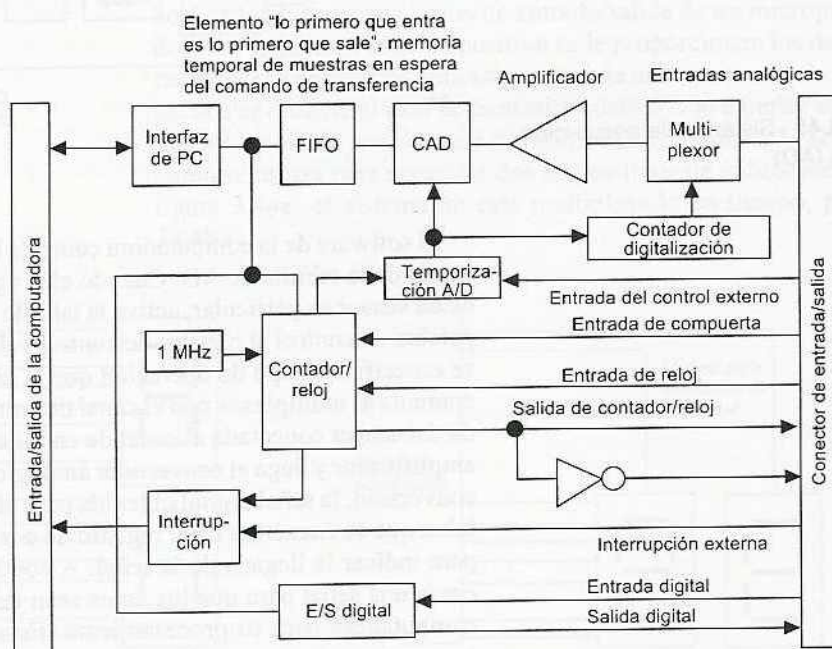


Figura 3.46 Tablilla de adquisición de datos PC-LPM-16



### 3.9 Procesamiento de señales digitales

El término *procesamiento de señales digitales* o *procesamiento de señales de tiempo discreto* se refiere al procesamiento que realiza el microprocesador de una señal. Las señales digitales son señales de tiempo discreto, es decir, no son continuas en función del tiempo, sino que existen sólo en momentos discontinuos o discretos. En el acondicionamiento de señales analógicas se necesitan componentes como amplificadores y circuitos filtro, en cambio, el acondicionamiento de una señal digital se puede llevar a cabo mediante un programa en un microprocesador, es decir, se procesa la señal. Para modificar las características de un filtro usado para señales analógicas es necesario cambiar las componentes de hardware; mientras que, para modificar las características de un filtro digital basta cambiar el software, es decir, el programa de instrucciones del microprocesador.

En la entrada de un sistema de procesamiento de señales digitales se recibe una palabra que representa la magnitud de un impulso y se produce la salida de una palabra distinta. Con base en el impulso de salida de un determinado instante, el sistema hace un cálculo que es el resultado del procesamiento de la entrada del presente impulso así como el producto de entradas de impulsos anteriores y, quizás, de salidas anteriores del sistema.

Por ejemplo, el programa del microprocesador lee el valor de la entrada presente y a ésta añade el valor de salida anterior, con lo cual se obtiene una nueva salida. Suponiendo que la entrada actual es el impulso número  $k$  de la secuencia de impulsos de entrada, la representación de este impulso es  $x[k]$ . La salida número  $k$  de una secuencia de impulsos se representa como  $y[k]$ . La salida anterior, es decir, el impulso  $(k-1)$  se representa como  $y[k-1]$ . Por lo tanto, el programa que produce una salida que resulta de sumar al valor de la entrada actual el valor de la salida anterior, se representaría como:

$$y[k] = x[k] + y[k-1]$$

A esta ecuación se le conoce como *ecuación en diferencias*. Representa la relación entre la salida y la entrada de un sistema de tiempo discreto y es comparable a una ecuación diferencial en cuanto se usa para describir la relación entre la salida y la entrada de un sistema cuyas entradas y salidas varían de manera continua con el tiempo.

En una ecuación de diferencia suponga que la entrada es una señal senoidal muestreada que produce la siguiente secuencia de impulsos:

$$0.5, 1.0, 0.5, -0.5, -1.0, -0.5, 0.5, 1.0, \text{etc.}$$

La magnitud del impulso de entrada  $k = 1$  es de 0.5. Suponiendo que la salida anterior fue de cero, entonces  $y[k-1] = 0$ , por lo que  $y[1] = 0.5 + 0 = 0.5$ . La magnitud del impulso de entrada  $k = 2$  es de 1, por lo que  $y[2] = x[2] + y[2-1] = 1.0 + 0.5 = 1.5$ . La magnitud del impulso de entrada  $k = 3$  es de 0.5, por lo que  $y[3] = x[3] + y[3-1] = 0.5 + 1.5 = 2.0$ . La magnitud del impulso de entrada  $k = 4$  es de -0.5, por lo que  $y[4] = x[4] + y[4-1] = -0.5 + 2.0 = 1.5$ . La

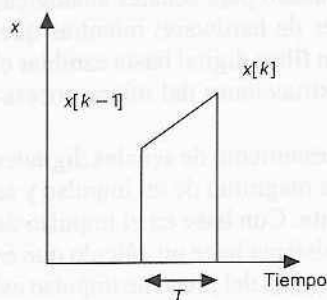


Figura 3.47 Integración

magnitud del impulso de entrada  $k = 5$  es de  $-1.0$ , por lo que  $y[5] = x[5] + y[5-1] = -1.0 + 1.5 = 0.5$ . La salida está formada entonces, por los impulsos:

$$0.5, 1.5, 2.0, 1.5, 0.5, \dots$$

Podríamos continuar de idéntica manera hasta obtener la salida de todos los impulsos.

Otro ejemplo de ecuación de diferencia sería:

$$y[k] = x[k] + ay[k-1] - by[k-2]$$

La salida es el valor de la entrada actual más  $a$  veces la salida anterior, menos  $b$  veces la última salida, excepto una. Si  $a = 1$  y  $b = 0.5$ , y suponiendo que la entrada es la señal senoidal muestreada antes mencionada, la salida ahora es:

$$0.5, 1.5, 1.75, 0.5, -1.37, \dots$$

También existe una ecuación de diferencia que produce una salida similar a la que se habría obtenido mediante la integración de una señal continua en el tiempo. La integración de esta señal entre dos instantes se puede considerar como el área que está debajo de la función continua en el tiempo entre esos dos instantes. Por lo tanto, suponiendo dos señales discretas en el tiempo,  $x[k]$  y  $x[k-1]$ , que se producen con una diferencia de tiempo,  $T$ , entre una y otra (figura 3.47), el cambio en el área es de  $\frac{1}{2}T(x[k] + x[k-1])$ . Y si la salida es la suma del área anterior y del cambio en esta área, la ecuación de diferencia correspondiente es:

$$y[k] = y[k-1] + \frac{1}{2}T(x[k] + x[k-1])$$

Esto se conoce como *aproximación de Tustin* de integración.

La diferenciación se puede aproximar mediante la frecuencia que cambia una entrada. Si la entrada cambia de  $x[k-1]$  a un valor  $x[k]$  en un lapso  $T$ , la salida es:

$$y[k] = (x[k] - x[k-1]) / T$$

### 3.10 Modulación por pulsos

Un problema frecuente en la transmisión de señales de cd de bajo nivel generadas por sensores es que la ganancia del amplificador operacional usado para amplificar estas señales puede experimentar un desplazamiento o deriva, al igual que la salida. Este problema se puede corregir con una señal que sea una secuencia de impulsos en vez de una señal continua en el tiempo.

Una manera de realizar lo anterior es dividiendo la señal de cd como se indica en la figura 3.48. La salida del divisor es una cadena de impulsos cuyas alturas tienen relación con el nivel de cd de la señal de entrada. A este procedimiento se le denomina *modulación por amplitud de impulsos*. Concluida la amplificación y demás acondicionamiento de la señal, la señal modulada se demodula para obtener una salida de cd. En la modulación por amplitud de impulsos, la altura de los impulsos está relacionada con la magnitud del voltaje de cd.



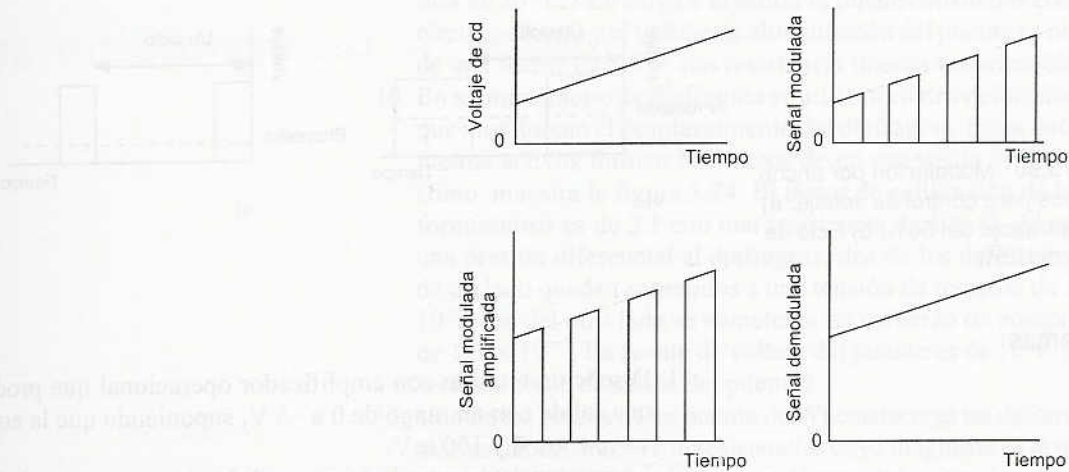


Figura 3.48 Modulación por amplitud de pulsos

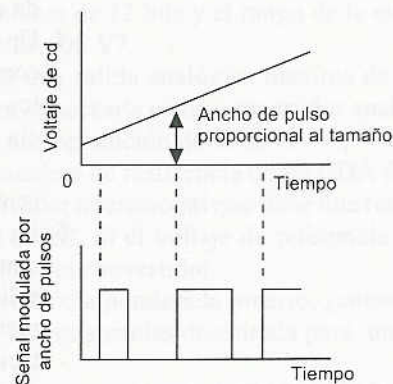
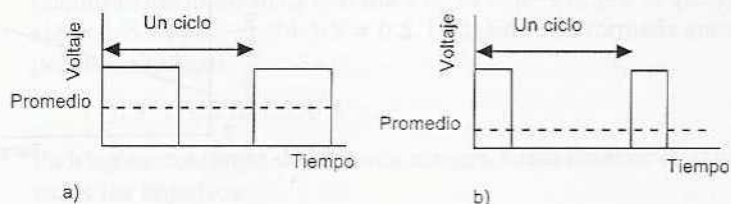


Figura 3.49 Modulación por ancho de pulso

Una alternativa a lo anterior es la *modulación por ancho de pulso* (PWM), donde el ancho, es decir, la duración del pulso y no su amplitud es de lo que depende la magnitud del voltaje (figura 3.49).

La modulación por ancho de pulso con frecuencia se utiliza en los sistemas de control para controlar el valor promedio de un voltaje de cd. En este caso, un voltaje analógico constante se divide en pulsos variando el ancho de éstos, de manera que el valor promedio del voltaje pueda modificarse. En la figura 3.50 se ilustra lo anterior. El término *ciclo de trabajo* se refiere a la fracción de cada ciclo en el cual el voltaje es alto. En el caso de una señal PWM, el valor de ésta es alto durante la mitad de cada ciclo y, por lo tanto, el ciclo de trabajo es  $\frac{1}{2}$  o del 50%. Si esto sucede sólo durante una cuarta parte de cada ciclo, el ciclo de trabajo es de  $\frac{1}{4}$  o del 25%.



**Figura 3.50** Modulación por ancho de pulsos para control de voltaje: a) ciclo de trabajo del 50%, b) ciclo de trabajo del 25%

## Problemas

1. Diseñe un circuito con amplificador operacional que produzca una salida con un rango de 0 a  $-5$  V, suponiendo que la entrada varíe entre 0 y 100 mV.
2. La resistencia de entrada de un amplificador inversor es de  $2$  k $\Omega$ . Calcule la resistencia de retroalimentación necesaria para obtener una ganancia en voltaje de 100.
3. Diseñe el circuito de un amplificador sumador que produzca una salida cuyo rango varíe entre  $-1$  y  $-5$  V, suponiendo que la entrada varíe entre 0 y 100 mV.

4. Un amplificador diferencial se utiliza con un sensor de termopar, como se muestra en la figura 3.8. ¿Qué valores de  $R_1$  y  $R_2$  permiten obtener un circuito cuya salida sea 10 mV cuando la diferencia de temperatura entre las uniones del termopar es de  $100$   $^{\circ}\text{C}$ .

Suponga que el termopar es de cobre—constantán y que su sensibilidad constante tiene un valor de  $43$   $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ .

5. La salida de un sensor de presión diferencial que se emplea en una placa de orificio para medir gastos es a lineal; el voltaje de salida es proporcional al cuadrado del gasto. Determine qué características debe tener un elemento de la malla de retroalimentación del circuito acondicionador de señal que usa un amplificador operacional para que dicho circuito linealice la salida antes mencionada.
6. Se desea que un amplificador diferencial tenga una ganancia en voltaje de 100. ¿Cuál será la resistencia de retroalimentación que requiere si las dos resistencias de entrada son de  $1$  k $\Omega$ ?
7. Un amplificador diferencial tiene una ganancia de voltaje diferencial de 2 000 y una ganancia en modo común de 0.2. ¿Cuál es la razón de rechazo en modo común expresada en dB?
8. Las señales digitales de un sensor están contaminadas con ruido e interferencias de la línea de voltaje comercial, cuya magnitud característica es del orden de 100 V o más. Explique cómo se puede proteger un microprocesador que se alimentará con dichas señales.
9. La resistencia de un sensor de temperatura con resistencia de platino es de  $120$   $\Omega$  a  $0$   $^{\circ}\text{C}$  y ocupa uno de los brazos de un puente de Wheatstone. A esta temperatura el puente está balanceado y la resistencia de los otros brazos es de  $120$   $\Omega$ . El coeficiente de temperatura de una resistencia de platino es de  $0.0039/\text{K}$ . ¿Cuál será el voltaje de salida del puente por un cambio en la tempera-



tura de  $20^{\circ}\text{C}$ ? La carga a la salida se puede considerar como un circuito abierto y el voltaje de alimentación del puente se obtiene de una fuente de  $6.0\text{ V}$  con resistencia interna despreciable.

10. En un manómetro de diafragma se utilizan cuatro deformímetros que monitorean el desplazamiento del diafragma. Estos deformímetros activos forman los brazos de un puente de Wheatstone, como muestra la figura 3.24. El factor de calibración de los deformímetros es de 2.1 con una resistencia de  $120\ \Omega$ . Al aplicar una presión diferencial al diafragma, dos de los deformímetros de un lado quedan sometidos a una tensión de tracción de  $1.0 \times 10^{-5}$ ; los del otro lado se someten a un esfuerzo de compresión de  $1.0 \times 10^{-5}$ . La fuente de voltaje del puente es de  $10\text{ V}$ . ¿Cuál será el voltaje de salida del puente?
11. Uno de los brazos de un puente de Wheatstone es un deformímetro; los demás brazos son resistencias cuya magnitud es la misma que la del deformímetro que no está sometido a tensión. Muestre que el voltaje de salida del puente es  $\frac{1}{4} V_s G \epsilon$ , donde  $V_s$  es el voltaje de alimentación del puente,  $G$  el factor de calibración del deformímetro y  $\epsilon$  la tensión aplicada.
12. ¿Cuál es la resolución de un convertidor analógico a digital con una longitud de palabra de 12 bits y el rango de la entrada de la señal analógica es de  $100\text{ V}$ ?
13. Un sensor produce una salida analógica máxima de  $5\text{ V}$ . ¿Qué longitud de palabra se necesita en un convertidor analógico a digital para obtener una resolución de  $10\text{ mV}$ ?
14. La salida de una escalera de resistencia de un CDA  $R$ - $2R$  se alimenta a un amplificador operacional que tiene una resistencia de retroalimentación de  $2R$ . Si el voltaje de referencia es de  $5\text{ V}$ , calcule la resolución del convertidor.
15. En un CDA de resistencia ponderada binario, ¿cómo se ponderan los valores de las resistencias de entrada para un CDA de 4 bits?
16. ¿Cuál es el tiempo de conversión de un CAD de 12 bits cuya frecuencia de temporizador es de  $1\text{ MHz}$ ?
17. Para monitorear las entradas de varios termopares se utiliza la siguiente secuencia de módulos en cada uno de los termopares conectados a un microprocesador.

Protección, compensación de unión fría, amplificación, linealización, muestreo y retención, conversión analógica a digital, búfer, multiplexión.

Explique qué función desempeña cada uno de estos módulos.

18. Indique qué tipo de módulos serán necesarios para funcionar como interfaz entre la salida de un microprocesador y un actuador.

## 4 Sistemas de presentación de datos

### 4.1 Dispositivos para presentación visual

En este capítulo se trata el tema de la presentación visual de datos, por ejemplo, mediante los dígitos de un visualizador de LEDs, o en la pantalla de una computadora. También se explica cómo se guardan esos datos, por ejemplo, en el disco duro de una computadora.

Los sistemas de medición constan de tres elementos: sensor, acondicionador de señal y visualizador o elemento para la presentación de datos (ver la sección 1.3). Para presentar datos se cuenta con una amplia gama de elementos que por tradición se clasifican en dos grupos: indicadores y registradores. Los *indicadores* proporcionan una indicación visual instantánea de la variable medida, en tanto que los *registradores* graban la señal de salida durante cierto tiempo y proporcionan en forma automática un registro permanente. El registrador es la opción más deseable si el evento tiene una alta velocidad o es transitorio y es imposible que un observador lo siga, o bien, cuando hay una gran cantidad de datos o es imperativo contar con un registro de los datos.

Tanto indicadores como registradores se subdividen, a su vez, en dos grupos de dispositivos: *analógicos* y *digitales*. Ejemplo de un indicador analógico es el del medidor cuya aguja se desplaza a través de una escala; un medidor digital es un visualizador que cuenta con números. Ejemplo del registrador analógico es un registrador graficador con una pluma que se desplaza a lo largo de una hoja de papel; en el registrador digital la salida, que consiste en una secuencia numérica, se imprime en una hoja de papel.

Este capítulo también puede considerarse la conclusión de los capítulos que tratan los sistemas de medición: sensores, acondicionamiento de señal y ahora presentación visual. Por ello, su propósito es conjuntar todos estos elementos mediante ejemplos de sistemas de medición completos.

#### 4.1.1 Carga

Un aspecto que debe tenerse en cuenta al conectar un sistema de medición es la *carga*, es decir, el efecto que produce la conexión de una carga en las terminales de salida de algún elemento del sistema de medición.



Al conectar un amperímetro en un circuito para medir una corriente se alteran la resistencia del circuito y la corriente. Al realizar dicha medición también se modifica la corriente que se desea medir. Conectar un voltímetro en una resistencia de hecho equivale a conectar dos resistencias en paralelo y si la resistencia del voltímetro no es mucho mayor que la de la resistencia, la corriente de ésta se modifica de manera considerable y, por lo tanto, se altera el voltaje que interesa medir. Al intentar esta medición también se modifica el voltaje que se esté midiendo. A todo lo anterior se le llama *efecto de la carga*.

Asimismo, el efecto de la carga se produce dentro del sistema de medición, si un elemento se conecta con otro y se alteran las características del elemento precedente. Considere, por ejemplo, un sistema de medición formado por un sensor, un amplificador y un elemento de presentación visual (figura 4.1). El sensor tiene un voltaje de salida a circuito abierto  $V_s$  y una resistencia  $R_s$ . La resistencia de entrada del amplificador es  $R_i$ , y ésta es la carga propia del sensor. En consecuencia, el voltaje de entrada desde el sensor está dividido de manera que la diferencia de potencial en esta carga y, por lo tanto, el voltaje de entrada,  $V_i$ , en el amplificador, es:

$$V_i = \frac{V_s R_i}{R_s + R_i}$$

Si la ganancia en voltaje del amplificador es  $G$ , la salida de voltaje a circuito abierto es  $GV_i$ . Si la resistencia de salida del amplificador es  $R_o$ , el voltaje a la salida del amplificador se divide y la diferencia de potencial  $V_d$  en el elemento visualizador, es decir la resistencia  $R_d$ , es:

$$V_d = \frac{GV_i R_d}{R_o + R_d} = \frac{GV_s R_i R_d}{(R_o + R_d)(R_s + R_i)}$$

$$= \frac{GV_s}{\left(\frac{R_o}{R_d} + 1\right) \left(\frac{R_s}{R_i} + 1\right)}$$

Y, para que el efecto de la carga sea despreciable,  $R_o \gg R_d$  y  $R_s \gg R_i$ .

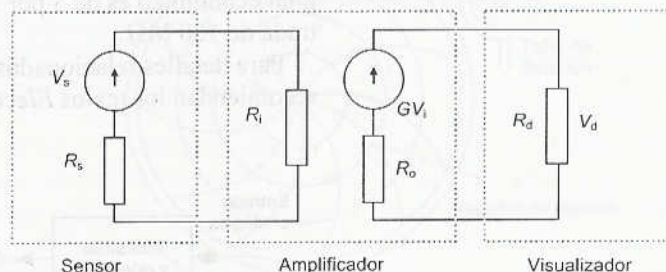


Figura 4.1 Carga del sistema de medición

## 4.2 Elementos para la presentación de datos

Esta sección es un breve resumen con ejemplos de elementos para la presentación de datos.

### 4.2.1 Medidores analógicos y digitales

El *medidor de bobina móvil* es un indicador analógico cuya aguja se desplaza a través de una escala. El elemento básico del instrumento es un microamperímetro de c.d. con derivadores, multiplicadores y rectificadores que sirven para convertir la corriente a otros rangos de corriente directa y para medir corriente alterna, voltaje directo y voltaje alterno. En la corriente y voltajes alternos, el instrumento está limitado a trabajar entre 50 Hz y 10 kHz. La exactitud de este medidor depende de varios factores, entre ellos la temperatura, la cercanía de campos magnéticos o materiales ferrosos, cómo se haya conectado el medidor, la fricción de los cojinetes, inexactitudes en el marcado de la escala durante la fabricación, etcétera. También se producen errores por la forma como se hacen las lecturas del medidor; por ejemplo, los errores de paralaje, cuando la posición de la aguja indicadora en la escala se lee desde un ángulo que es recto respecto de la escala, así como errores porque se estima la ubicación de la aguja entre dos marcas de la escala. La exactitud total en general es del orden de  $\pm 0.1$  a  $\pm 5\%$ . El tiempo que tarda el medidor de bobina móvil para que la desviación alcance el equilibrio es del orden de unos cuantos segundos. Debido a la baja resistencia del medidor es posible que haya problemas por efecto de carga.

La lectura de un *voltímetro digital* es una secuencia de dígitos. Este tipo de visualizador elimina los errores de paralaje e interpolación y su exactitud puede llegar a  $\pm 0.005\%$ . El voltímetro digital es en esencia una unidad de muestreo y retención conectada a un convertidor analógico a digital, y un contador que se encarga de contar su salida (figura 4.2). Su resistencia es elevada, del orden de  $10\text{ M}\Omega$ , por lo que tiende menos a producir efectos por carga que el medidor de bobina móvil, cuya resistencia es mucho menor. Por ejemplo, si las especificaciones de un voltímetro digital indican "frecuencia aproximada de 5 lecturas por segundo", quiere decir que el voltaje de entrada se muestrea cada 0.2 s. Éste es el tiempo que el instrumento tarda en procesar la señal y obtener una lectura. Por lo tanto, si el voltaje de entrada cambia a una velocidad tal que se presenten cambios importantes en 0.2 s, es posible que la lectura del voltímetro tenga errores. La frecuencia de muestreo típica de un voltímetro digital económico es de 3 por segundo y tiene una impedancia de entrada de  $100\text{ M}\Omega$ .

Para detalles relacionados con la 'mecánica' de los medidores se recomiendan los textos *Electrical and Electronic Measurement and*

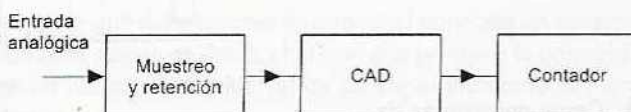


Figura 4.2 Principio de un voltímetro digital



*Testing* de W. Bolton (Longman, 1992) o *Electronic Instruments and Measurement Techniques* de F.F. Mazda (Cambridge University Press, 1987).

#### 4.2.2 Registradores graficadores analógicos

Existen tres tipos básicos de registradores graficadores analógicos: el registrador de lectura directa, el registrador galvanométrico y el registrador potenciométrico o de circuito cerrado. Los datos se registran en papel utilizando plumas de tinta con punta de fibra, mediante el impacto de una punta que presiona una cinta de carbón sobre papel, con papel sensible a la temperatura que cambia de color cuando la punta caliente se desplaza sobre su superficie, o bien mediante un haz de luz ultravioleta que incide sobre papel sensible a la luz y utilizando un estilete de alambre de tungsteno que recorre la superficie de papel con recubrimiento especial (una delgada capa de aluminio sobre un tinte y una descarga eléctrica que elimina el aluminio y pone al descubierto dicho tinte).

El *registrador de lectura directa* (figura 4.3) tiene una pluma o estilete que se mueve en forma directa por la acción de desplazamiento del sistema de medición. Para la medición de temperatura, este desplazamiento puede deberse al desplazamiento de una tira bimetálica; en un manómetro, el desplazamiento se origina en un tubo de Bourdon. Se utiliza una gráfica circular que gira a velocidad constante, por lo común, a una revolución cada 12 horas, 24 horas o 7 días. La pluma se desplaza sobre líneas radiales curvilíneas, por lo que para graficar se debe usar papel con líneas curvas. Con este papel es difícil hacer interpolaciones pero con cuatro plumas es posible registrar en forma simultánea hasta cuatro variables independientes. Este instrumento es bastante robusto y su exactitud es del orden de  $\pm 0.5\%$  de la desviación total de la escala.

El registrador graficador *galvanométrico* (figura 4.4) se basa en el mismo principio del medidor de bobina móvil. La bobina está

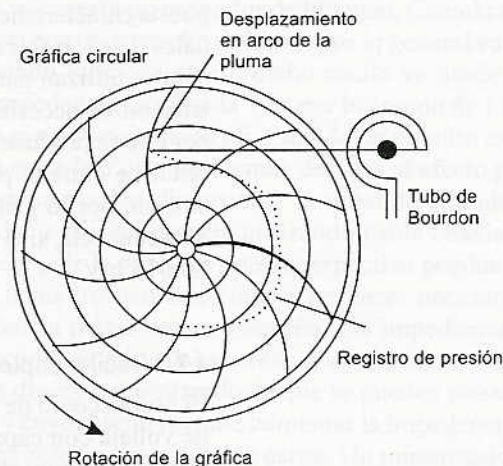
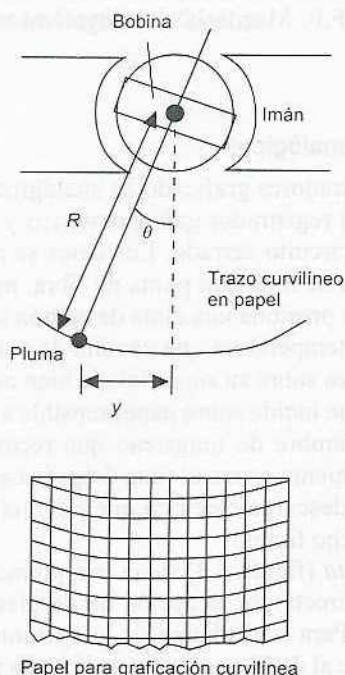


Figura 4.3 Registrador de lectura directa



**Figura 4.4** Registrador galvanométrico

suspendida entre dos puntos fijos mediante un alambre de suspensión. Al pasar una corriente por la bobina, sobre ella actúa un torque que hace girar la suspensión. La bobina rota hasta un ángulo en que el torque se balancea con el torque producido por la torsión de la suspensión. La rotación de la bobina produce el desplazamiento de una pluma sobre una gráfica.

Si  $R$  es la longitud de la aguja y  $\theta$  es la desviación angular de la bobina, el desplazamiento  $y$  de la pluma es  $y = R \sin \theta$ . Dado que  $\theta$  es proporcional a la corriente  $i$  que circula por la bobina, y es proporcional al  $\sin i$ . La anterior es una relación alineal. Sin embargo, si las desviaciones angulares están limitadas a menos de  $\pm 10^\circ$ , la relación puede considerarse razonablemente lineal y el error por alinealidad será de menos de 0.5%. No obstante, hay un problema debido al desplazamiento en arco y no en línea recta de la pluma; por lo tanto, para la graficación es necesario utilizar papel curvilíneo. En este tipo de gráficas es difícil realizar la interpolación de puntos entre las líneas.

La figura 4.5 ilustra el principio general del *registrador potenciométrico*, que a veces se le llama *registrador de circuito cerrado* o *servo registrador de circuito cerrado*. La posición de la pluma se monitorea mediante un contacto deslizante que se desplaza a lo largo de un potenciómetro lineal. La posición del contacto determina el potencial aplicado a un amplificador operacional. Éste resta la señal del contacto deslizante, la cual se obtiene de la señal de entrada del sensor/acondicionador de señal. La salida del amplificador es, por lo tanto, una señal relacionada con la diferencia entre las señales de la pluma y del sensor. Esta señal se emplea para accionar un servomotor, el cual controla el movimiento de la pluma a través de la gráfica. La pluma alcanza una posición donde no hay diferencia entre las señales de la pluma y del sensor. A continuación la pluma rastrea la señal del sensor.

Los registradores potenciométricos tienen resistencias de entrada elevadas, su exactitud es mayor que la de los registradores galvanométricos (alrededor de  $\pm 0.1\%$  de la lectura a escala total), pero sus tiempos de respuesta son mucho más lentos. Los tiempos de respuesta característicos son del orden de 1 a 2 s y sólo se utilizan en señales de cd, o frecuencias muy bajas, de hasta unos 2 Hz. Es decir, sólo se utilizan para señales que cambian con lentitud. Debido a la fricción se necesita una corriente mínima para accionar el motor, por ello se produce un error cuando un registrador no responde a una señal de entrada pequeña. A este error se le conoce como *banda muerta*, por lo general es de  $\pm 0.3\%$  del rango del instrumento. En consecuencia, si el rango es de 5 mV, la banda muerta equivale casi a  $\pm 0.015$  mV.

#### 4.2.3 Osciloscopio de rayos catódicos

El osciloscopio de rayos catódicos es un instrumento para medición de voltaje con capacidad para presentar en forma visual señales de frecuencias muy elevadas. Un instrumento para propósito general es



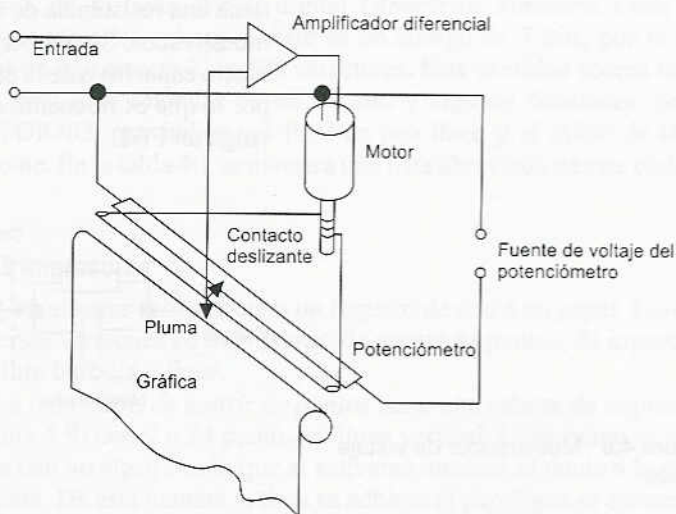
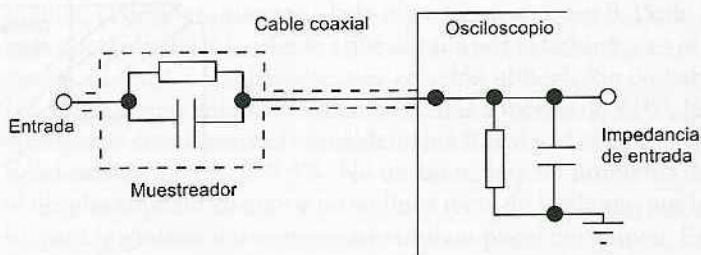


Figura 4.5 Registrador potenciométrico

capaz de responder a señales de hasta 10 MHz, en tanto que hay instrumentos más especializados que llegan a responder a señales de hasta 1 GHz. Con el osciloscopio de doble haz se pueden observar de manera simultánea dos líneas de exploración en la pantalla mientras que los osciloscopios con memoria guardan la línea de exploración en la pantalla después de que desaparece la señal de entrada; para quitar dicha línea hay que borrarla intencionalmente. Los osciloscopios con memoria digital digitalizan la señal de entrada obtenida y la guardan en la memoria. Esta señal se puede analizar y manipular en la pantalla analógica del osciloscopio después de reconstruir la señal analógica. Mediante cámaras especiales conectadas en forma directa al osciloscopio es posible obtener registros permanentes de líneas de exploración.

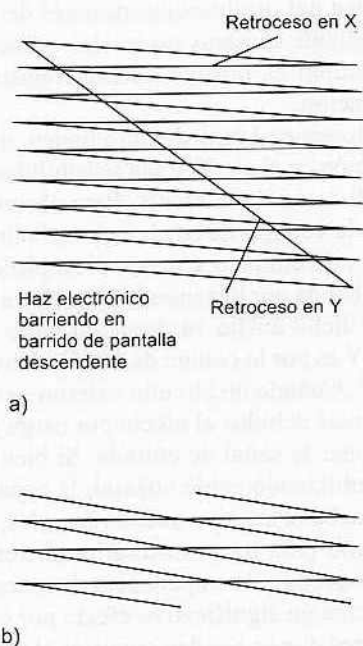
Los osciloscopios de propósito general casi siempre tienen desviación vertical, es decir, desviación en el eje Y, y sus sensibilidades varían entre 5 mV y 20 V por división de la escala. Para observar componentes de ca en presencia de voltajes de cd elevados a la línea de entrada se conecta un capacitor de bloqueo. Cuando el amplificador funciona con ca, su ancho de banda por lo general va de 2 Hz a 10 MHz y cuando funciona en cd, dicho ancho va desde cd hasta 10 MHz. La impedancia de entrada Y es por lo común de 1 M $\Omega$ , derivada con una capacitancia de 20 pF. Cuando un circuito externo se conecta en la entrada Y, los problemas debidos al efecto por carga y a la interferencia pueden distorsionar la señal de entrada. Si bien es posible reducir la interferencia utilizando cable coaxial, la capacitancia de éste y de la punta de prueba respectiva pueden ser tales, en especial a bajas frecuencias, como para hacer necesario adicionar una impedancia más o menos pequeña a la impedancia de entrada del osciloscopio, con lo cual se crea un significativo efecto por carga. Existen diversos muestreadores que se pueden conectar al cable de entrada y cuyo diseño permite aumentar la impedancia de entrada y evitar el problema por efecto de carga. Un muestreador de voltaje pasivo de frecuente empleo es un atenuador 10 a 1 (figura 4.6). Éste

tiene una resistencia de  $9\text{ M}\Omega$  y un capacitor variable en la junta del muestreador. Sin embargo, de esta manera no sólo se disminuye el efecto capacitivo de la carga, sino también la sensibilidad en voltaje, por lo que es frecuente emplear una punta de prueba de voltaje que tenga un FET.



**Figura 4.6** Muestreador de voltaje pasivo

Para detalles sobre la 'mecánica' de los osciloscopios de rayos catódicos se sugiere consultar textos como *Electrical and Electronic Measurement and Testing* de W. Bolton (Longman, 1992), *Principles of Electronic Instrumentation and Measurement* de H.M. Berlin y F.C. Getz (Merrill, 1988) o *Electronic Instruments and Measurement Techniques* de F.F. Mazda (Cambridge University Press, 1987).



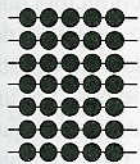
**Figura 4.7** a) Pantalla sin entrelazamiento; b) pantalla con entrelazamiento

#### 4.2.4 Unidad de presentación visual

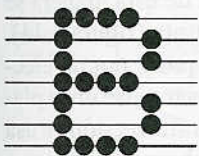
Cada vez es más frecuente el empleo de pantallas tipo televisión para presentar datos, a las que se les conoce como unidades de presentación visual (UPV). Estas pantallas producen una imagen mediante un tubo de rayos catódicos por el desplazamiento del punto originado por un haz electrónico y produciendo una serie de líneas de exploración horizontales que aparecen una tras otra y descienden por la pantalla. La imagen se crea variando la intensidad del punto de la pantalla conforme se explora cada una de las líneas. A esta pantalla de exploración se le conoce como *no entrelazada* (figura 4.7a). Para disminuir los efectos de parpadeo, se utilizan dos exploraciones que recorren la pantalla en sentido descendente y trazan una imagen completa. Durante la primera exploración se trazan todas las líneas impares y en la segunda, las pares. A esta técnica se le conoce como *exploración entrelazada* (figura 4.7b).

La pantalla de la unidad de presentación visual está recubierta con una gran cantidad de puntos de fósforo que constituyen lo que se conoce como *pixeles*. El término pixel denota al mínimo punto utilizable de un dispositivo de presentación visual. De esta manera, mediante la iluminación selectiva de estos puntos, en la pantalla se generan caracteres de texto o diagramas. La figura 4.8 muestra cómo, para una matriz de 7 por 5, los caracteres se construyen por el haz electrónico que se desplaza en sentido descendente y en zigzag por la pantalla. Los datos de entrada de la UPV por lo general se ex-





Matriz de  
7 por 5  
píxeles



Líneas de  
barrido  
descendente  
de la pantalla

Figura 4.8 Configuración de caracteres mediante iluminación selectiva

presan en formato *ASCII* digital (*American Standard Code for Information Interchange*). Éste es un código de 7 bits, por lo que permite representar  $2^7 = 128$  caracteres. Esta cantidad abarca todos los caracteres estándar de un teclado y algunas funciones, como RETORNO, que indican el final de una línea y el inicio de la siguiente. En la tabla 4.1 se muestra una lista abreviada de este código.

#### 4.2.5 Impresoras

Las impresoras proporcionan un registro de datos en papel. Existen diversas versiones de impresoras: de matriz de puntos, de inyección de tinta/burbuja y láser.

La impresora de matriz de puntos tiene una cabeza de impresión (figura 4.9) con 9 o 24 puntos en línea vertical. Cada punto se controla con un electroimán que al activarse impulsa el punto a la cinta de tinta. De esta manera la tinta se adhiere al papel que se encuentra detrás de la cinta. Los caracteres se forman cuando la cabeza de impresión se desliza sobre el papel en línea horizontal hacia la derecha e izquierda, al tiempo que se proyectan los puntos adecuados.

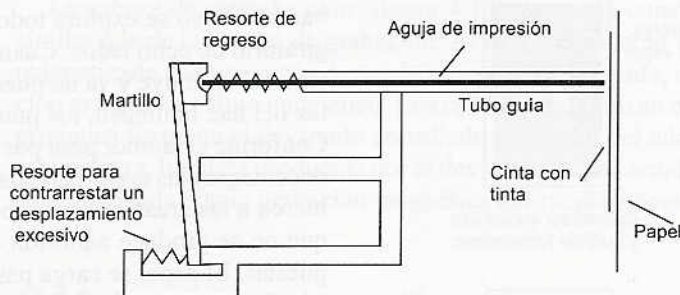
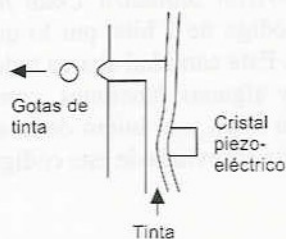


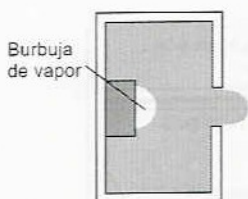
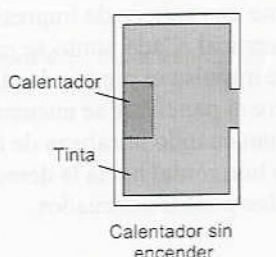
Figura 4.9 Mecanismo de la cabeza de impresión de matriz de puntos

Tabla 4.1 Códigos ASCII

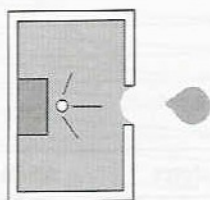
Caracteres	ASCII	Caracteres	ASCII	Caracteres	ASCII
A	100 0001	N	100 1110	0	011 0000
B	100 0010	O	100 1111	1	011 0001
C	100 0011	P	101 0000	2	011 0010
D	100 0100	Q	101 0001	3	011 0011
E	100 0101	R	101 0010	4	011 0100
F	100 0110	S	101 0011	5	011 0101
G	100 0111	T	101 0100	6	011 0110
H	100 1000	U	101 0101	7	011 0111
I	100 1001	V	101 0110	8	011 1000
J	100 1010	W	101 0111	9	011 1001
K	100 1011	X	101 1000		
L	100 1100	Y	101 1001		
M	100 1101	Z	101 1010		



**Figura 4.10** Producción de flujo de gotas



Calentador encendido y burbuja formándose

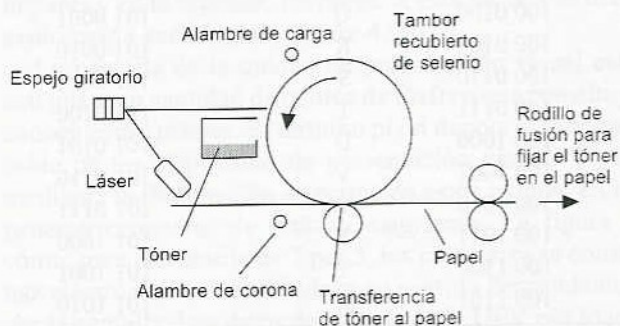


Burbuja de vapor revienta y lanza gota de tinta

**Figura 4.11** Principio del chorro de burbujas

La *impresora de chorro de tinta* utiliza una tinta conductora que pasa por una pequeña boquilla para producir un chorro de gotitas de tinta de diámetro y frecuencia constantes. En una modalidad de esta impresora se lanza una corriente constante de tinta que pasa por un tubo para formar finas gotitas mediante un cristal piezoeléctrico que vibra a una frecuencia de unos 100 kHz (figura 4.10). Otra variante utiliza un pequeño calentador ubicado en la cabeza de impresión y en la cual hay tinta vaporizada en un tubo capilar; de esta manera se producen burbujas de gas que expulsan gotas de tinta (figura 4.11). En una versión más, cada gota de tinta se carga al pasar por un electrodo de carga; las gotas cargadas se desvían al pasar entre unas placas en las que se mantiene un campo eléctrico. En otra versión se usa un grupo vertical de boquillas y cada uno de los chorros se activa o se desactiva, según se le indique. Con las impresoras de chorro de tinta se pueden producir impresiones de color mediante el empleo de tres sistemas de colores distintos. Lo diminuto de las gotas es tal, que permite lograr impresiones con una resolución de más de 600 puntos por pulgada.

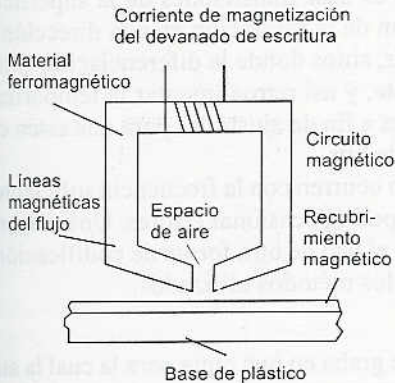
La *impresora láser* tiene un tambor fotosensible recubierto de un material de selenio sensible a la luz (figura 4.12). En la oscuridad, el selenio posee una alta resistencia y, en consecuencia se carga al pasar cerca de un alambre de carga que tiene un alto voltaje. Con un haz luminoso se explora todo el tambor usando un pequeño espejo giratorio de ocho lados. Cuando la luz incide en el selenio, su resistencia disminuye y ya no puede seguir cargado. Variando la brillantez del haz luminoso, los puntos del tambor se cargan y descargan. Conforme el tambor pasa por el recipiente del tóner, (pigmento resinoso negro) las áreas cargadas atraen partículas de tóner que se adhieren a las áreas que no habían estado expuestas a la luz, en tanto que no se produce adhesión en las áreas que ya habían estado expuestas. El papel se carga pasándolo por otro alambre de carga, conocido como alambre de corona, de manera que cuando pasa cerca del tambor, atrae y saca al tóner de éste. A continuación, las partículas de tóner se funden con un cilindro de fusión en caliente de manera que, una vez que pasan entre los rodillos, se adhieren con firmeza al papel. En la actualidad, las impresoras láser más comunes alcanzan una resolución de 600 puntos por pulgada.



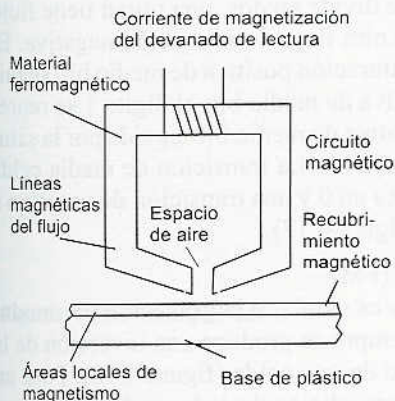
**Figura 4.12** Elementos básicos de una impresora láser



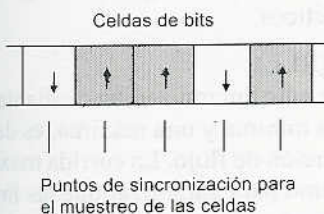
### 4.3 Grabación magnética



**Figura 4.13** Principio básico de una cabeza de grabación magnética



**Figura 4.14** Principio básico de una cabeza de reproducción magnética



**Figura 4.15** Celdas de bits

La grabación magnética se utiliza para guardar datos en discos flexibles y duros de las computadoras. El principio básico de su funcionamiento es el siguiente: una cabeza de grabación, la cual responde a una señal de entrada, reproduce los patrones magnéticos correspondientes en una delgada capa de material magnético, y una cabeza de lectura produce una salida al convertir los patrones magnéticos del material magnético en señales eléctricas. Además de estas cabezas, el sistema requiere un sistema de transporte encargado de mover de manera controlada el material magnético debajo de las cabezas.

En la figura 4.13 se muestran los elementos básicos de la cabeza de grabación, la cual consiste de un núcleo de material ferromagnético que tiene un espacio no magnético. Al alimentar señales eléctricas en el devanado enrollado en el núcleo, en éste se produce un flujo magnético. La cercanía del plástico con cubierta magnética respecto del espacio no magnético causa que el flujo magnético siga con facilidad una trayectoria a través del núcleo, así como a la parte del recubrimiento magnético que está en la región del vacío. Cuando hay un flujo magnético que pasa por una región del recubrimiento magnético, éste se magnetiza de manera permanente. De esta manera se produce una grabación magnética a partir de la señal de entrada eléctrica. La inversión de la dirección de la corriente produce la inversión de la dirección del flujo.

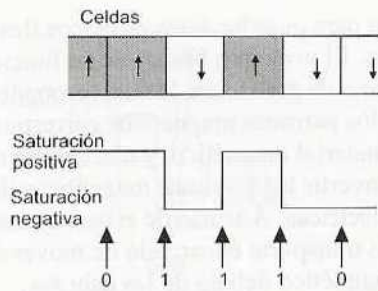
La cabeza de reproducción (figura 4.14) tiene una construcción similar a la de la cabeza de grabación. Al llenar el espacio vacío no magnetizado con una pieza de recubrimiento magnetizado, en el núcleo se induce un flujo magnético. Los cambios del flujo en el núcleo producen f.e.m. en el devanado enrollado alrededor del núcleo. De esta manera, la salida producida por el devanado es una señal eléctrica relacionada con la grabación magnética del recubrimiento.

#### 4.3.1 Códigos de grabación magnética

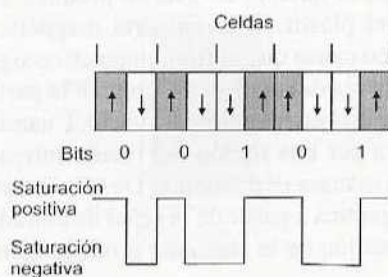
En la grabación digital las señales se graban como una combinación codificada de bits. La celda de bits es la parte del recubrimiento magnético donde el magnetismo se satura por completo en una dirección o en la opuesta. La saturación se produce cuando el campo magnetizante aumenta a tal grado que el material magnético alcanza su máximo flujo magnético y todo incremento posterior en la corriente magnetizante ya no produce ningún cambio.

Las celdas de bits de la superficie magnética son semejantes a las que muestra la figura 4.15. Una forma evidente de poner datos en el material magnético es el uso del flujo magnético en una dirección para representar al 0 y en la dirección opuesta, al 1. Sin embargo, es necesario leer cada una de las celdas y, por lo tanto, se requieren puntos de sincronización exactos para indicar con claridad cuándo hay que proceder al muestreo. Si para producir las señales de sincronización se utiliza un temporizador externo pueden surgir algunos problemas, como un desacoplamiento entre las señales de sincronización y la velocidad con que se desplaza la superficie magnética debajo de la cabeza, lo cual podría causar que no se leyera una celda o,

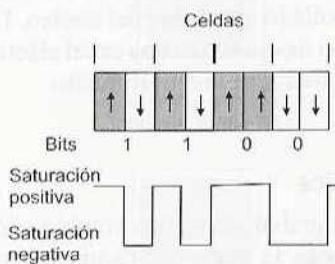




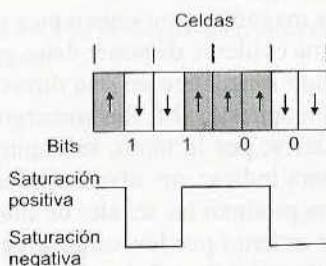
**Figura 4.16** Grabación sin retorno a cero



**Figura 4.17** Codificación de fase



**Figura 4.18** Modulación de frecuencia



**Figura 4.19** FM modificada

incluso, que se leyera dos veces. La sincronización es esencial. Ésta se logra utilizando las mismas celdas para generar las señales de toma de muestras. Un método es usar transiciones de la superficie magnética, transiciones que van de la saturación en una dirección a la saturación en la otra; es decir, sitios donde la diferenciación entre los dos bits es del todo evidente, y así retroalimentar la temporización de la generación de señales a fin de ajustarlas para que estén en sincronización con las celdas de bits.

Si las inversiones de flujo no ocurren con la frecuencia suficiente, este método de sincronización podría ocasionar errores. Una manera de solucionar este problema es el uso de otra forma de codificación. Los siguientes son algunos de los métodos utilizados:

1. *Sin retorno a cero (NRZ)*

Con este sistema el flujo se graba en una cinta para la cual la ausencia de cambio de flujo representa un 0 y el cambio un 1 (figura 4.16). Sin embargo, este sistema no tiene autosincronización.

2. *Codificación de fase (PE)*

La grabación por modulación de fase tiene la ventaja de poseer autosincronización y para ello no requiere señales de temporización externa. Cada celda se divide en dos; una mitad tiene flujo de saturación positiva y la otra flujo de saturación negativa. El dígito 0 se graba como la saturación positiva de medio bit, seguido de una saturación negativa de medio bit; el dígito 1 se representa por la saturación negativa de medio bit seguida por la saturación positiva de otro medio bit. La transición de media celda de positivo a negativo indica un 0 y una transición de negativo a positivo representa un 1 (figura 4.17).

3. *Modulación de frecuencia (FM)*

Tiene autosincronización y es similar a la grabación por modulación de fase, sólo que siempre se produce una inversión de la dirección del flujo al inicio de una celda (figura 4.18). Para un bit 0 no hay inversión de flujo adicional a lo largo de la celda; en cambio, para el 1 sí la hay.

4. *Modulación de frecuencia modificada (MFM)*

Es una modificación del código de modulación de frecuencia. La diferencia consiste en que la inversión del flujo al inicio de cada código de bit sólo se presenta si la corriente y el bit anterior fueron 0 (figura 4.19). Esto significa que sólo es necesaria una inversión de flujo por cada bit. Esto y el código de registro limitado por la longitud de la pasada son los códigos que en general se utilizan en los discos magnéticos.

5. *Corrida limitada en longitud (RLL)*

Éste es un grupo de códigos de autosincronización mediante los que se especifica una distancia mínima y una máxima, es decir, la corrida entre una y otra inversión de flujo. La corrida máxima es lo suficientemente breve como para garantizar que las inversiones de flujo sean tan frecuentes como para que el código sea autosincronizador. Una forma común de este código es el



RLL<sub>2,7</sub>, donde el 2,7 indica que la distancia mínima entre las inversiones de flujo debe ser de 2 bits y la máxima de 7. La secuencia de los códigos es una secuencia de códigos S y de códigos R. En el código S, o código de espacio, no hay inversiones de flujo, mientras que en un código R, un código de inversión, esta se produce durante el bit. Dos códigos S o R se usan para representar cada bit. Los bits se agrupan por secuencias de 2, 3 y 4 bits y a cada grupo se le asigna un código. Los códigos son los siguientes:

Secuencia de bits	Secuencia del código
10	SRSS
11	RSSS
000	SSSRSS
010	RSSRSS
011	SSRSSS
0010	SSRSRSSS
0011	SSSSRSSS

La figura 4.20 muestra la codificación de la secuencia 0110010, la cual se ha desglosado en grupos de 011 y 0010, por lo que se representa por SSRSSSRSSRSS. Por lo menos hay dos códigos S entre los códigos R y no puede haber más de siete códigos S entre los códigos R.

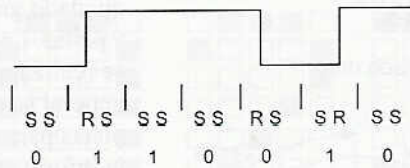


Figura 4.20 Código RLL

El código óptimo es el que permite el empaquetado de bits de manera que estén lo más cerca posible uno del otro, al tiempo que se puede leer sin error. Las cabezas de lectura localizan las inversiones con bastante facilidad, aunque no deben estar muy cerca entre sí. El código RLL tiene la ventaja de ser más compacto que otros códigos: el PE y el FM ocupan la mayor parte del espacio; MFM y NRZ ocupan el mismo espacio. La desventaja del NRZ es que, a diferencia de otros códigos, no tiene autosincronización.

### 4.3.2 Discos magnéticos

El guardado digital con frecuencia se lleva a cabo en un disco flexible o en un disco duro. Los datos digitales se guardan en la superficie del disco en círculos concéntricos denominados pistas; un disco tiene muchas pistas. Para cada superficie de disco se utiliza una cabeza de lectura/escritura; mediante un actuador mecánico las cabezas se desplazan hacia adelante y hacia atrás para acceder a las pistas. El actuador gira al disco y las cabezas de lectura/escritura leen o escriben datos en una pista.



Figura 4.21 Disco flexible

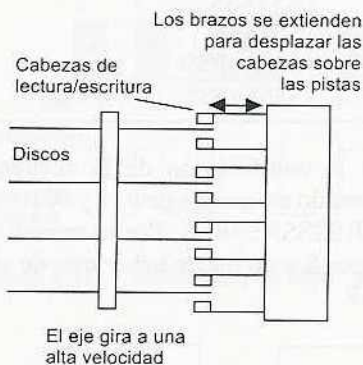


Figura 4.22 Disco duro

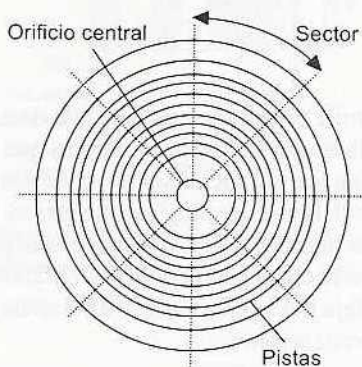


Figura 4.23 Pistas y sectores

El disco flexible de 3 1/2 pulgadas (figura 4.21) que se usa en las computadoras personales tiene 135 pistas por pulgada y su capacidad de memoria es de 1.5 Mbytes de datos. Ninguna parte del disco está al descubierto cuando está fuera de la computadora; el disco flexible tiene una cubierta protectora de metal deslizable que se abre sólo para descubrir la superficie magnética del disco cuando está en la computadora.

Los discos duros (figura 4.22) son unidades selladas y en ellos los datos quedan guardados en círculos concéntricos sobre la superficie del disco. En un disco duro hay varios de estos discos; los datos quedan guardados en los recubrimientos magnéticos de ambas caras de los discos. Éstos giran a alta velocidad y se accede a las pistas desplazando las cabezas de lectura/escritura. En estos discos se pueden guardar grandes cantidades de datos y en la actualidad es común contar con capacidades de memoria de varios Gbytes.

La superficie del disco se divide en sectores (figura 4.23), y la unidad de información del disco tiene una dirección que consiste en un número de pista y otro de sector. Por lo común, en un disco flexible hay entre 8 y 18 sectores y casi 100 pistas; en uno duro puede haber hasta 2000 pistas por superficie y 32 sectores. Para localizar datos, la cabeza se mueve sobre la pista correspondiente; al tiempo que tarda en realizar lo anterior se conoce como *tiempo de búsqueda*; la cabeza permanece allí hasta que el segmento buscado pasa por abajo, tiempo que se conoce como *tiempo de espera*. A fin de identificar una dirección es necesario que la información haya quedado grabada en el disco, lo que permitirá identificar segmentos y pistas. La escritura de esta información se conoce como *formateo* y se realiza antes de guardar los datos en un disco. La técnica que en general se utiliza es guardar esta información de la ubicación en las pistas para que cuando los datos queden guardados, la secuencia de la información de una pista quede configurada de la siguiente manera:

Marcador de índice,  
encabezado del sector 0, datos del sector 0, registro del sector 0,  
encabezado del sector 1, datos del sector 1, registro del sector 1,  
encabezado del sector 2, datos del sector 2, registro del sector 2,  
etcétera

El marcador del índice contiene el número de pista y el encabezado del sector identifica al sector. El registro del sector contiene información, por ejemplo, una verificación de redundancia cíclica (ver la sección 20.4) que se usa para verificar que la lectura de un sector sea la correcta.

#### 4.4 Visualizadores

En diversos sistemas de presentación visual se utilizan indicadores luminosos para mostrar un estado encendido-apagado, o para una presentación visual alfanumérica. El término *alfanumérico* es la contracción de los términos alfabético y numérico y describe la presentación visual de letras del alfabeto y números del 0 al 9 con pun-



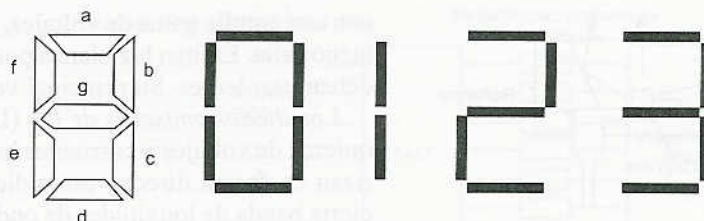


Figura 4.24 Visualizador de siete segmentos

Tabla 4.2 Visualizador de siete segmentos

Entrada binaria				Segmentos activados							Número presentado
				a	b	c	d	e	f	g	
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	2
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	3
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	5
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	6
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	7
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	8
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	9

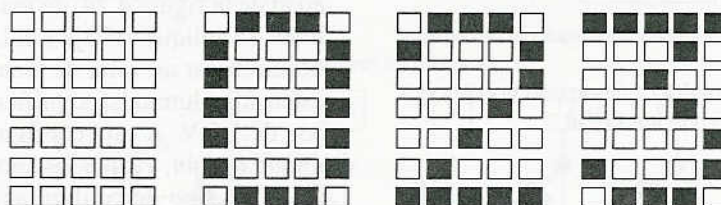


Figura 4.25 Visualizador de matriz de puntos de 7 por 5

tos decimales. Una modalidad de estos visualizadores cuenta con siete segmentos de 'luz' para generar los caracteres alfabéticos y numéricos. La figura 4.24 muestra los segmentos y la tabla 4.2, cómo utilizar una entrada de código binario de 4 bits para generar impulsos y activar diversos segmentos.

Existe un formato que utiliza una matriz de 7 por 5 o de 9 por 7 (figura 4.25). Los caracteres se generan mediante la activación de los puntos correspondientes.

#### 4.4.1 Indicadores luminosos

Los indicadores luminosos de estos visualizadores pueden ser focos de gas neón, focos incandescentes, diodos emisores de luz (LEDs) o visualizadores de cristal líquido (LCDs). Los *focos de gas neón* requieren altos voltajes, corrientes bajas y se pueden alimentar de manera directa mediante el voltaje de la línea comercial; sin embargo, sólo producen luz roja. Los *focos incandescentes* se pueden utilizar

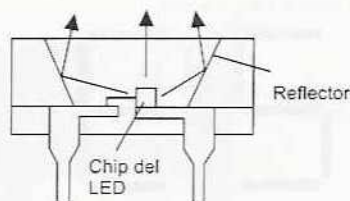


Figura 4.26 Diodo emisor de luz

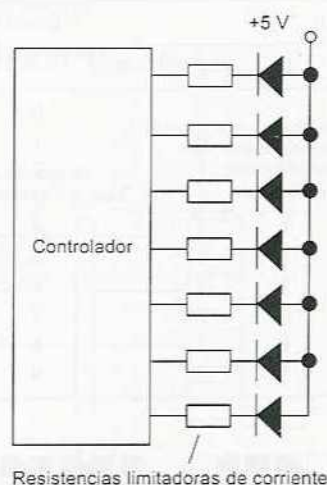


Figura 4.27 Conexión tipo ánodo común de los LEDs

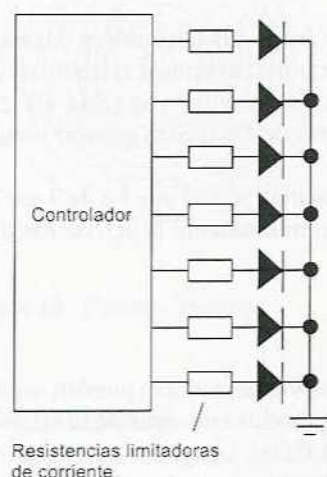


Figura 4.28 Conexión tipo cátodo común de los LEDs

con una amplia gama de voltajes, pero necesitan una corriente más o menos alta. Emiten luz blanca por lo que para obtener algún color se deben usar lentes. Su principal ventaja es la brillantez.

Los *diodos emisores de luz* (LEDs, por sus siglas en inglés) requieren de voltajes y corrientes bajos y son baratos. Cuando se polarizan en forma directa, estos diodos emiten una luz que contiene cierta banda de longitudes de onda. La figura 4.26 muestra la configuración básica de un LED; la luz emitida desde el diodo se refuerza en una de las direcciones mediante reflectores. Los materiales más utilizados para construir LEDs son arseniuro de galio, fosfuro de galio y aleaciones de arseniuro de galio con fosfuro de galio. Los LEDs más usados producen colores rojo, amarillo o verde. Los LEDs son los indicadores más empleados en los sistemas basados en microprocesadores.

#### 4.4.2 Visualizadores con LED

Con un LED por lo general se utiliza una resistencia limitadora de corriente para mantener ésta debajo de una corriente de calibración máxima situada entre 10 y 30 mA. Existen LEDs visualizadores con una sola luz, visualizadores alfanuméricos de siete y dieciséis segmentos, en formato de matriz de puntos y en forma de gráfica de barras.

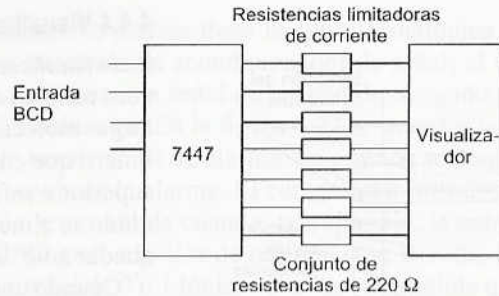
En la figura 4.27 se muestra cómo conectar siete LEDs a un controlador para producir los siete segmentos de un visualizador idéntico al de la figura 4.24, de manera que cuando baja la tensión en una línea, se aplique voltaje y el LED de esa línea se encienda. El voltaje debe rebasar un valor de 'encendido' antes de que el LED emita una intensidad luminosa significativa; los voltajes de encendido típicos son de 1.5 V. A esta configuración se le conoce como conexión de *ánodo común*, ya que los ánodos de los LEDs están conectados juntos. Otro tipo de configuración es de *cátodo común* (figura 4.28). Los elementos de la configuración de ánodo común se activan cuando la entrada disminuye; los de cátodo común, cuando aumenta. Por lo general se utiliza la configuración de ánodo común dado que la dirección de flujo de la corriente y la magnitud de ésta son las más apropiadas.

Un ejemplo de este tipo de visualizadores son los de siete segmentos, de 7.6 mm y 10.9 mm, de alta intensidad de Hewlett Packard, disponibles tanto en configuración de ánodo común como de cátodo común. Además de los siete segmentos para formar los caracteres también existe un punto decimal que aparece a la izquierda o a la derecha. Iluminando diversos segmentos del visualizador se forman todos los números y una pequeña cantidad de caracteres alfabéticos.

Es común que la salida del controlador no tenga forma binaria normal, pero se proporcione en *decimales codificados binariamente* (BCD) (ver la sección 14.2). Con esta codificación los dígitos decimales se codifican por separado convirtiéndolos en un número binario. Por ejemplo, en el número decimal 15 el 1 se codifica como 0001 y el 5 como 0101, con que su código BCD es 0001 0101. La sa-



**Figura 4.29** Decodificador con visualizador de siete segmentos

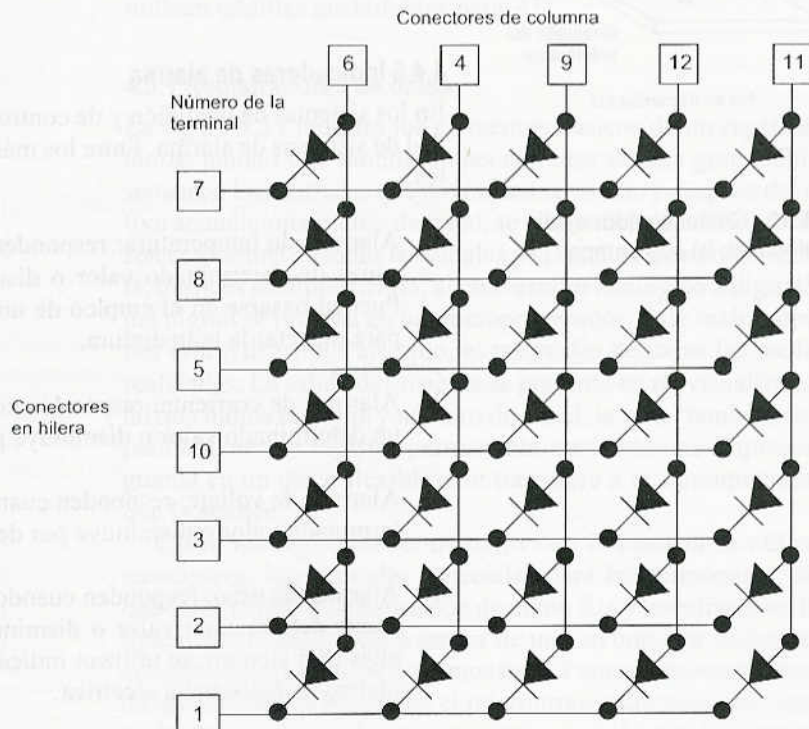


lida del controlador debe decodificarse y convertirse al formato que requiere el visualizador de LED. El 7447 es el decodificador más común para activar visualizadores (figura 4.29).

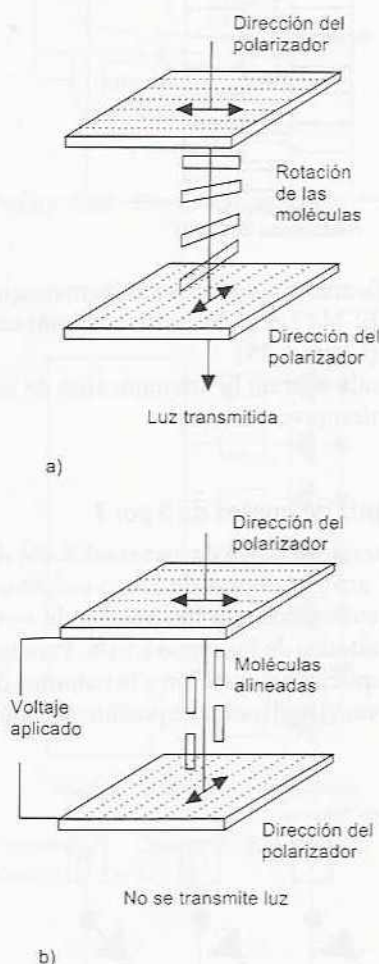
Consulte la sección 18.3.4 donde se trata la interconexión de los visualizadores de LED con los microprocesadores.

#### 4.4.3 Visualizador de LED de matriz de puntos de 5 por 7

La figura 4.30 muestra la configuración básica de un visualizador de matriz de puntos de 5 por 7. El arreglo consta de cinco columnas de conectores, cada uno de los cuales conecta los ánodos de siete LEDs. Cada hilera conecta a los cátodos de los cinco LEDs. Para encender un LED en particular, se aplica alimentación a la columna de éste y su hilera se aterriza. Con este visualizador es posible producir todos los caracteres ASCII.



**Figura 4.30** Visualizador de matriz de puntos



**Figura 4.31** Cristal líquido: a) sin campo eléctrico; b) con campo eléctrico

#### 4.4.4 Visualizadores de cristal líquido

Los *visualizadores de cristal líquido* no producen luz por sí mismos, pero reflejan o transmiten luz. El cristal líquido es un compuesto de largas moléculas en forma de varilla que está entre dos placas de polímero que contienen surcos microscópicos. Los surcos de las hojas superior e inferior están a  $90^\circ$  entre sí. Las moléculas del cristal líquido se alinean con los surcos del polímero y dan un leve giro para quedar a  $90^\circ$  entre sí (figura 4.31).

Cuando una luz polarizada en un plano incide en el cristal líquido, su plano de polarización gira conforme pasa por el material. Al quedar entre dos placas de polarizador, cuyas direcciones de transmisión están en ángulo recto, el giro permite la transmisión de la luz y el material líquido se ilumina.

En cambio, si se aplica un campo eléctrico a través del material, las moléculas se alinean con este campo y la luz que pasa por el polarizador superior no gira y no puede llegar al polarizador inferior, por lo que al final la luz es absorbida. El material, entonces permanece oscuro.

Este arreglo se coloca entre dos placas de vidrio que contienen electrodos transparentes formados por un visualizador de siete segmentos; al aplicar voltajes a los elementos del visualizador, éstos aparecen oscuros y resaltan en comparación con el tono más claro del visualizador, ya que éste carece de campo eléctrico. Este visualizador se utiliza en dispositivos alimentados con baterías, como, relojes y calculadoras. También existen variantes con matriz de puntos de cinco por siete.

#### 4.4.5 Indicadores de alarma

En los sistemas de medición y de control se utiliza una gran diversidad de sistemas de alarma. Entre los más comunes están los siguientes:

1. Alarmas de temperatura: responden cuando la temperatura alcanza un determinado valor o disminuye por debajo de otro. Pueden basarse en el empleo de una resistencia o un termopar para detectar la temperatura.
2. Alarmas de corriente: responden cuando una corriente alcanza un determinado valor o disminuye por debajo de otro.
3. Alarmas de voltaje: responden cuando el voltaje alcanza un determinado valor o disminuye por debajo de otro.
4. Alarmas de peso: responden cuando el peso de un recipiente alcanza determinado valor o disminuye por debajo de otro. En ellas casi siempre se utilizan indicadores de peso con deformímetros de resistencia eléctrica.



A los indicadores de alarma llega la entrada analógica de algún sensor, quizás a través de un acondicionador de señal; el indicador convierte dicha señal en una señal de encendido-apagado (o todo o nada) para algún indicador. En la figura 4.32 se muestra la configuración básica de los sistemas de alarma. La entrada se compara con el valor de referencia de la alarma. El comparador introduce las dos entradas y produce una salida cuando, por ejemplo, la entrada A es mayor que la B. Cuando el valor de referencia se excede, la unidad lógica entre una señal de 0 o 1 lógicos produce una salida que activa la unidad de conmutación, que a su vez activa o desactiva un indicador. Éste puede ser de diversos tipos: por ejemplo, un timbre, un altavoz, un claxon, una luz de color, una luz destellante, un visualizador con iluminación de fondo (la luz está detrás de un mensaje que aparece en una pantalla).

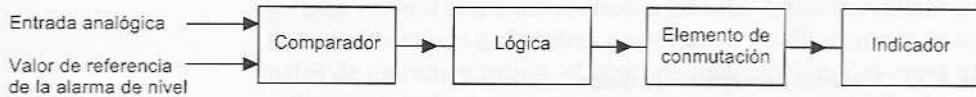


Figura 4.32 Un sistema de alarma

## 4.5 Sistemas de adquisición de datos

Los sistemas de adquisición de datos pueden adoptar la forma de un instrumento en especial diseñado para ese fin, el cual se conoce como registrador de datos o una computadora personal en la que se utilizan tablillas enchufables para AD.

### 4.5.1 Registradores de datos

La figura 4.33 muestra los elementos básicos de un *registrador de datos*, unidad que monitorea las entradas de una gran cantidad de sensores. Las entradas que envían los sensores, y después del respectivo acondicionamiento de señal, se alimentan a un multiplexor. Éste selecciona una de todas las señales y la señal seleccionada se alimenta, después de amplificarla, al convertidor analógico a digital. La señal digital se procesa en un microprocesador. Éste realiza operaciones aritméticas, por ejemplo, el promedio de todas las mediciones realizadas. La salida del sistema se presenta en un visualizador digital que indica la salida y número de canal; la señal también se utiliza para obtener un registro permanente mediante una impresora o se guarda en un disco flexible o se transfiere a una computadora para que la analice.

Como los registradores de datos con frecuencia se utilizan con termopares, hay entradas especiales para los termopares, siempre que éstos tengan compensación de unión fría y linealización. El multiplexor se conecta a cada sensor de uno en uno, por lo que la salida consiste de una secuencia de muestras. Para seleccionar el muestreo de las entradas se programa el microprocesador para que conecte el multiplexor y éste se limite a muestrear un solo canal, realice un solo muestreo de todos los canales, haga un muestreo continuo de todos

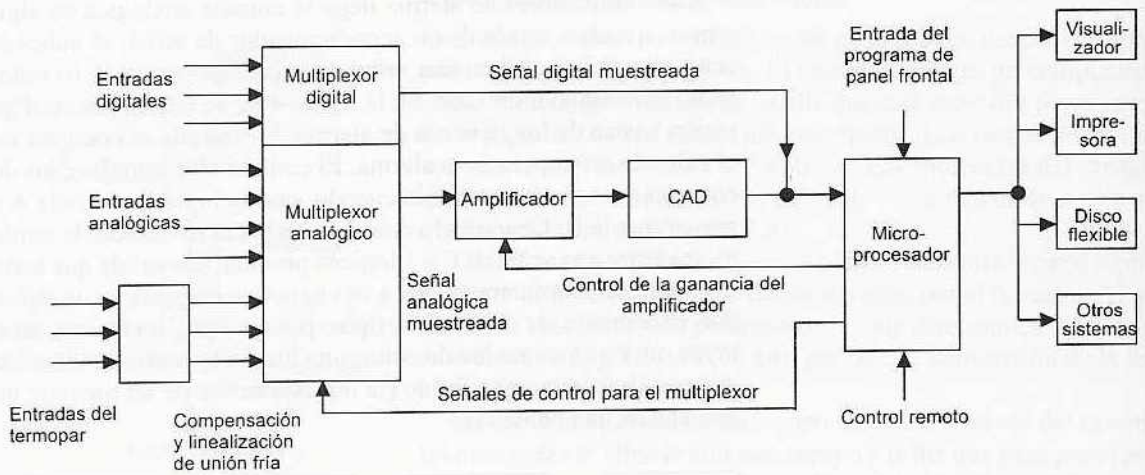


Figura 4.33 Sistema de registro de datos

los canales o realice un muestreo periódico de todos los canales, digamos cada 1, 5, 15, 30 o 60 minutos.

Por lo general un registrador de datos puede manejar de 20 a 100 entradas, si bien hay algunos que pueden manejar cantidades mucho mayores de hasta 1000. Su tiempo de muestreo y conversión es de  $10\ \mu\text{s}$  y es capaz de realizar 1000 lecturas por segundo. Su exactitud característica es de 0.01% de la entrada a escala total y linealidad de  $\pm 0.005\%$  de la entrada a escala total. El cross-talk es 0.01% de la entrada a escala total. El término *cross-talk* se refiere a la interferencia que puede ocurrir cuando un sensor funciona en respuesta a las señales de otros sensores.

#### 4.5.2 Computadora con tablillas enchufables

La figura 4.34 muestra los elementos básicos de un sistema de adquisición de datos en el que se utilizan tablillas enchufables en una computadora. El acondicionamiento de la señal antes de que las entradas lleguen a dicha tablilla dependerá del tipo de sensores utilizados; por ejemplo, si se trata de termopares se requiere amplificación, compensación de unión fría y linealización; si se usan deformímetros, se utiliza un puente de Wheatstone, una fuente de alimentación para el puente y linealización; en los RTDs son necesarios una fuente de corriente, circuitos y linealización.



Figura 4.34 Sistema de adquisición de datos



Cuando se elija una tablilla de AD deberán tenerse en cuenta los siguientes criterios:

1. ¿Qué tipo de software de computadora se está utilizando: Windows, MacOS?
2. ¿En qué tipo de conector se va a enchufar la tablilla: PCMCIA para laptops, NuBus para MacOS, PCI?
3. ¿Cuántas entradas analógicas se necesitan y cuál es su rango?
4. ¿Cuántas entradas digitales se requieren?
5. ¿Qué resolución se necesita?
6. ¿Cuál es la frecuencia de muestreo mínima necesaria?
7. ¿Se requieren señales de sincronización o de conteo?

Todas las tablillas de AD utilizan *controladores*, un software que en general el fabricante proporciona con la tablilla, para establecer comunicación con la computadora e informar a ésta lo que se ha insertado y cómo comunicarse con la tablilla. Antes de utilizar una tablilla es necesario definir tres parámetros: las direcciones de los canales de entrada y salida, el nivel de interrupción y el canal que se utilizará para el acceso a memoria directa. Con las tablillas 'conectar y usar' ('plug and play'), que se usan con software de Windows, el mismo software define los parámetros; en caso contrario, en la tablilla hay microinterruptores que se colocan en determinadas posiciones, de acuerdo con las instrucciones del manual correspondiente.

El software para aplicaciones específicas puede auxiliar en el diseño de sistemas de medición y analizar datos. Un ejemplo es el programa LabVIEW, un paquete de software de programación gráfica diseñado por National Instruments para la adquisición de datos y el control de instrumentos. A los programas de LabVIEW se les llama *instrumentos virtuales* porque su aspecto y su funcionamiento imitan los instrumentos reales. Un instrumento virtual tiene tres partes: un panel frontal que es la interfaz interactiva con el usuario y simula el panel frontal de un instrumento; contiene perillas, botones de presión y visualizadores gráficos; un diagrama a bloques que es el código fuente del programa, cuya programación se realiza en forma gráfica dibujando líneas entre los puntos de conexión de los iconos elegidos en la pantalla de la computadora, y la representación de un icono y un conector que constituye una gráfica del instrumento virtual cuando se le desee emplear en otros diagramas de bloques.

En la figura 4.35 se muestra un icono seleccionado para representar un instrumento virtual, en el cual se obtiene una muestra analógica a través de determinado canal de entrada; el icono se eligió de la paleta 'Entrada Analógica'. El 'dispositivo' es el número de dispositivo asignado a la tablilla de AD, el 'canal' es la fuente de los datos, una 'muestra' es una conversión analógica a digital y el 'límite superior' y el 'límite inferior' son los límites de voltaje esperados para la señal (los valores predeterminados son de +10 V y de -10 V, respectivamente; al modificar estos valores en forma automática se modifica la ganancia del amplificador de la tablilla de AD).

Si se desea una forma de onda en cada canal y en una secuencia de canales específica, se puede seleccionar el icono de la figura 4.36. Por cada canal de entrada se adquiere un conjunto de muestras en

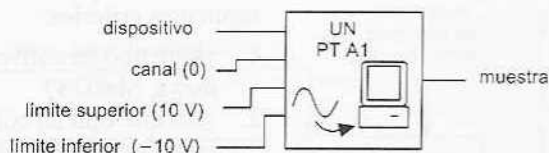


Figura 4.35 Icono de entrada analógica

lapso y frecuencia de muestreo determinados; se obtiene como salida una forma de onda en la que se muestra cómo una magnitud analógica varía con el tiempo.

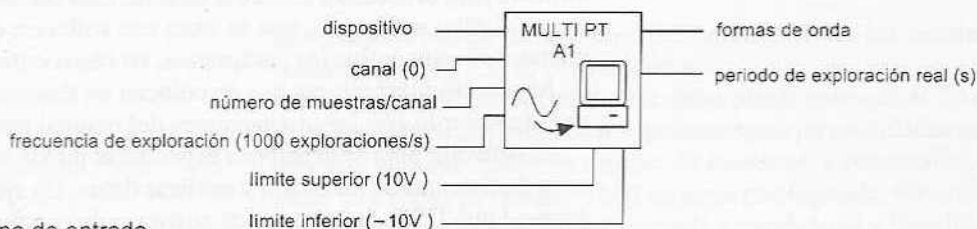


Figura 4.36 Icono de entrada analógica para muestreo de varios canales

Conectando otros iconos, por ejemplo, el icono anterior, se puede construir un diagrama de bloques en el que se reciben las entradas de varios canales analógicos; éstos se muestrean en secuencia y los resultados se presentan a través de una secuencia de gráficas. El tipo de visualizador de panel frontal que se puede utilizar para la adquisición y presentación visual de los datos de unas muestras se presenta en la figura 4.37. Con las flechas ascendente y descendente se modifican los parámetros y aparece la pantalla respectiva.

Lo anterior es sólo un sencillo ejemplo de todo lo que es posible. Para mayores detalles se sugiere consultar *LabVIEW Manual* o *LabVIEW for Everyone* de L. K. Wells y J. Travis (Prentice-Hall, 1997) o *LabVIEW Graphical Programming* de G. W. Johnson (McGraw-Hill, 1994).

## 4.6 Sistemas de medición

Los siguientes ejemplos ilustran algunos aspectos del diseño de sistemas de medición para aplicaciones específicas.



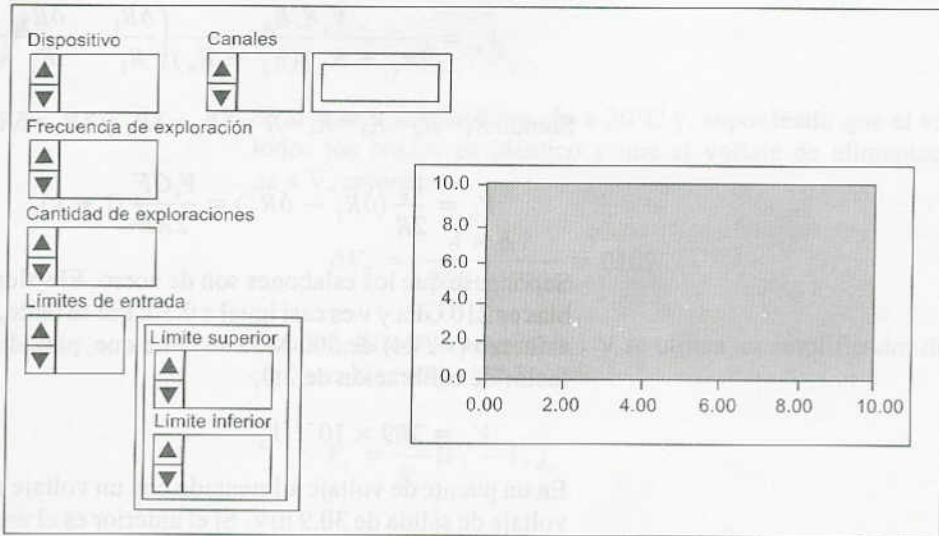


Figura 4.37 Tablero frontal

#### 4.6.1 Empleo de un indicador de presión como eslabón para detectar el levantamiento de una carga.

En la figura 4.38 se muestra un indicador de presión tipo eslabón. En su superficie tiene cuatro deformímetros y se puede insertar entre el cable para levantamiento de carga y así obtener una medida de la carga levantada. Dos de los deformímetros están colocados en dirección del eje longitudinal y los otros dos en dirección transversal. Cuando el eslabón se somete a fuerzas de tracción, los deformímetros del eje longitudinal están sujetos a una tensión, los del eje transversal, a una compresión. Suponga que en el criterio de diseño del indicador de presión se especifica una sensibilidad tal que se produce una salida de 30 mV cuando la tensión aplicada al eslabón es 500 MPa, y que los deformímetros tienen factores de calibración de 2.0 y resistencias de 100  $\Omega$ .

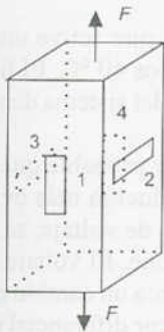


Figura 4.38 Indicador de presión

Al aplicar una carga  $F$  al eslabón, y dado que el módulo de elasticidad  $E$  es la relación entre esfuerzo/deformación y el esfuerzo es igual a fuerza por unidad de área, la deformación en el eje longitudinal  $\epsilon_1$  es  $F/AE$ , y la deformación transversal  $\epsilon_t$  es  $-vF/AE$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal y  $v$  es el coeficiente de Poisson del material del eslabón. Las respuestas de los deformímetros a estos esfuerzos (ver la sección 2.3.1) son:

$$\frac{\delta R_1}{R_1} = \frac{\delta R_4}{R_4} = G\epsilon_1 = \frac{GF}{AE}$$

$$\frac{\delta R_3}{R_3} = \frac{\delta R_2}{R_2} = G\epsilon_t = -\frac{vGF}{AE}$$

El voltaje de salida del puente de Wheatstone (ver la sección 3.5.11) es:

$$V_o = \frac{V_s R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \left( \frac{\delta R_1}{R_1} - \frac{\delta R_2}{R_2} - \frac{\delta R_3}{R_3} + \frac{\delta R_4}{R_4} \right)$$

Siendo  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$  y  $\delta R_1 = \delta R_4$  y  $\delta R_2 = \delta R_3$ , y por lo tanto:

$$V_o = \frac{V_s}{2R} (\delta R_1 - \delta R_2) = \frac{V_s GF}{2AE} (1 + \nu)$$

Supóngase que los eslabones son de acero. El valor para  $E$  en las tablas es 210 GPa y  $\nu$  es casi igual a 0.30. Por lo tanto, considerando un esfuerzo ( $=F/A$ ) de 500 MPa se tiene que, para deformímetros con factor de calibración de 2.0,

$$V_o = 3.09 \times 10^{-3} V_s$$

En un puente de voltaje alimentado con un voltaje de 10 V resulta un voltaje de salida de 30.9 mV. Si el anterior es el único valor de carga requerido no es necesario amplificarlo; pero si el anterior es un valor máximo y se desean calcular cargas por debajo de este nivel entonces se deberá utilizar un amplificador diferencial. La salida se presenta en un voltímetro de alta resistencia; el valor elevado de la resistencia tiene por objeto evitar problemas por efecto de carga. Por lo tanto, es conveniente utilizar un voltímetro digital.

#### 4.6.2 Sistema de alarma de temperatura

Se necesita diseñar un sistema de medición que active una alarma cuando la temperatura de un líquido rebase los 40 °C. El líquido en condiciones normales está a 30°C. La salida del sistema debe ser una señal de 1 V para activar la alarma.

Dado que la salida será eléctrica y es muy probable que se desee una velocidad de respuesta razonable, la solución más evidente es usar una resistencia. Para generar una salida de voltaje, se utiliza la resistencia junto con un puente de Wheatstone. El voltaje de salida quizá sería de menos de 1 V cuando se presenta un cambio entre 30 y 40°C, pero se puede recurrir a un amplificador diferencial para activar el voltaje que se requiere. Para este fin se puede usar un comparador para comparar el valor con el definido por la alarma.

Suponga que se utiliza un elemento de níquel. El coeficiente de temperatura de la resistencia es de 0.0067/K. Por lo tanto, si la resistencia vale 100 Ω a 0°C, la resistencia a 30°C sería de:

$$R_{30} = R_0 (1 + \alpha t) = 100(1 + 0.0067 \times 30) = 120.1 \Omega$$

y a 40 °C:

$$R_{40} = 100(1 + 0.0067 \times 40) = 126.8 \Omega$$

Por lo tanto, hay un cambio en la resistencia de 6.7 Ω. Si esta resistencia es uno de los brazos de un puente de Wheatstone balanceado a 30°C, el voltaje de salida  $V_o$  será el siguiente (ver la sección 3.5):



$$\delta V_o = \frac{V_s \delta R_1}{R_1 + R_2}$$

Si el puente está balanceado a 30°C y, suponiendo que el valor de todos los brazos es idéntico y que el voltaje de alimentación es de 4 V, entonces:

$$\delta V_o = \frac{4 \times 6.7}{126.8 + 120.1} = 0.109$$

Para amplificar lo anterior a 1 V se utiliza un amplificador diferencial (ver la sección 3.2.5):

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

$$1 = \frac{R_2}{R_1} \times 0.109$$

Por lo tanto  $R_2/R_1 = 9.17$ , y si se utiliza una resistencia de entrada de 1 k $\Omega$ , la resistencia de retroalimentación debe ser de 9.17 k $\Omega$ .

#### 4.6.3 Posición angular de la rueda de una polea

Para monitorear la posición angular de la rueda de una polea se utiliza un potenciómetro. Considere los elementos que se requieren para generar una salida para alimentar un registrador de 10 mV por grado, si el potenciómetro tiene una rotación angular a escala total de 320°.

Al conectar el voltaje de alimentación  $V_s$  al potenciómetro se debe proteger éste y el alambrado contra posibles corrientes elevadas, y para ello se conecta una resistencia  $R_s$  en serie con el potenciómetro  $R_p$ . La caída de voltaje total en el potenciómetro es por lo tanto igual a  $V_s R_p / (R_s + R_p)$ . Para un ángulo  $\theta$  con un potenciómetro que tiene una desviación angular a escala total de  $\theta_F$ , la salida en el potenciómetro será de:

$$V_\theta = \frac{\theta}{\theta_F} \frac{V_s R_p}{R_s + R_p}$$

Suponga un potenciómetro con una resistencia de 4 k $\Omega$  y que  $R_s$  vale 2 k $\Omega$ . Por lo tanto, para 1 mV por grado se tiene que:

$$0.01 = \frac{1}{320} \frac{4V_s}{4 + 2}$$

Por consiguiente, se necesita un voltaje de alimentación de 4.8 V. Para evitar el efecto de carga en el potenciómetro, ocasionado por la resistencia del registrador, se utiliza un circuito seguidor de voltaje, como el que se muestra en la figura 4.39.

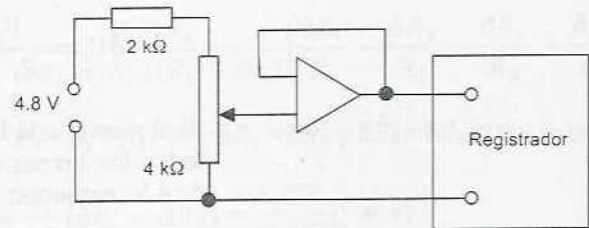


Figura 4.39 Monitor de rueda de pnea

#### 4.6.4 Medición de temperatura con salida binaria

Considere un sistema de medición de temperatura para un rango de 0 a 100 °C, que produce una salida binaria de 8 bits donde un cambio de 1 bit corresponda a un cambio de temperatura de 1°C. La salida se alimentará a un microprocesador, que es parte del sistema de control de temperatura.

Para este sistema se necesita un sensor de temperatura como el termotransistor LM35 (ver la sección 2.9.4). El LM35 produce una salida de 10 mV/°C cuando el voltaje de alimentación es de 5 V. Si se aplica la salida del LM35 a un convertidor analógico a digital de 8 bits se obtiene una salida digital. Es necesario que la resolución del CAD sea de 10 mV para que cada aumento de 10 mV produzca un cambio en la salida de 1 bit. Suponga que se utiliza un CAD de aproximaciones sucesivas, por ejemplo, el ADC0801; se requiere entonces, un voltaje de referencia que cuando se divida en  $2^8 = 256$  bits se obtengan 10 mV por bit. Por lo tanto, el voltaje de referencia que se necesita es de 2.56 V. Para obtener lo anterior, el voltaje de referencia en el ADC0801 debe ser  $V_{ref}/2$ , y por ello se utiliza un voltaje de entrada exacto de 1.28 V. Este voltaje se puede obtener mediante un circuito de potenciómetro en la fuente de 5 V junto con un seguidor de voltaje a fin de evitar problemas por el efecto de la carga. Como el voltaje debe permanecer estable a 1.28 V, incluso si hay fluctuaciones en el voltaje de alimentación de 5 V, es recomendable usar un regulador de voltaje; por ejemplo, el ZN458/B de 2.45 V. El circuito sería como el que muestra la figura 4.40.

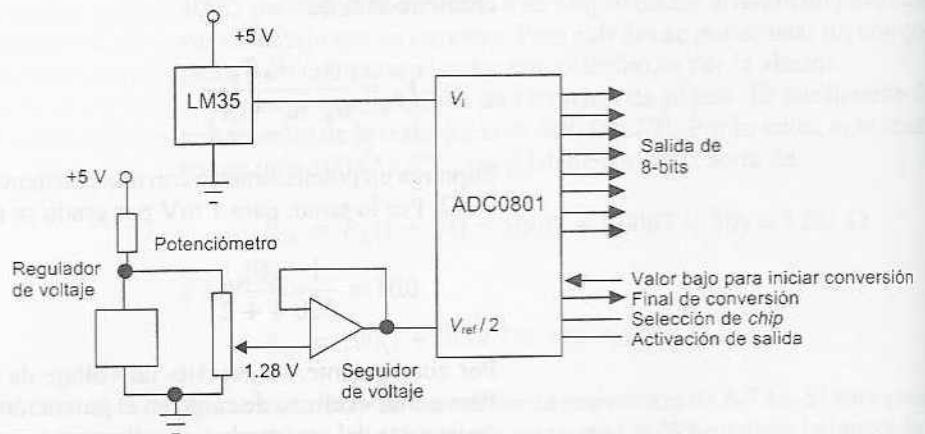


Figura 4.40 Sensor de temperatura



## 4.7 Prueba y calibración

Someter a prueba el equipo de un sistema de medición incluye alguna o varias de las siguientes etapas:

### 1. *Pruebas previas a la instalación*

Consiste en someter a prueba los instrumentos para verificar su calibración y funcionamiento correctos antes de proceder a instalarlos.

### 2. *Pruebas de tubería y cableado*

En el caso de líneas neumáticas, antes de conectar los instrumentos, se purgan con aire limpio y seco y se hacen pruebas de presión para asegurarse de que no hay fugas. En la tubería de procesos, antes de conectar instrumentos, se purga y prueba por completo. Si se trata de los cables de instrumentos, en todos se debe verificar la continuidad y la resistencia de aislamiento, antes de conectar instrumentos.

### 3. *Pruebas previas a la puesta en servicio*

Son pruebas para verificar que la instalación esté terminada, que al conectar los instrumentos funcionen a la perfección al igual que los visualizadores y tableros del cuarto de control.

## 4.7.1 Calibración

La *calibración* consiste en comparar la salida de sistemas y subsistemas de medición con normas de exactitud reconocida. Como norma de referencia es posible utilizar otros instrumentos, cuyo propósito es la calibración, o algún medio que permita definir valores norma. En el departamento de normas de muchas empresas se conservan algunos instrumentos y elementos como resistencias y celdas para usarse sólo en calibraciones. La relación entre la calibración de un instrumento de uso diario y las normas nacionales es la siguiente:

1. Las normas nacionales se utilizan para calibrar las normas de los centros de calibración.
2. Las normas del centro de calibración se emplean para calibrar las normas de los fabricantes de instrumentos.
3. Los instrumentos normalizados de los fabricantes de instrumentos se utilizan como normas internas de la empresa.
4. Las normas internas de las empresas se utilizan para calibrar instrumentos de proceso.

La secuencia que va de instrumentos utilizados en un proceso a las normas de aplicación nacional es lógica. Para mayor información sobre el tema de la calibración se recomienda consultar *Measurement and Calibration for Quality Assurance* de A.S. Morris (Prentice-Hall, 1991).

Los siguientes son algunos ejemplos de procedimientos de calibración que se pueden utilizar internamente en una empresa:

1. *Voltímetros*

Se verifican utilizando como referencia voltímetros patrón o celdas patrón que producen f.e.m. en la norma.

2. *Amperímetros*

Se verifican utilizando como referencia amperímetros patrón.

3. *Factor de calibración de deformímetros*

Se verifican tomando una muestra de un lote y aplicando a éstos tensiones antes medidas en una pieza de prueba. Se miden entonces los cambios en la resistencia y se calcula el factor de calibración correspondiente.

4. *Circuitos de un puente de Wheatstone*

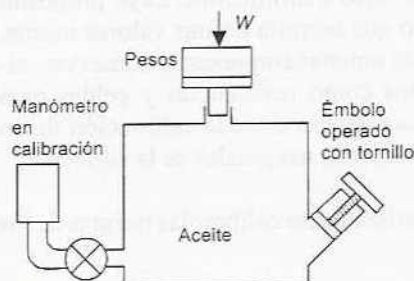
La salida de un puente de Wheatstone se puede verificar al introducir una resistencia patrón en uno de sus brazos.

5. *Indicadores de presión*

En los indicadores de presión de baja capacidad se pueden usar pesos patrón.

6. *Sensores de presión*

Los sensores de presión se calibran mediante un probador de peso muerto (figura 4.41). Las presiones de calibración se producen añadiendo pesos patrón  $W$  al platillo de un pistón. Una vez colocados los pesos en el platillo, se fuerza la entrada de un émbolo accionado por un tornillo dentro del aceite hidráulico de la cámara, con lo cual se produce el levantamiento del conjunto pistón-peso. La presión de calibración es de  $W/A$ , donde  $A$  es el área transversal del pistón. También es posible utilizar el probador de peso muerto para calibrar un manómetro y éste a su vez, para calibrar otros manómetros.



**Figura 4.41** Calibración de peso muerto de manómetros

7. *Sensores de temperatura*

Se calibran por inmersión en metal puro fundido o en agua. A continuación poco a poco se reduce la temperatura de la sustancia y se obtiene un registro de la temperatura en función del tiempo. Cuando el estado de la sustancia pasa de líquido a sólido, la temperatura permanece constante. Su valor se puede obtener en tablas para contar con una referencia exacta de temperatura que se puede utilizar para una calibración. Por otra parte, también se puede usar la temperatura de ebullición de un líquido. Sin embargo, el punto de ebullición depende de la presión atmosférica, por lo que es necesario hacer correcciones si la presión difiere de la presión atmosférica estándar. También existe la posibilidad de comparar las lecturas obtenidas con el sistema de medición en una empresa con las que se obtienen con un termómetro patrón.



## Problemas

1. Explique el significado de los siguientes términos relacionados con las especificaciones de los sistemas de presentación visual:
  - a) Servo registrador de circuito cerrado: banda muerta  $\pm 0.2\%$  de margen.
  - b) El disco duro tiene dos discos y cuatro cabezas de lectura/escritura, una para cada superficie de los discos. En cada superficie hay 614 pistas y en cada pista 32 sectores.
  - c) Registrador de datos: 100 entradas; la perturbación de cada entrada de  $0.01\%$  de la entrada a escala total.
  - d) Osciloscopio de haz doble: desviación vertical con dos canales idénticos, ancho de banda que va de un valor de  $cd$  a  $15\text{ MHz}$ , factor de desviación de  $10\text{ mV/div}$  a  $20\text{ V/div}$  en 11 pasos calibrados, base de tiempo de  $0.5\text{ }\mu\text{s/div}$  a  $0.5\text{ s/div}$  en 19 pasos calibrados.
2. Explique los problemas relacionados con el efecto de la carga en un sistema de medición que consta de sensor, acondicionador de señal y visualizador.
3. Sugiera una unidad de visualización que permita obtener lo siguiente:
  - a) Un registro permanente de la salida que produce un termopar.
  - b) Un visualizador que permita observar la presión de aceite de un sistema.
  - c) Mantener un registro de la salida digital producida por un microprocesador.
  - d) Los voltajes transitorios que resultan del monitoreo de cargas de una aeronave durante la simulación de turbulencias por aire.
4. Un indicador de presión cilíndrica, como el que muestra la figura 2.33 con cuatro deformímetros en su superficie. Dos de ellos localizados en dirección circular y los otros dos en dirección del eje longitudinal. Cuando el cilindro se somete a una carga de compresión, los deformímetros axiales se encuentran sometidos a compresión, mientras que los que están en dirección circular quedan en tensión. Si el cilindro tiene una sección transversal  $A$  y un módulo de elasticidad  $E$ , una fuerza  $F$  aplicada al cilindro producirá un esfuerzo que actúa sobre los deformímetros axiales, cuyo valor es de  $-F/AE$  y en los deformímetros de la parte circular con un valor de  $+vF/AE$ , donde  $v$  es el coeficiente de Poisson del material. Diseñe un sistema de medición en el que se empleen indicadores de presión y que permita monitorear la masa de agua de un tanque. La masa de éste es de  $20\text{ kg}$  y cuando el agua alcanza el nivel requerido, el peso del tanque es de  $40\text{ kg}$ . La masa se monitorea con una exactitud de  $\pm 0.5\text{ kg}$ . El factor de calibración de los deformímetros es de  $2.1$  y todos tienen la misma resistencia de  $120.0\text{ }\Omega$ . Respecto a los demás elementos indique qué se necesita para el diseño que usted propone. Si utiliza acero dulce como material del indicador de presión, el módulo de tracción se puede considerar con un valor de  $210\text{ GPa}$  y un coeficiente de Poisson de  $0.30$ .

5. Diseñe un sistema de medición en el que se utilice un termopar para determinar la temperatura del agua de una caldera y presente en un medidor la indicación visual respectiva. El rango de temperatura oscila entre 0 y 100 °C y la exactitud requerida es de  $\pm 1\%$  de lectura a escala total. Especifique qué materiales utilizar para el termopar y demás elementos necesarios. Para fundamentar su diseño, deberá considerar los problemas de la unión fría y de la alinealidad. Con seguridad necesitará consultar tablas de termopares. Los siguientes datos se tomaron de éstas; se supone que la unión fría está a 0 °C, y puede tomarse como guía.

Materiales	f.e.m. en mV a:				
	20 °C	40 °C	60 °C	80 °C	100 °C
Cobre-constantán	0.789	1.611	2.467	3.357	4.277
Cromo-constantán	1.192	2.419	3.683	4.983	6.317
Hierro-constantán	1.019	2.058	3.115	4.186	5.268
Cromo-alumel	0.798	1.611	2.436	3.266	4.095
Platino-10% Rodio, Pt	0.113	0.235	0.365	0.502	0.645

6. Diseñe un sistema de medición que permita monitorear temperaturas del orden de 100 °C, en diversos puntos de una planta y presente los resultados en un tablero de control.
7. En el diseño propuesto para medir el nivel de líquido de un recipiente se utiliza un flotador: cuando éste experimenta un movimiento vertical causa el doblamiento de una viga voladiza. El grado de doblamiento de ésta se considera como una medida del nivel de líquido. Si se aplica una fuerza  $F$  al extremo libre de la viga que tiene una longitud  $L$ , la deformación en su superficie a una distancia  $x$  del extremo que está sujeto está expresada por la ecuación:

$$\text{Deformación} = \frac{6(L - x)}{wt^2 E}$$

donde  $w$  es el ancho de la viga,  $t$  su espesor y  $E$  el módulo de elasticidad del material. Se usarán deformímetros para monitorear el doblamiento de la viga; dos colocados en dirección longitudinal en la superficie superior y dos en dirección longitudinal en la superficie inferior. Los deformímetros se conectan a un puente de Wheatstone de cuatro brazos y el voltaje de salida, después de someterse a una amplificación si es necesario, se interpreta como la medida del nivel del líquido. Determine las especificaciones de cada componente de este sistema, suponiendo que se desea obtener una salida de 10 mV por cada 10 cm de cambio en el nivel.

8. Diseñe un sistema de medición de presión estática basado en un sensor que utilice un diafragma de 40 mm de diámetro que puede soportar una diferencia de presión máxima de 500 MPa. En un diafragma en el cual la desviación central  $y$  es mucho menor que el espesor del diafragma,  $t$ , se cumple:





# 5

## Sistemas de actuadores neumáticos e hidráulicos

### 5.1 Sistemas de actuadores

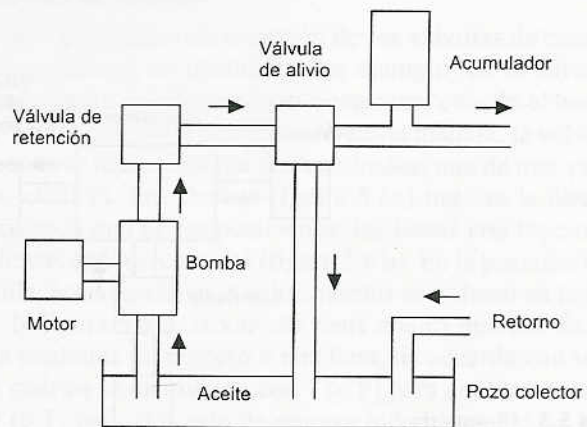
Los *sistemas de actuadores* son los elementos de los sistemas de control que transforman la salida de un microprocesador o un sistema de control en una acción de control para una máquina o dispositivo. Por ejemplo, si es necesario transformar una salida eléctrica del controlador en un movimiento lineal que realiza el desplazamiento de una carga. Otro ejemplo sería cuando la salida eléctrica del controlador anterior requiere transformarse en una acción que controle la cantidad de líquido que entra y circula en una tubería.

En este capítulo se analizan los sistemas de actuadores neumáticos e hidráulicos; en el capítulo 6, los sistemas de actuadores mecánicos y en el capítulo 7 los sistemas de actuadores eléctricos. Para más detalle de los sistemas neumático e hidráulico se sugieren obras más especializadas como *Pneumatic and Hydraulic Systems* de W. Bolton (Butterworth-Heinemann, 1997), *Power Pneumatics* de M.J. Pinches y B.J. Callear (Prentice-Hall, 1996), *Pneumatic Control for Industrial Automation* de P. Rohner y G. Smith (Wiley 1987, 1990) e *Industrial Hydraulic Control* de P. Rohner (Wiley, 1984, 1986, 1988 y 1995).

### 5.2 Sistemas neumáticos e hidráulicos

Con frecuencia las señales neumáticas son utilizadas para controlar elementos de actuación final, incluso cuando el sistema de control es eléctrico. Esto se debe a que con dichas señales es posible accionar válvulas de grandes dimensiones y otros dispositivos de control que requieren mucha potencia para mover cargas considerables. La principal desventaja de los sistemas neumáticos es la compresibilidad del aire. Las señales hidráulicas se usan en dispositivos de control de mucho mayor potencia; sin embargo, son más costosas que los sistemas neumáticos y hay riesgos asociados con fugas de aceite, que no existen en una fuga de aire.

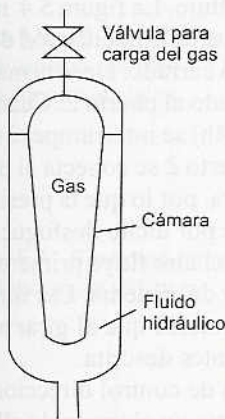




**Figura 5.1** Fuente de alimentación hidráulica

### 5.2.1 Fuentes de energía

En un sistema hidráulico la presurización del aceite se logra mediante una bomba accionada por un motor eléctrico. La bomba envía aceite al sistema desde un pozo colector a través de una válvula de retención y un acumulador; en la figura 5.1 se ilustra este sistema. La válvula de alivio libera presión cuando ésta rebasa determinado nivel de seguridad; la válvula de retención evita que el aceite regrese a la bomba y el acumulador equilibra las fluctuaciones de corta duración en la presión de salida del aceite. En esencia el acumulador es un recipiente que mantiene el aceite bajo presión, soportando una fuerza externa. En la figura 5.2 se muestra la configuración más común en la que se presuriza usando gas; dentro de una cámara con gas, se encuentra un fluido hidráulico; una versión más antigua utilizaba un pistón accionado por resorte. Si la presión del aceite aumenta, la cámara se contrae, aumenta el volumen que puede ocupar el aceite y disminuye la presión. Si disminuye la presión del aceite, la cámara se expande, disminuye el volumen que ocupa el aceite y de esta manera aumenta su presión.



**Figura 5.2** Acumulador

En una fuente de energía neumática (figura 5.3), se acciona un compresor de aire con un motor eléctrico. El aire que entra al compresor se filtra y pasa por un silenciador para reducir el nivel de ruido. La válvula de alivio de presión protege contra un aumento de la presión del sistema que exceda el nivel de seguridad. Dado que el compresor aumenta la temperatura del aire, es posible que sea necesario un sistema de enfriamiento; para eliminar la contaminación y agua del aire se utiliza un filtro y un separador de agua. En el receptor de aire se aumenta el volumen del aire del sistema y se equilibran las fluctuaciones de presión de breve duración.

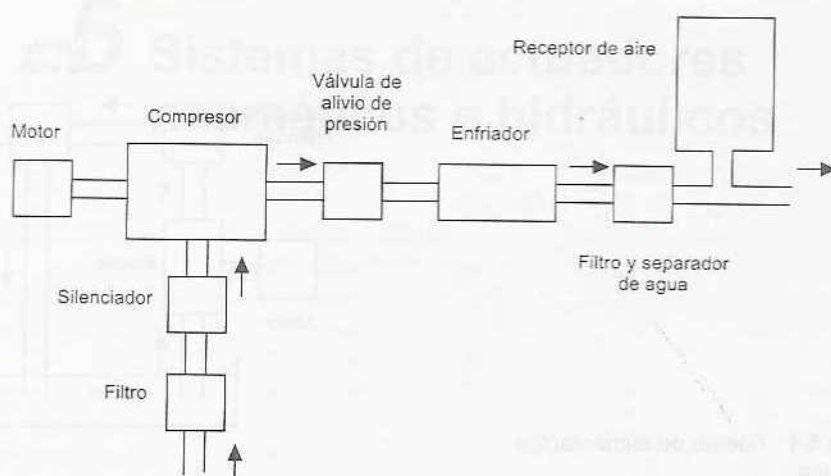


Figura 5.3 Fuente de alimentación neumática

### 5.3 Válvulas para control de dirección

En los sistemas neumáticos e hidráulicos se utilizan válvulas de control de dirección para controlar el sentido de flujo de un fluido que pasa por un sistema. Su función no es modificar el gasto de un fluido, pero son dispositivos abiertos o cerrados por completo, es decir abierto/cerrado (on/off). Estas válvulas se utilizan con frecuencia en el diseño de sistemas de control de secuencia (ver más adelante en este capítulo), y se activan para cambiar la dirección de flujo de un fluido mediante señales mecánicas, eléctricas o de presión de fluidos.

Un tipo muy común de válvula de control de dirección es la *válvula de carrete*. Dentro del cuerpo de la válvula se desplaza un carrete en forma horizontal para controlar el flujo. La figura 5.4 muestra una forma de esta válvula. En a) la fuente de alimentación de aire está conectada al puerto 1 y el puerto 3 está cerrado. De esta manera, es posible presurizar el dispositivo conectado al puerto 2. Cuando el carrete se desplaza a la izquierda (figura 5.4b) se interrumpe el suministro de la fuente de alimentación y el puerto 2 se conecta al puerto 3. Este último es un desfogue a la atmósfera, por lo que la presión de aire del sistema vinculado al puerto 2 sale por dicho desfogue. Así, el desplazamiento del carrete permite que el aire fluya primero dentro del sistema, para luego invertirlo y salir del sistema. Las *válvulas giratorias de carrete* tienen un carrete giratorio que al girar abre y cierra los puertos de manera similar a la antes descrita.

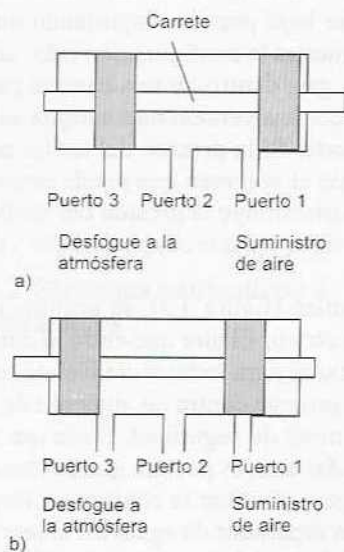


Figura 5.4 Válvula de carrete

Otra modalidad muy común de válvula de control direccional es la *válvula de vástago*. La figura 5.5 muestra un ejemplo de ella. En condiciones normales esta válvula está cerrada, y no hay conexión entre el puerto 1 (con el cual está conectada la fuente de presión) y el puerto 2 (con el cual está conectado el sistema). Para controlar el flujo en las válvulas de vástago se utilizan bolas, discos o conos junto con los asientos de los vástagos. En la figura se muestra una bola. Cuando se oprime el botón, la bola sale de su asiento y hay flujo como consecuencia de la conexión del puerto 1 con el puerto 2. Cuando el botón se deja de oprimir, el resorte obliga a la bola a volver a su asiento y el flujo se interrumpe.



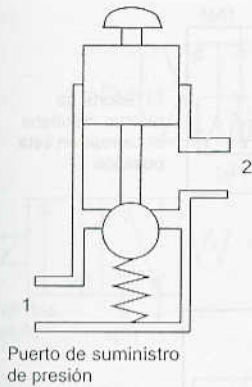
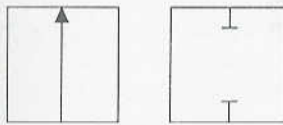


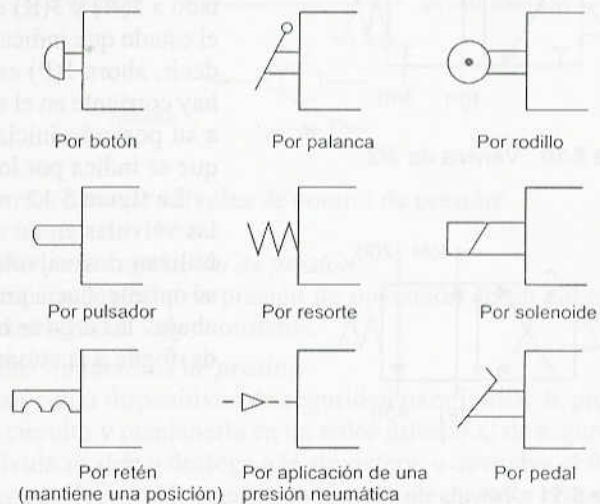
Figura 5.5 Válvula de vástago



a) b)



c)

Figura 5.6 a) Trayectoria del flujo;  
b) interrupción del flujo;  
c) conexiones inicialesFigura 5.7 Símbolos de modalidades  
de actuación de válvulas

La figura 5.8 es un ejemplo de cómo combinar estos símbolos para describir el funcionamiento de una válvula; en ella se muestra el símbolo de la válvula de vástago de dos posiciones y dos puertos de la figura 5.6. Observe que se puede referir a este tipo de válvula como una válvula 2/2; aquí el primer número indica la cantidad de puertos y el segundo, las posiciones.

La figura 5.9 es otro ejemplo de una válvula de carrete accionada por solenoide; la figura 5.10 es el símbolo respectivo. La válvula se acciona mediante una corriente que pasa por un solenoide y regresa a su posición original con un resorte.

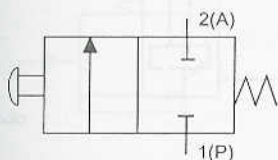


Figura 5.8 Válvula de 2/2

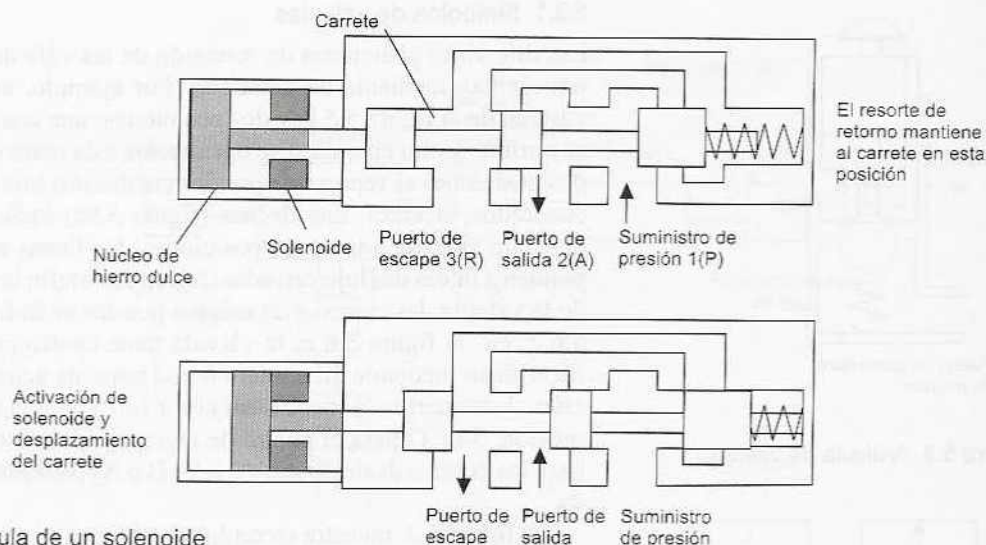


Figura 5.9 Válvula de un solenoide

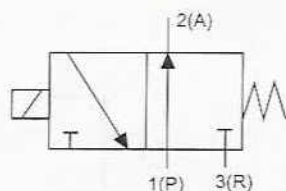


Figura 5.10 Válvula de 3/2

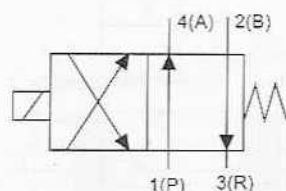


Figura 5.11 Válvula de 4/2

En la figura 5.11 se muestra el símbolo de una válvula 4/2. Las conexiones corresponden al estado inicial, es decir, 1(P) está conectado a 2(A) y 3(R) está cerrado. Al activarse el solenoide se obtiene el estado que indican los símbolos del cuadrado correspondiente, es decir, ahora 1(P) está cerrado y 2(A) conectado a 3(R). Cuando no hay corriente en el solenoide, el resorte obliga a la válvula a regresar a su posición inicial. El movimiento del resorte produce el estado que se indica por los símbolos del cuadrado respectivo.

La figura 5.12 muestra un ejemplo sencillo de una aplicación de las válvulas en un sistema de levantamiento de peso neumático. Se utilizan dos válvulas de botón 2/2. Cuando el botón de la válvula se oprime hacia arriba, la carga se levanta. Cuando se oprime hacia abajo, la carga se baja. Observe que en los sistemas neumáticos un desfogue a la atmósfera se indica con una flecha.

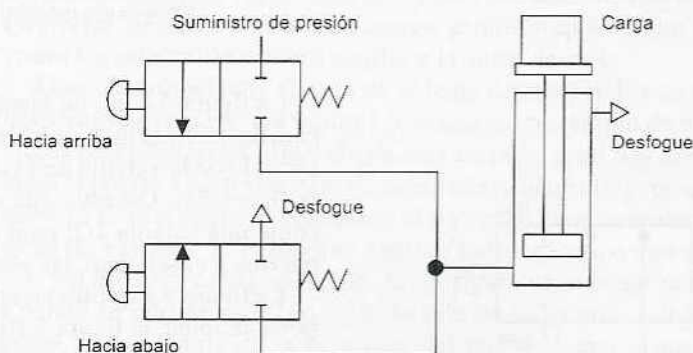


Figura 5.12 Sistema de levantamiento



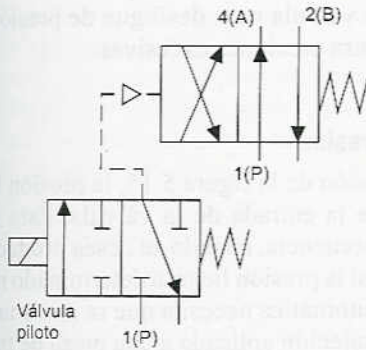


Figura 5.13 Sistema accionado por piloto

### 5.3.2 Válvulas operadas con pilotaje

La fuerza necesaria para accionar la bola o desplazar la válvula en ocasiones es demasiado grande para hacerlo de manera manual o mediante un solenoide. Para solucionar ese problema se utiliza un *sistema accionado con pilotaje*, el cual usa una válvula para controlar una segunda válvula; la figura 5.13 ilustra lo anterior. La capacidad de la válvula piloto es pequeña y se acciona en forma manual o mediante un solenoide. Su función es permitir que la válvula principal sea operada a través del sistema de presión. La línea de presión piloto se representa con líneas de trazos. Aunque las válvulas piloto y principal se pueden accionar con dos válvulas independientes, lo más frecuente es encontrarlas dentro de la misma cubierta.

### 5.3.3 Válvulas direccionales

La figura 5.14 muestra una *válvula direccional* y su respectivo símbolo. El flujo sólo se realiza en la dirección en la que la bola empuja al resorte. El flujo en la dirección opuesta está bloqueado porque el resorte empuja la bola y ésta ocupa su asiento.

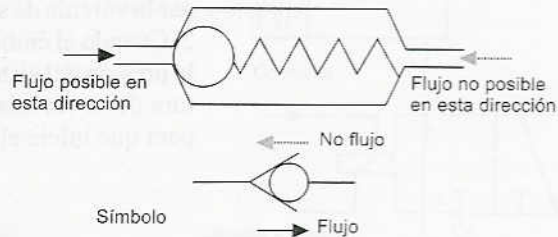


Figura 5.14 Válvula direccional

## 5.4 Válvulas de control de presión

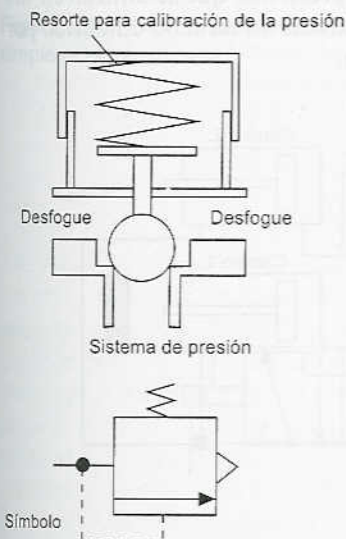


Figura 5.15 Válvula limitadora de presión

Existen varios tipos de válvulas de control de presión:

1. *Válvulas para regulación de presión*  
Sirven para controlar la presión de operación en un circuito y mantenerla en un valor constante.
2. *Válvulas limitadoras de presión*  
Se usan como dispositivos de seguridad para limitar la presión en un circuito y mantenerla en un valor inferior al de seguridad. La válvula se abre y desfoga a la atmósfera, o devuelve el fluido al pozo recolector si la presión es mayor que un valor de seguridad predeterminado.
3. *Válvulas de secuencia de presión*  
Estas válvulas se usan para detectar la presión de una línea externa y producir una señal cuando se alcanza un valor ya determinado.

### 5.4.1 Válvula limitadora de presión

La figura 5.15 ilustra una *válvula limitadora de presión/de desfogue*, cuyo orificio por lo regular está cerrado. Cuando la presión de entrada es mayor que la fuerza que ejerce el resorte, la válvula se abre y se produce un desfogue a la atmósfera o el fluido regresa al pozo reco-

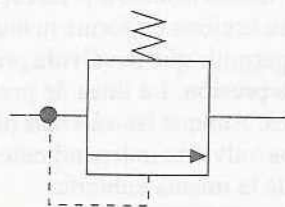


Figura 5.16 Válvula de secuencia de presión

lector. Esta válvula se usa como válvula para desfogue de presión, como protección del sistema contra presiones excesivas.

### 5.4.2 Válvula de secuencia de presión

Con la válvula limitadora de presión de la figura 5.15, la presión límite se define por la presión de la entrada de la válvula. Ésta se puede adaptar como válvula de secuencia, cuando se desea producir flujo en alguna parte del sistema si la presión llega a determinado nivel. Por ejemplo, una máquina automática necesita que se inicie una operación cuando la presión de sujeción aplicada a una pieza de trabajo adquiere un valor particular. La figura 5.16 muestra el símbolo de una válvula de secuencia, donde la válvula se activa cuando la presión de entrada alcanza un valor determinado y permite que la presión se aplique al sistema siguiente.

La figura 5.17 muestra un sistema que utiliza una válvula secuencial como la antes descrita. Cuando la válvula 4/3 actúa por primera vez, la presión se aplica al cilindro 1 y su émbolo se desplaza a la derecha. Cuando esto sucede, la presión es demasiado baja para accionar la válvula de secuencia, por lo que no se aplica presión al cilindro 2. Cuando el émbolo del cilindro 1 llega al tope del extremo, aumenta la presión del sistema y al llegar a un nivel apropiado, activa la apertura de la válvula de secuencia y así se aplica presión al cilindro 2 para que inicie el desplazamiento de su émbolo.

## 5.5 Cilindros

El *cilindro hidráulico* o *neumático* son ejemplos de actuadores lineales. Los principios y configuración son los mismos, tanto para la versión hidráulica como para la neumática; las únicas diferencias son el tamaño, debido a las mayores presiones que se utilizan en las versiones hidráulicas. El cilindro consiste en un tubo cilíndrico por el que se desplaza un pistón/émbolo.

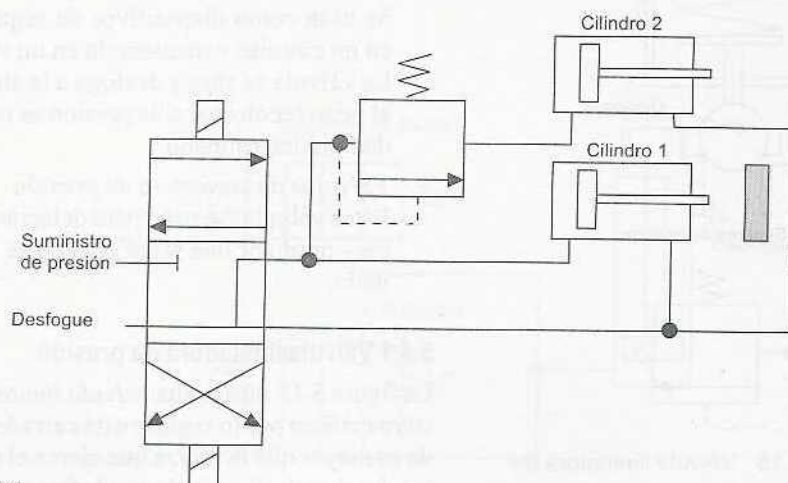


Figura 5.17 Sistema secuencial



El término *simple acción* se utiliza cuando la presión se aplica sólo en uno de los extremos del pistón; en general se utiliza un resorte para oponerse al desplazamiento del pistón anterior. En el cilindro de simple acción de la figura 5.18, cuando una corriente pasa por el solenoide, la válvula cambia de posición y se aplica presión para desplazar el pistón por el cilindro. Cuando se interrumpe la corriente que pasa por el solenoide, la válvula vuelve a su posición inicial y se desfoga aire desde el cilindro. En consecuencia, el resorte devuelve el pistón por el cilindro.

El término *doble acción* se utiliza cuando se aplica presión de control a los dos lados de un pistón. La diferencia de presión entre ambos produce el movimiento del pistón, el cual se desplaza por el cilindro en alguna de las dos direcciones debido a las señales de alta presión. En el cilindro de doble acción de la figura 5.19, la corriente que pasa por un solenoide causa el desplazamiento del pistón en una dirección, en tanto que la corriente que pasa por el otro solenoide invierte la dirección del movimiento.

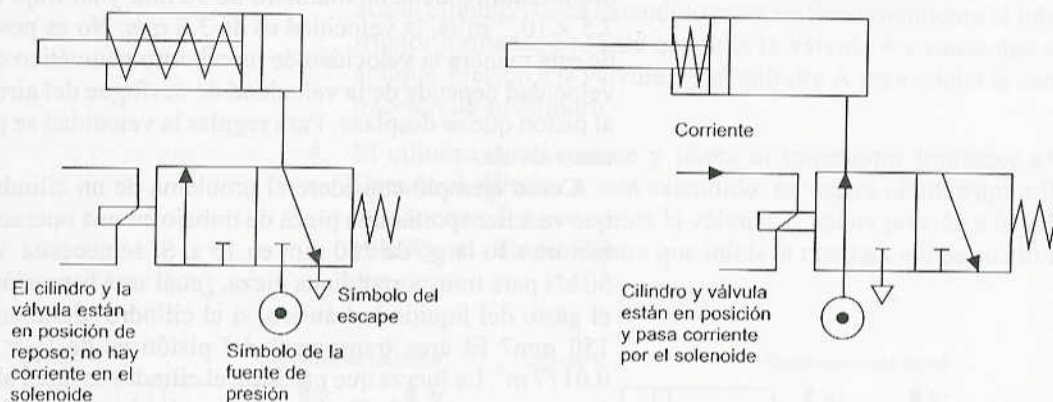


Figura 5.18 Control de un cilindro de simple acción

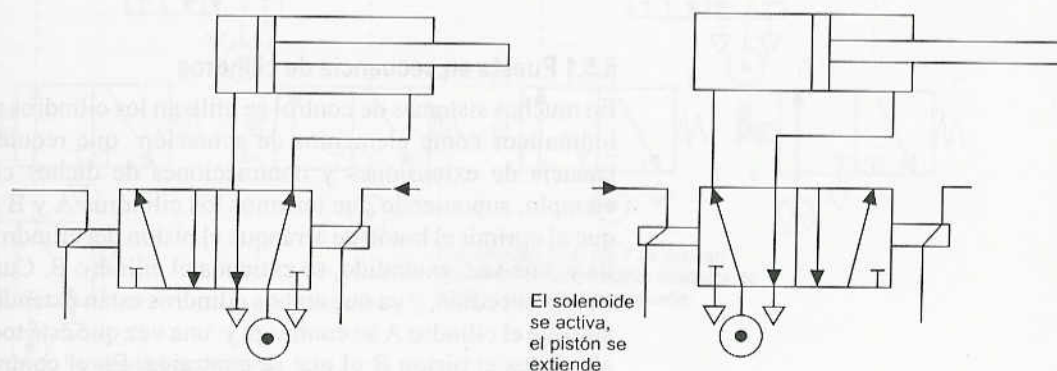


Figura 5.19 Control de un cilindro de doble acción

La selección del cilindro dependerá de la fuerza y velocidad que se requieran para desplazar la carga. Los cilindros hidráulicos tienen mayor capacidad de fuerza que los neumáticos; sin embargo, éstos son más veloces. La fuerza que produce un cilindro es igual al área transversal del cilindro multiplicada por la presión de trabajo, es decir, la diferencia entre las presiones en ambos lados del pistón en el cilindro. Si se utiliza un cilindro con presión neumática de trabajo de 500 kPa y un diámetro es de 50 mm, se obtiene una fuerza de 982 N. Un cilindro hidráulico del mismo diámetro con presión de trabajo de 15 000 kPa produce una fuerza de 29.5 kN.

Si el gasto de un líquido hidráulico que fluye por un cilindro tiene un volumen  $Q$  por segundo, el volumen que abarca el pistón en un tiempo de 1 s debe ser igual a  $Q$ . Sin embargo, un pistón con un área transversal de  $A$ , se trata de un movimiento que recorre una distancia igual a  $v$  en un 1 s, por lo que  $Q = Av$ . Por lo tanto, la velocidad  $v$  de un cilindro hidráulico es igual al gasto del líquido  $Q$  que pasa por el cilindro dividido entre el área transversal  $A$  del cilindro. Si un cilindro hidráulico tiene un diámetro de 50 mm y un flujo hidráulico de  $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , la velocidad es de 3.8 m/s. No es posible calcular de esta manera la velocidad de un cilindro neumático dado que esta velocidad depende de la velocidad de desfogue del aire que precede al pistón que se desplaza. Para regular la velocidad se puede utilizar una válvula.

Como ejemplo considere el problema de un cilindro hidráulico que va a transportar una pieza de trabajo en una operación de manufactura a lo largo de 250 mm en 15 s. Si se necesita una fuerza de 50 kN para transportar dicha pieza, ¿cuál será la presión de trabajo y el gasto del líquido hidráulico, si el cilindro tiene un diámetro de 150 mm? El área transversal del pistón es de  $\frac{1}{4} \pi \times 0.150^2 = 0.0177 \text{ m}^2$ . La fuerza que produce el cilindro es igual al producto del área transversal del cilindro y la presión de trabajo. Por lo tanto, la presión de trabajo es de  $50 \times 10^3 / 0.0177 = 2.8 \text{ MPa}$ . La velocidad de un cilindro hidráulico es igual al gasto del líquido a través del cilindro dividido entre el área transversal del cilindro. Por lo tanto, el gasto necesario es de  $(0.250/15) \times 0.0177 = 2.95 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

### 5.5.1 Puesta en secuencia de cilindros

En muchos sistemas de control se utilizan los cilindros neumáticos e hidráulicos como elementos de actuación que requieren una secuencia de extensiones y contracciones de dichos cilindros. Por ejemplo, suponiendo que tenemos los cilindros A y B y se necesita que al oprimir el botón de arranque el pistón del cilindro A se extienda y, una vez extendido, se extienda el cilindro B. Cuando lo anterior ha sucedido, y ya que ambos cilindros están extendidos, se necesita que el cilindro A se contraiga y una vez que está todo contraído, ahora sea el pistón B el que se contraiga. En el control secuencial mediante cilindros es común asignar a los cilindros una literal de referencia A, B, C, D, etcétera, e indicar el estado correspondiente del cilindro mediante un signo +, si el cilindro está extendido, o un signo



– si está contraído. De este modo, la secuencia de operaciones sería: A+, B+, A– y B–. En la figura 5.20 se muestra un circuito mediante el que se produciría esta secuencia.

La secuencia de operación es la siguiente:

1. Al principio los pistones de ambos cilindros están contraídos. Se oprime el botón de arranque de la válvula 1, con esta acción se aplica presión a la válvula 2, conforme el interruptor limitador b– se activa; a continuación se conmuta la válvula 3 para aplicar presión al cilindro A y éste se extiende.
2. El cilindro A se extiende y se deja de presionar el interruptor limitador a–. Cuando el cilindro A está del todo extendido, se activa el interruptor limitador a+. Éste conmuta la válvula 5 y provoca que se aplique presión a la válvula 6 para conmutarla y así aplicar presión al cilindro B a fin de que se extienda su pistón.
3. El cilindro B se extiende y se libera el interruptor b–. Una vez que el cilindro B está extendido entra en funcionamiento el interruptor limitador b+. Éste conmuta la válvula 4 y causa que se aplique presión a la válvula 3 y al cilindro A para iniciar la contracción de su cilindro.
4. El cilindro A se contrae y libera al interruptor limitador a+. Cuando el cilindro A está extendido se activa el interruptor limitador a–. Éste conmuta la válvula 7, aplica presión a la válvula 5 y al cilindro B para que inicie la contracción de su cilindro.

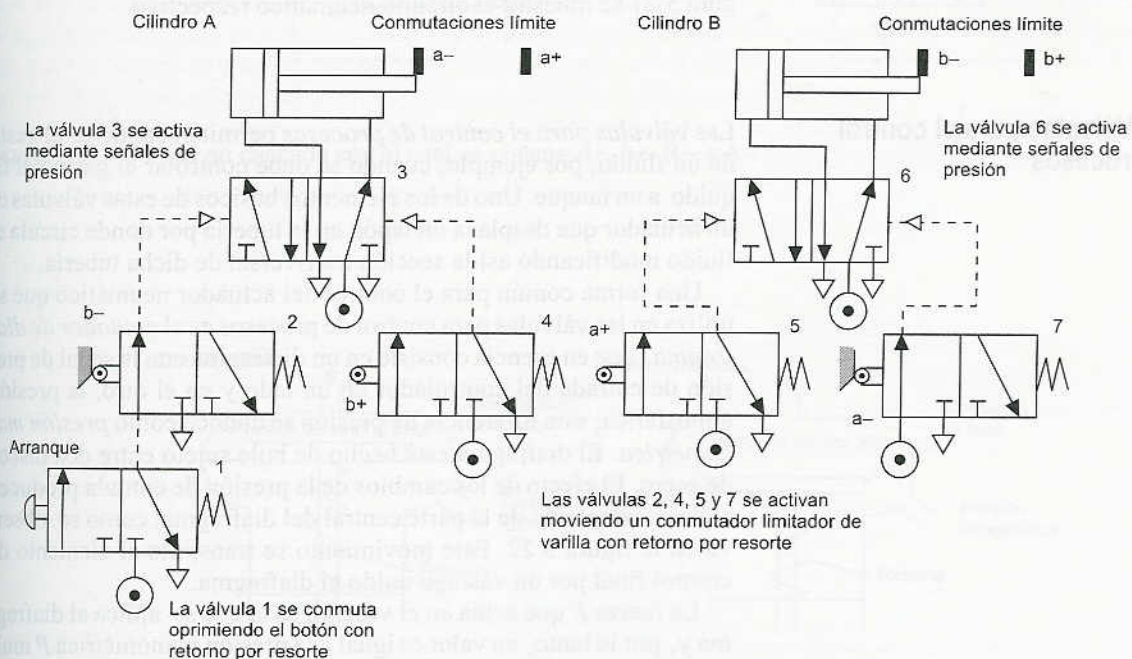


Figura 5.20 Operación secuencial con dos actuadores

5. El cilindro B se contrae y libera al interruptor limitador  $b+$ . Una vez contraído el cilindro B, entra en operación el interruptor limitador  $b-$  para completar el ciclo.

Para iniciar de nuevo el ciclo basta oprimir el botón de arranque. Si se desea el funcionamiento continuo del sistema, será necesario utilizar el último movimiento de la secuencia para activar el primer movimiento.

Otra forma de lograr la secuencia anterior es conectar y desconectar por grupos el suministro del aire que se alimenta a las válvulas, método que se conoce como *control en cascada* y con el cual se evita un problema que puede presentarse en los circuitos dispuestos como ilustra la figura 5.20. En ellos el aire queda atrapado en la línea de presión para controlar una válvula, evitando así que sea conmutada. Usando el control tipo cascada, la secuencia de operaciones se distribuye entre grupos, y en cada uno de éstos la literal para identificar los cilindros aparece sólo una vez por cada grupo. Por lo tanto, en la secuencia  $A+$ ,  $B+$ ,  $B-$  y  $A-$ , tendríamos los grupos  $A+$ ,  $B+$  y  $A-$ ,  $B-$ . A continuación se utiliza una válvula para conmutar el suministro de aire entre ambos grupos, es decir, se proporciona aire al grupo  $A+B+$  y luego al grupo  $A-B-$ . En la línea para seleccionar el primer grupo se incluye una válvula de arranque/paro y, si se desea la repetición continua de la secuencia, en la última operación se debe producir una señal que inicie de nuevo la secuencia. La primera función de cada grupo se inicia con la conmutación de la fuente de alimentación de dicho grupo. Las siguientes acciones del grupo se controlan mediante válvulas operadas por interruptor; la última operación de una válvula activa al siguiente grupo elegido. En la figura 5.21 se muestra el circuito neumático respectivo.

## 5.6 Válvulas para el control de procesos

Las *válvulas para el control de procesos* permiten controlar el gasto de un fluido; por ejemplo, cuando se debe controlar el gasto del líquido a un tanque. Uno de los elementos básicos de estas válvulas es un actuador que desplaza un tapón en la tubería por donde circula el fluido modificando así la sección transversal de dicha tubería.

Una forma común para el control del actuador neumático que se utiliza en las válvulas para control de procesos es el *actuador de diafragma*, que en esencia consiste en un diafragma con la señal de presión de entrada del controlador en un lado y en el otro, la presión atmosférica; esta diferencia de presión se conoce como *presión manométrica*. El diafragma está hecho de hule sujeto entre dos discos de acero. El efecto de los cambios de la presión de entrada producen el desplazamiento de la parte central del diafragma, como se observa en la figura 5.22. Este movimiento se transmite al elemento de control final por un vástago unido al diafragma.

La fuerza  $F$  que actúa en el vástago es la que se aplica al diafragma y, por lo tanto, su valor es igual a la presión manométrica  $P$  multiplicada por el área del diafragma  $A$ . Mediante un resorte se obtiene una fuerza de restauración. Si el vástago se desplaza una distancia  $x$  y



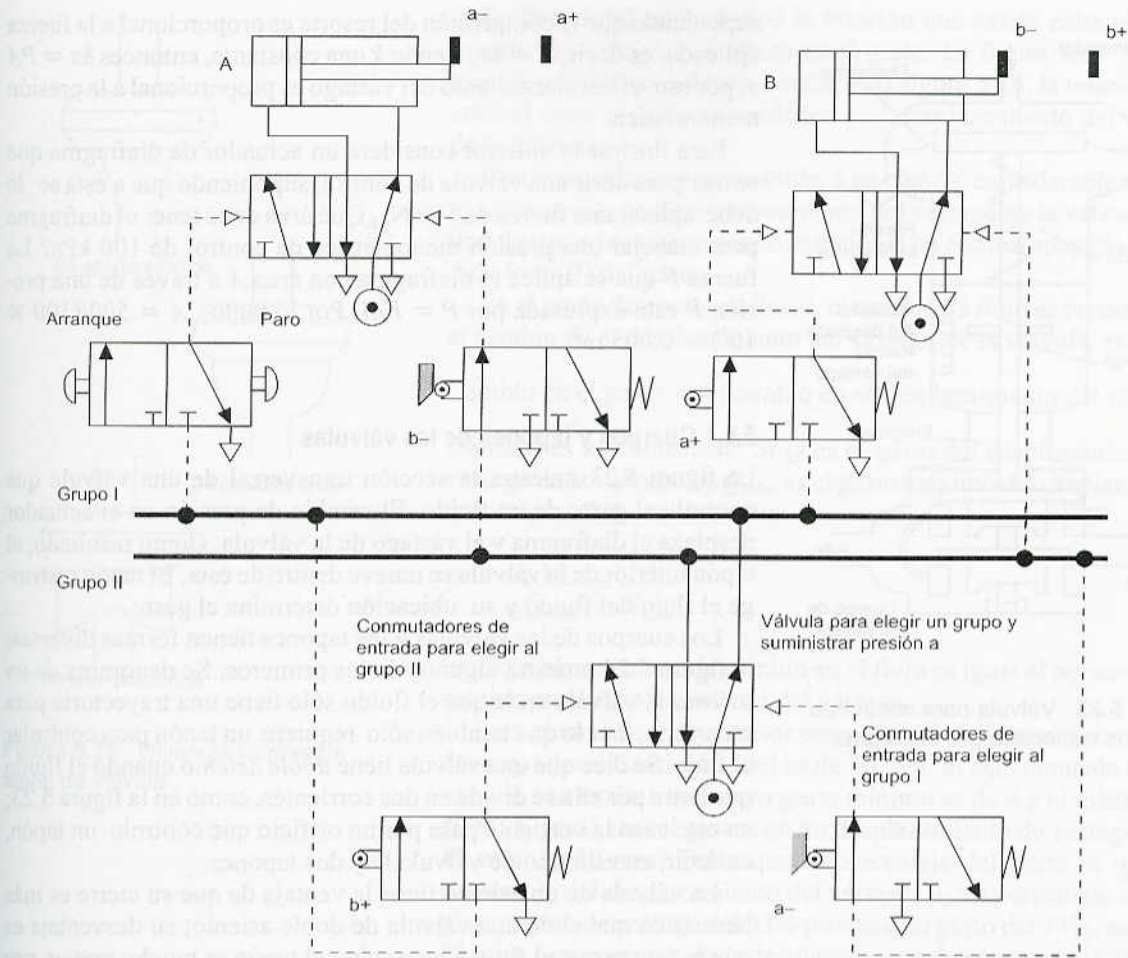
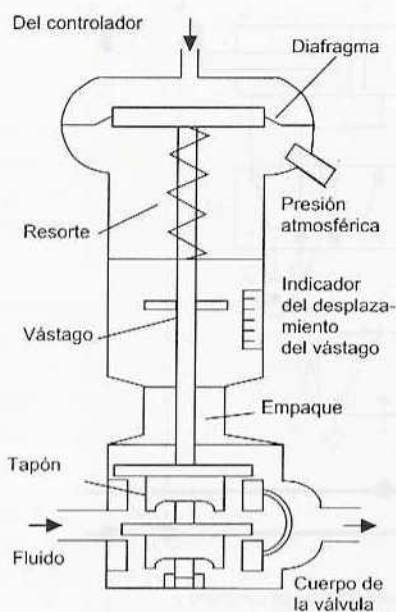


Figura 5.21 Control en cascada con el cual se obtiene  $A^+$ ,  $B^+$ ,  $B^-$  y  $A^-$



Figura 5.22 Actuador neumático de diafragma



**Figura 5.23** Válvula para control de procesos accionada por diafragma

suponiendo que la compresión del resorte es proporcional a la fuerza aplicada, es decir,  $F = kx$ , siendo  $k$  una constante, entonces  $kx = PA$  y, por eso, el desplazamiento del vástago es proporcional a la presión manométrica.

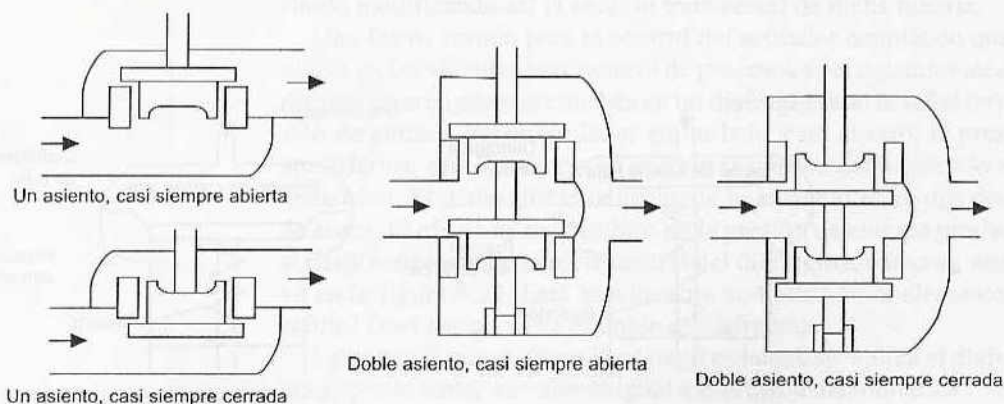
Para ilustrar lo anterior considere un actuador de diafragma que se usa para abrir una válvula de control, suponiendo que a ésta se le debe aplicar una fuerza de 500 N. ¿Qué área debe tener el diafragma para manejar una presión manométrica de control de 100 kPa? La fuerza  $F$  que se aplica al diafragma con área  $A$  a través de una presión  $P$  está expresada por  $P = F/A$ . Por lo tanto,  $A = 500/(100 \times 10^3) = 0.005 \text{ m}^2$ .

### 5.6.1 Cuerpos y tapones de las válvulas

La figura 5.23 muestra la sección transversal de una válvula que controla el gasto de un fluido. El cambio de presión en el actuador desplaza al diafragma y al vástago de la válvula. Como resultado, el tapón interior de la válvula se mueve dentro de ésta. El tapón restringe el flujo del fluido y su ubicación determina el gasto.

Los cuerpos de las válvulas y los tapones tienen formas diversas; la figura 5.24 muestra algunos de los primeros. Se denomina *de un asiento* la válvula en la que el fluido sólo tiene una trayectoria para recorrerla, por lo que también sólo requiere un tapón para controlar el flujo. Se dice que una válvula tiene *doble asiento* cuando el fluido que entra por ella se divide en dos corrientes, como en la figura 5.23; en este caso la corriente pasa por un orificio que controla un tapón, es decir, en este tipo de válvula hay dos tapones.

La válvula de un asiento tiene la ventaja de que su cierre es más hermético que el de una válvula de doble asiento; su desventaja es que la fuerza que el flujo ejerce sobre el tapón es mucho mayor, por lo que el diafragma del actuador tiene que aplicar al vástago fuerzas mucho mayores, lo que puede ocasionar problemas en la colocación exacta del vástago. Las válvulas de doble asiento no tienen ese problema. La forma del cuerpo también determina si un aumento en la presión del aire producirá la apertura o cierre de la válvula.



**Figura 5.24** Diversos tipos de cuerpo de válvula





Figura 5.25 Diversas formas de tapón de válvula

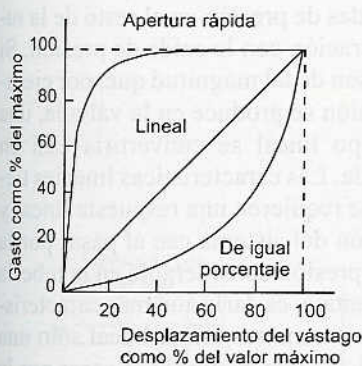


Figura 5.26 Características del flujo con diferentes tapones

La forma del tapón define la relación que existe entre el movimiento del vástago y el efecto en el gasto. La figura 5.25 muestra tres tipos de tapones de uso común y la figura 5.26, la relación porcentual entre el gasto volumétrico y el desplazamiento del vástago de la válvula.

Con el tipo de *apertura rápida*, a un cambio considerable del gasto corresponde un ligero movimiento del vástago de la válvula. Este tipo de tapón se utiliza cuando se necesita un control apagado/encendido (on/off) del gasto.

En el tapón de *contorno lineal*, el cambio de flujo es proporcional al cambio en el desplazamiento del vástago de la válvula, es decir:

Cambio en el gasto =  $k$  (cambio en el desplazamiento del vástago)

Donde  $k$  es una constante. Si  $Q$  es el gasto del desplazamiento del vástago de la válvula  $S$  y  $Q_{\text{máx}}$  es el gasto máximo del desplazamiento máximo,  $S_{\text{máx}}$ , se tiene que:

$$\frac{Q}{Q_{\text{máx}}} = \frac{S}{S_{\text{máx}}}$$

es decir, el porcentaje de cambio en el flujo es igual al porcentaje de cambio en el desplazamiento del vástago.

Para ejemplificar lo anterior considere el problema de un actuador cuyo desplazamiento total es de 30 mm. Si está montado en una válvula con tapón lineal cuyo gasto mínimo es de 0 y el máximo de 40 m<sup>3</sup>/s, ¿cuál será el gasto con un desplazamiento de vástago de a) 10 mm, b) 20 mm? Dado que el porcentaje del gasto es igual al porcentaje del desplazamiento del vástago: a) un porcentaje de desplazamiento de vástago del 33% produce un gasto del 33%, es decir, 13 m<sup>3</sup>/s; b) un porcentaje de desplazamiento de vástago del 67% produce un gasto del 67%, es decir, 27 m<sup>3</sup>/s.

Con el tapón tipo *porcentaje igual*, los cambios en porcentaje en el gasto son iguales a los cambios en porcentaje de la posición del vástago de la válvula, es decir:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = k \Delta S$$

donde  $\Delta Q$  es el cambio experimentado en el gasto  $Q$  y  $\Delta S$  el cambio en la posición de la válvula resulta del cambio anterior. Si la ecuación anterior expresa los cambios pequeños y luego se integra, se obtiene:

$$\int_{Q_{\text{mín}}}^Q \frac{1}{Q} dQ = k \int_{S_{\text{mín}}}^S dS$$

Por lo tanto:

$$\ln Q - \ln Q_{\text{mín}} = k(S - S_{\text{mín}})$$

Despejando el gasto  $Q_{\text{máx}}$ , el cual está en función de  $S_{\text{máx}}$ , se tiene que:

$$\ln Q_{\text{máx}} - \ln Q_{\text{mín}} = k(S_{\text{máx}} - S_{\text{mín}})$$

Eliminando  $k$  de estas dos ecuaciones se tiene:

$$\frac{\ln Q - \ln Q_{\text{mín}}}{\ln Q_{\text{máx}} - \ln Q_{\text{mín}}} = \frac{S - S_{\text{mín}}}{S_{\text{máx}} - S_{\text{mín}}}$$

$$\ln \frac{Q}{Q_{\text{mín}}} = \frac{S - S_{\text{mín}}}{S_{\text{máx}} - S_{\text{mín}}} \ln \frac{Q_{\text{máx}}}{Q_{\text{mín}}}$$

y así

$$\frac{Q}{Q_{\text{mín}}} = \left( \frac{Q_{\text{máx}}}{Q_{\text{mín}}} \right)^{(S - S_{\text{mín}})/(S_{\text{máx}} - S_{\text{mín}})}$$

Una característica de la relación  $Q_{\text{máx}}/Q_{\text{mín}}$  es la *capacidad de rango*.

Para ilustrar lo anterior, considere el problema de un actuador, con un desplazamiento total de vástago de 30 mm. Está montado en una válvula de control que tiene un tapón de igual porcentaje y un gasto mínimo de 2 m<sup>3</sup>/s y un gasto máximo de 24 m<sup>3</sup>/s. ¿Cuál será el gasto si el desplazamiento del vástago es: a) 10 mm, b) 20 mm? Con base en la ecuación:

$$\frac{Q}{Q_{\text{mín}}} = \left( \frac{Q_{\text{máx}}}{Q_{\text{mín}}} \right)^{(S - S_{\text{mín}})/(S_{\text{máx}} - S_{\text{mín}})}$$

tenemos que para a)  $Q = 2 \times (24/2)^{10/30} = 4.6$  m<sup>3</sup>/s y para b)  $Q = 2 \times (24/2)^{20/30} = 10.5$  m<sup>3</sup>/s.

La relación entre el gasto y el desplazamiento del vástago es una de las características inherentes de la válvula. En la práctica esto sólo se puede observar si las pérdidas de presión en el resto de la tubería, son despreciables en comparación con la caída de presión. Si las caídas de presión en la tubería son de tal magnitud que, por ejemplo, la mitad de la caída de la presión se produce en la válvula, una característica de operación de tipo lineal se convertiría casi en una característica de apertura rápida. Las características lineales tienen amplia aplicación en casos que requieren una respuesta lineal y cuando la mayor parte de la presión del sistema cae al pasar por la válvula. El efecto de una caída de presión considerable en la tubería si se usa una válvula de igual porcentaje, es darle aún más características lineales. Por ello, si se necesita una respuesta lineal sólo una pequeña porción de la presión del sistema se pierde al pasar por la válvula, es recomendable usar una válvula de igual porcentaje.

### 5.6.2 Dimensionamiento de válvulas de control

El término *dimensionamiento de válvulas de control* se refiere al procedimiento para calcular el tamaño adecuado del cuerpo de una válvula. La ecuación que relaciona el gasto de un líquido  $Q$  que fluye por una válvula toda abierta y el tamaño de ésta es:



$$Q = A_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

Donde  $A_v$  es el coeficiente de flujo de la válvula,  $\Delta P$  la caída de presión a través de la válvula y  $\rho$  la densidad del fluido. Esta ecuación también se expresa de la siguiente manera, con las magnitudes en unidades del SI:

$$Q = 2.37 \times 10^{-5} C_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

Donde  $C_v$  es el coeficiente de flujo de la válvula. Otra manera de expresar la misma ecuación es:

$$Q = 0.75 \times 10^{-6} C_v \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

donde  $G$  es la gravedad específica o densidad relativa. Estas dos últimas maneras de expresar la ecuación original derivan de su ecuación original en función de galones estadounidenses. La tabla 5.1 muestra algunos valores típicos de  $A_v$ ,  $C_v$  y la dimensión de la válvula.

Para ejemplificar lo anterior, considere el problema al calcular el tamaño de una válvula que se utiliza para controlar flujo de agua, cuando el máximo flujo requerido es de  $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$  y la caída de presión permisible en la válvula es de 300 kPa. Usando en la ecuación:

**Tabla 5.1** Coeficientes de flujo y dimensiones de válvula

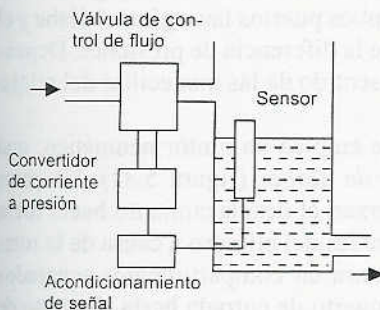
Coeficientes de flujo	Dimensión de la válvula (mm)							
	480	640	800	960	1260	1600	1920	2560
$C_v$	8	14	22	30	50	75	110	200
$A_v \times 10^{-5}$	19	33	52	71	119	178	261	474

$$Q = A_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

por lo tanto, dado que la densidad del agua es de  $1000 \text{ kg/m}^3$ :

$$A_v = Q \sqrt{\frac{\rho}{\Delta P}} = 0.012 \sqrt{\frac{1000}{300 \times 10^3}} = 69.3 \times 10^{-5}$$

Entonces, usando la tabla 5.1, la dimensión de la válvula es de 960 mm.



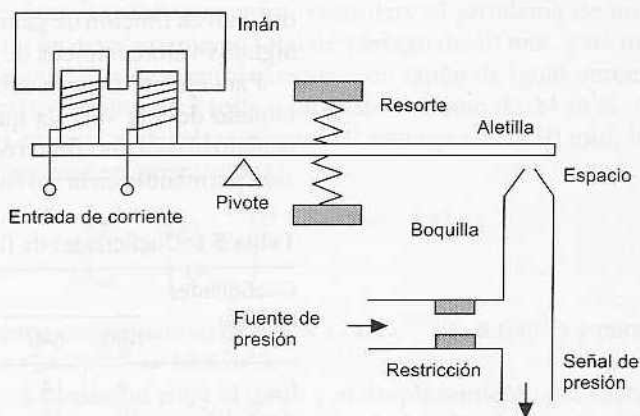
**Figura 5.27** Sistema de control de fluidos

### 5.6.3 Ejemplo de un sistema de control de fluidos

La figura 5.27 muestra las características esenciales de un sistema para controlar una variable, como es el nivel de líquido en un recipiente, mediante el control de gasto de dicho líquido. La salida que produce el sensor de nivel del líquido, después que se somete a un acondicionamiento de señal, se transmite al convertidor de corriente a presión como una corriente de entre 4 y 20 mA. A continuación,

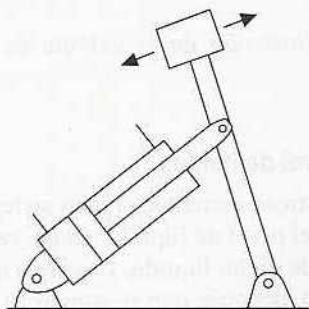
esta señal se convierte en una presión manométrica de 20 a 100 kPa con la cual se acciona la válvula de control neumático y se controla el gasto con el que el líquido entra en el recipiente.

La figura 5.28 ilustra la configuración básica de un convertidor de corriente a presión. La corriente de entrada pasa por bobinas montadas en un núcleo que es atraído hacia un imán; la magnitud de esta atracción depende de la magnitud de la corriente. El movimiento del núcleo provoca el desplazamiento de la palanca alrededor de su pivote y de una aletilla situada arriba de la boquilla. La posición de la aletilla en relación con la boquilla define el gasto de salida del aire del sistema y, por lo tanto, la presión de aire en el sistema. Se utilizan resortes en la aletilla para ajustar la sensibilidad del convertidor, de manera que una corriente entre 4 y 20 mA produzca una presión manométrica de 20 a 100 kPa. Éstos son valores estándar que en general se utilizan en este tipo de sistemas.



**Figura 5.28** Convertidor de corriente a presión

## 5.7 Actuadores giratorios



**Figura 5.29** Cilindro lineal usado para producir una rotación

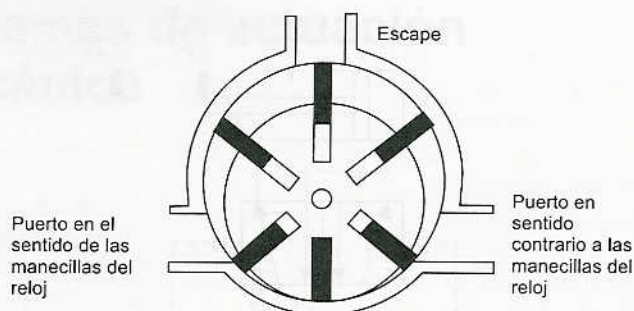
Un cilindro lineal provisto de las conexiones necesarias se usa para producir movimientos rotatorios con ángulos de menos de  $360^\circ$ ; la figura 5.29 ilustra este tipo de configuración. Otra alternativa es el *actuador semi-giratorio*, en el cual se utiliza un álabe (figura 5.30). La diferencia de presión entre ambos puertos hace girar el álabe y el vástago, lo cual es una medida de la diferencia de presiones. Dependiendo de éstas, el álabe gira en sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario a éstas.

Para giros de más de  $360^\circ$  se emplea un motor neumático; una modalidad de éste es el *motor de álbes* (figura 5.31). Un rotor exéntrico tiene ranuras que fuerzan el desplazamiento hacia fuera de los álbes, empujando las paredes del cilindro a causa de la rotación. Los álbes dividen la cámara en compartimentos separados cuyo tamaño aumenta desde el puerto de entrada hasta el puerto de salida. El aire que entra al compartimento ejerce una fuerza en uno de los álbes y provoca así el giro del rotor. La dirección de rotación del motor se puede invertir utilizando otro puerto de entrada.





**Figura 5.30** Actuador semigratorio tipo álabe



**Figura 5.31** Motor tipo álabe

## Problemas

1. Describa las características básicas de: a) una válvula de vástago; b) una válvula de lanzadera.
2. Explique el principio de una válvula accionada con pilotaje.
3. Explique cómo se usa una válvula secuencial para iniciar una operación cuando ha concluido otra operación.
4. Dibuje los símbolos de las siguientes válvulas: a) una válvula de alivio de presión; b) una válvula 2/2 que tiene actuadores de botón y un resorte; c) una válvula 4/2; d) una válvula direccional.
5. Indique la secuencia de operaciones de los cilindros A y B de la figura 5.32 al oprimir el botón de arranque. a-, a+, b- y b+ son interruptores limitadores para detectar el momento en que los cilindros están del todo contraídos y cuando están extendidos.
6. Diseñe un circuito de válvulas neumáticas que produzca la secuencia A+, seguida de B+, y luego en forma simultánea produzca A- y B-.
7. Se necesita una fuerza de 400 N para abrir una válvula de control de procesos. ¿Qué área deberá tener el diafragma de un actuador para abrir la válvula utilizando una presión manométrica de control de 70 kPa?
8. Si un sistema neumático opera a una presión de 1000 kPa, ¿qué diámetro debe tener el cilindro para desplazar una carga de 12 kN?
9. Para desplazar una pieza de trabajo de una operación de manufactura se utiliza un cilindro hidráulico; el desplazamiento es de 50 mm en 10 s. Para desplazar la pieza de trabajo se requiere una fuerza de 10 kN. Calcule la presión de trabajo y el gasto hidráulico del líquido si se utiliza un cilindro con un diámetro de 100 mm.
10. El desplazamiento total de un actuador es de 40 mm; está montado en una válvula de control de procesos con tapón lineal que tiene un gasto mínimo de 0 y un gasto máximo de 0.20 m<sup>3</sup>/s. ¿Cuál será el gasto de desplazamiento si el vástago es: a) 10 mm y b) 20 mm?

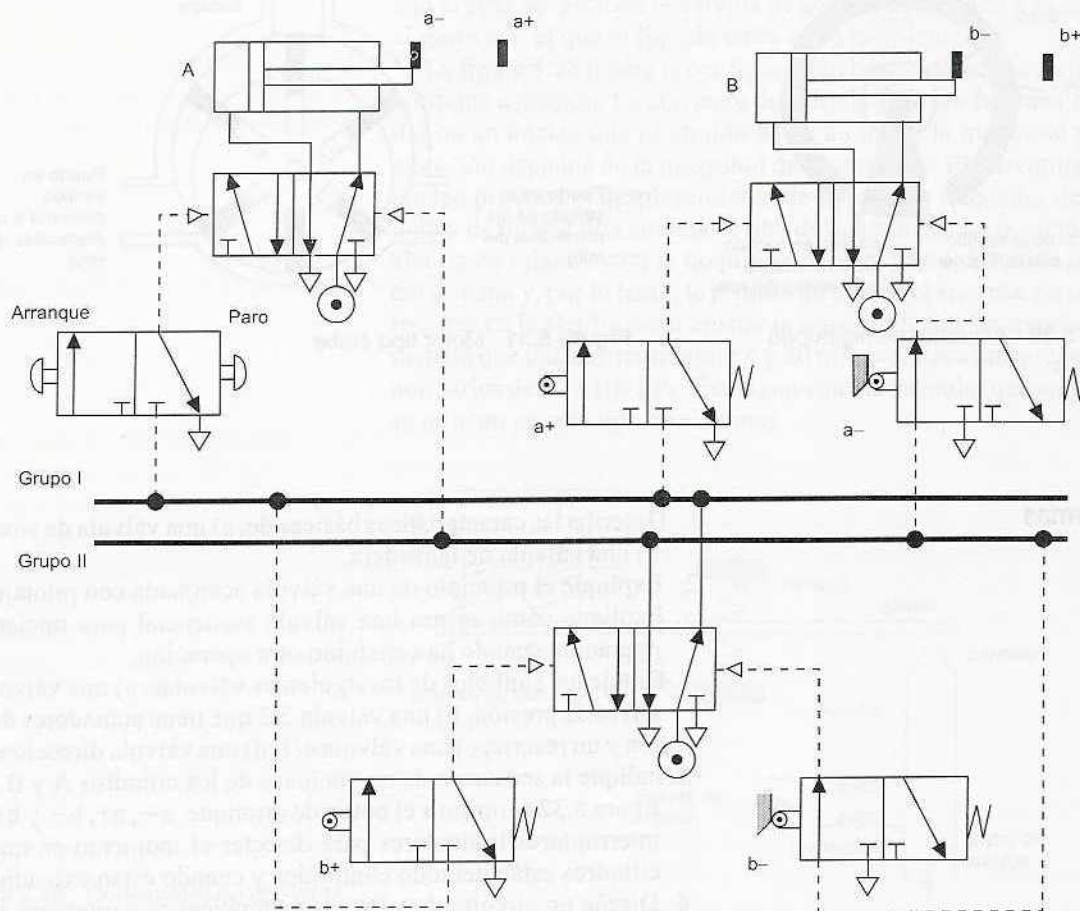


Figura 5.32 Problema 5

11. El desplazamiento total de un actuador es de 40 mm y está montado en una válvula de control de procesos con un tapón tipo igual porcentaje; su gasto mínimo es de  $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$  y el gasto máximo de  $4.0 \text{ m}^3/\text{s}$ . ¿Cuál sería el gasto si el desplazamiento del vástago es: a) 10 mm, b) 20 mm?
12. ¿Cuál será la dimensión de una válvula de control de procesos que se requiere para controlar el flujo de agua cuando el flujo máximo es de  $0.002 \text{ m}^3/\text{s}$  y la caída de presión permisible en la válvula correspondiente a este gasto sea de 100 kPa? La densidad del agua es de  $1000 \text{ kg/m}^3$ .



# 6 Sistemas de actuación mecánica

## 6.1 Sistemas mecánicos

Este capítulo aborda el tema de los *mecanismos*, es decir, dispositivos que se pueden considerar convertidores de movimiento, en tanto transforman el movimiento de una forma a otra. Por ejemplo, con un mecanismo, un movimiento lineal se puede convertir en un movimiento rotacional; un movimiento que se produce en una dirección en uno con otra dirección en ángulo recto respecto de la primera; un movimiento lineal alterno en uno rotacional, como en el motor de combustión interna, donde el movimiento alterno de los pistones se convierte en el del cigüeñal y éste, a su vez, lo transfiere al eje de la transmisión.

Entre los elementos mecánicos están los mecanismos de barras articuladas, levas, engranes, cremalleras, cadenas, correas de transmisión, etcétera. Por ejemplo, el arreglo engrane cremallera convierte un movimiento rotacional en uno lineal; los engranes con eje paralelo reducen la velocidad de un eje; los engranes cónicos transmiten movimiento rotacional en un ángulo de 90°; una correa dentada o una transmisión de cadena transforman el movimiento rotacional de un eje en el movimiento de otro eje; las levas y los mecanismos son útiles para obtener movimientos que varíen en la forma que se desea. En este capítulo se presentan las características básicas de algunos mecanismos.

Muchos de los efectos que antes se obtenían con el uso de mecanismos en la actualidad se logran mediante sistemas de microprocesadores. Por ejemplo, antes en las lavadoras domésticas se utilizaban levas montadas en un eje rotacional para lograr una secuencia de acciones sincronizadas: apertura de una válvula para introducir agua al tambor, interrupción del suministro de agua, encendido de un calentador, etcétera. En las lavadoras modernas se utiliza un microprocesador que se programa para que produzca las salidas deseadas en la secuencia requerida.

No obstante, los mecanismos todavía son útiles en los sistemas mecatrónicos. Por ejemplo, en el sistema mecatrónico de las cámaras fotográficas automáticas que ajusta la apertura para obtener una

exposición adecuada, se usa un mecanismo que ajusta el tamaño del diafragma. Si bien la electrónica hoy día se utiliza en forma generalizada para desempeñar diversas funciones que antes se realizaban con mecanismos, éstos todavía son útiles para llevar a cabo funciones como las siguientes:

1. Amplificación de fuerzas; por ejemplo, la que se obtiene mediante palancas.
2. Cambio de velocidad; por ejemplo, mediante engranes.
3. Transferencia de rotación de un eje a otro; por ejemplo, una banda sincrónica.
4. Determinados tipos de movimiento; por ejemplo, los que se obtienen mediante un mecanismo de retorno rápido.

El término *cinemática* se refiere al estudio del movimiento sin tener en cuenta las fuerzas. Al analizar los movimientos sin considerar las fuerzas o energías, se dice que se hace el análisis cinemático de un mecanismo. Este capítulo es una introducción a este tipo de aproximación. Para mayor información se recomiendan textos generales para ingenieros mecánicos como los siguientes: *Mechanical Science* de W. Bolton (Blackwell Scientific Publications, 1993), o textos más especializados sobre principios de las máquinas, por ejemplo, *Design of Machinery* de R.L. Norton (McGraw-Hill, 1992).

## 6.2 Tipos de movimiento

El movimiento de un cuerpo rígido puede ser muy complejo y su descripción resulta difícil. Sin embargo, el movimiento de un cuerpo rígido se puede considerar como la combinación de movimientos de traslación y de rotación. Considerando tres dimensiones espaciales, el movimiento de traslación sería un movimiento que se divide en componentes que coinciden con uno o más de los tres ejes (figura 6.1a). Una rotación puede ser una rotación con componentes que giran alrededor de uno o más de los ejes (figura 6.1b).

Los movimientos complejos pueden ser una combinación de movimientos de traslación y de rotación. Por ejemplo, el movimiento para levantar con la mano un lápiz que está sobre la mesa. Para ello, debe orientar la mano a determinado ángulo de la mesa, girar la mano, separar los dedos y ponerlos en la posición adecuada para tomar el lápiz. Ésta es una secuencia de movimientos bastante complejos. Sin embargo, es posible separarlos en combinaciones de movimientos de traslación y de rotación. Este tipo de análisis es útil cuando se trata del desplazamiento de una mano no humana, como las instrucciones que se dan a un robot para que realice una tarea. En este caso es necesario separar el movimiento en una combinación de movimientos de traslación y de rotación para diseñar mecanismos que ejecuten cada componente del movimiento total. Por ejemplo, entre la secuencia de señales de control que se envían a un mecanismo podrían figurar agrupamientos de señales con las cuales se instruye a la articulación 1 girar  $20^\circ$  y a la articulación 2 hacer una extensión de 4 mm para un movimiento de traslación.

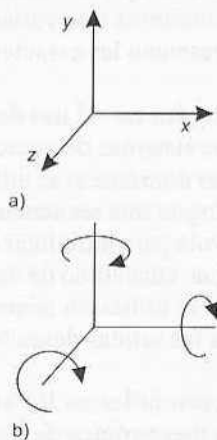


Figura 6.1 Tipos de movimiento



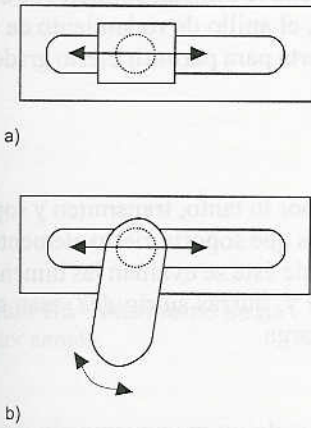


Figura 6.2 Articulación con: a) un grado de libertad, b) dos grados de libertad

### 6.2.1 Grados de libertad y de restricción

Un aspecto importante del diseño de los elementos mecánicos es la orientación y disposición de elementos y partes. Un cuerpo que está libre en el espacio se desplaza en tres direcciones perpendiculares e independientes entre sí y gira de tres maneras alrededor de estas direcciones (figura 6.1). Se dice que este cuerpo tiene tres grados de libertad. El número de *grados de libertad* es la cantidad necesaria de componentes de movimiento para producir el movimiento correspondiente. Si una articulación está limitada a desplazarse a lo largo de una línea sus grados de libertad de traslación se reducen a uno. La figura 6.2a muestra una articulación que sólo tiene este grado de libertad de traslación. Si la articulación está limitada a desplazarse en un plano, entonces tiene dos grados de libertad de traslación. La figura 6.2b ilustra una articulación que tiene un grado de libertad de traslación y un grado de libertad de rotación.

Uno de los problemas más importantes del diseño es reducir la cantidad de grados de libertad, lo cual requiere un número y orientación idónea de las restricciones. Si no hay restricciones, un cuerpo puede tener seis grados de libertad. Se asigna una restricción por cada grado de libertad que no se desea. Suponiendo que no hay restricciones redundantes, la cantidad de grados de libertad sería igual a 6 menos el número de restricciones presentes. Sin embargo, las restricciones redundantes son muy frecuentes, de modo que para las restricciones de un cuerpo rígido se cumple la siguiente regla básica:

$$6 - \text{número de restricciones} = \text{número de grados de libertad} - \text{número de redundancias}$$

Por lo tanto, si se desea que un cuerpo esté fijo, es decir, que tenga cero grados de libertad, y suponiendo que no se introducen restricciones redundantes, las restricciones necesarias serán seis.

Un concepto que se utiliza en diseño es el *principio de la restricción mínima*, el cual establece que al fijar un cuerpo o al guiarlo en determinado tipo de movimiento, debe emplearse la cantidad mínima de restricciones, es decir, no deben existir redundancias. A lo anterior con frecuencia se le denomina *diseño cinemático*.

Por ejemplo, para definir una flecha que sólo gire alrededor de un eje, sin ningún movimiento de traslación, hay que reducir a 1 el número de grados de libertad. Por lo tanto, 5 es la cantidad mínima de restricciones que permite. A partir de este número, cualquier otra restricción sólo producirá redundancias. En el montaje que se utilizará para montar la flecha hay un cojinete de bolas en un extremo y un cojinete de rodillo en el otro (figura 6.3). Este par de cojinetes impide el movimiento de traslación en dirección perpendicular al eje ( $y$ ) y de rotación alrededor del eje  $z$  y del eje  $y$ . El cojinete de bolas impide el movimiento de traslación en el eje  $x$  y en el eje  $z$ . Por lo tanto, en total hay cinco restricciones. Es decir, sólo hay un grado de libertad que corresponde a la rotación en torno al eje  $x$ . Si en ambos extremos de la flecha se coloca un cojinete de rodillos, entonces los dos cojinetes impiden el movimiento de traslación en el eje  $x$  y en el

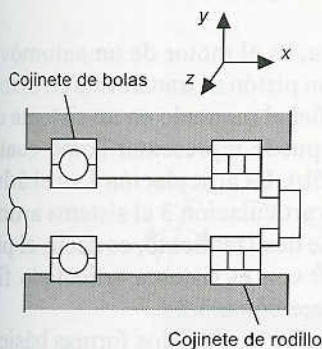


Figura 6.3 Eje sin redundancias



eje  $z$ , lo que implicaría una redundancia, que podría producir un daño. Si en ambos extremos de la flecha se utilizan cojinetes de bola, y con objeto de evitar redundancias, el anillo de rodamiento de uno de los cojinetes no se fija en su cubierta para permitir cierto grado de deslizamiento en dirección axial.

### 6.2.2 Carga

Los mecanismos son estructuras y, por lo tanto, transmiten y soportan cargas. Para determinar las cargas que soporta cierto elemento es necesario hacer un análisis. A partir de éste se evalúan las dimensiones del elemento para que su fuerza y, quizás su rigidez, sean suficientes para soportar determinada carga.

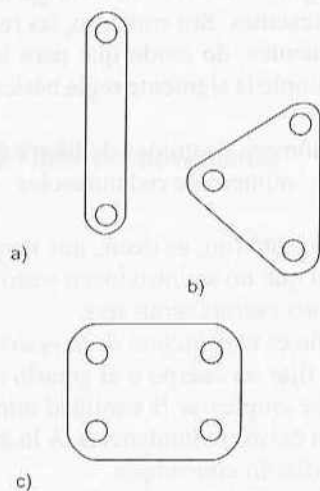
## 6.3 Cadenas cinemáticas

Quando se analizan los movimientos de un mecanismo sin prestar atención a las fuerzas, dicho mecanismo puede considerarse como un conjunto de articulaciones. Cada una de las partes del mecanismo que se mueve en relación con otras se denomina *articulación*. Ésta no tiene por fuerza que ser un cuerpo rígido, basta que sea un cuerpo resistente capaz de transmitir la fuerza requerida sufriendo una deformación despreciable. Por este motivo, en general se le representa como un cuerpo rígido con dos o más puntos de unión con otras articulaciones y a los cuales se denomina *nodos*. Una articulación puede desplazarse en relación con sus articulaciones vecinas. La figura 6.4 muestra ejemplos de articulaciones con dos, tres y cuatro nodos. Una *pieza de enlace* es una conexión de dos o más articulaciones en sus nodos, la cual permite que haya cierto movimiento entre las articulaciones conectadas. Las palancas, el eje del cigüeñal, la biela y los pistones, las guías de deslizamiento, las poleas, correas y ejes son ejemplos de articulaciones.

Al conjunto de piezas de eslabonamiento y de articulaciones se conoce como *cadena cinemática*. Para que una cadena cinemática transmita movimiento, una articulación debe estar fija. El movimiento de una articulación produce movimientos relativos predecibles en las demás. Al variar la articulación que se mantiene fija es posible obtener diversos mecanismos a partir de una misma cadena cinemática.

Un ejemplo de cadena cinemática, es el motor de un automóvil, en el cual el movimiento alterno de un pistón se transforma en el movimiento rotacional de un eje de cigüeñal montado en un sistema articulado fijo (figura 6.5a). Esto se puede representar como cuatro articulaciones conectadas (figura 6.5b). La articulación 1 es el árbol de levas, la articulación 2 la biela, la articulación 3 el sistema articulado fijo y la articulación 4 la guía de deslizamiento, es decir, el pistón, el cual se desplaza en relación con el sistema articulado fijo (para mayores detalles, consulte la sección 6.3.2).

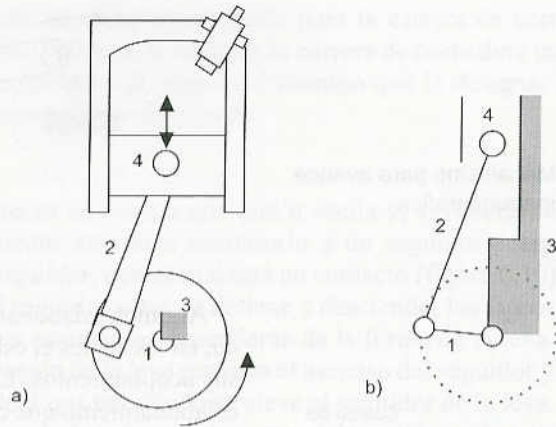
El diseño de diversos mecanismos se basa en dos formas básicas de cadenas cinemáticas: la cadena de cuatro barras y la cadena biela-corredera—eje de levas. Los siguientes son ejemplos de las formas que dichas cadenas pueden adoptar.



**Figura 6.4** Acoplamientos:  
a) con dos nodos, b) con tres  
nodos, c) con cuatro nodos



Figura 6.5 Mecanismo de un motor simple



### 6.3.1 La cadena de cuatro barras

Esta cadena consiste en cuatro acoplamientos conectados entre sí de manera que producen cuatro piezas de enlace, cada una de las cuales tiene la posibilidad de girar. La figura 6.6 muestra variantes de esta cadena obtenidas al modificar las longitudes relativas de las articulaciones. Si la suma de la longitud de la articulación más corta más la longitud de la más larga es menor o igual que la suma de las longitudes de las dos articulaciones restantes, por lo menos una de las articulaciones podrá completar una revolución respecto del acoplamiento fijo. Si la condición anterior no se cumple, ninguno de los acoplamientos podrá realizar una revolución completa. A lo anterior se le conoce como condición de Grashof. En la figura 6.6a, el acoplamiento 3 está fijo y las longitudes relativas de los acoplamientos es tal que los acoplamientos 1 y 4 pueden oscilar, pero no girar. Se obtiene así un *mecanismo de doble palanca*. Al cortar el acoplamiento 4 en relación con el 1 permite que el acoplamiento 4 gire (figura 6.6b), el acoplamiento 1 oscila y al resultado anterior se le conoce como *mecanismo palanca-eje de levas*. Los acoplamientos 1 y 4 tienen la misma longitud y ambos pueden girar (figura 6.6c); lo que se obtiene se conoce como *mecanismo de doble eje de levas*. Al modificar el acoplamiento fijo se obtienen otros mecanismos.

La figura 6.7 ilustra cómo aprovechar el mecanismo anterior para avanzar la película en una cámara de cine. Conforme el acoplamiento 1 gira, el extremo del acoplamiento 2 se engancha en una de las perforaciones de la película, la jala, la suelta, avanza y retrocede para quedar nuevamente enganchado en la siguiente perforación.

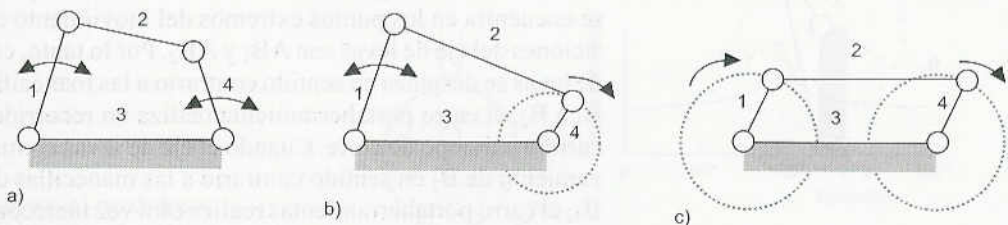
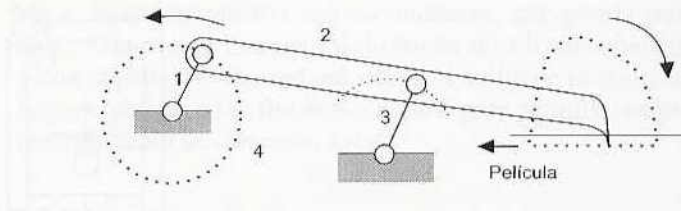
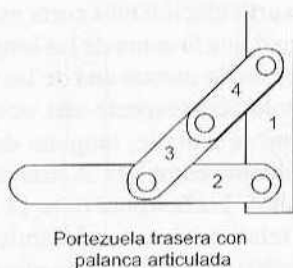
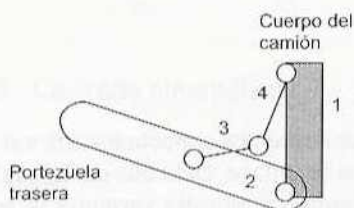


Figura 6.6 Ejemplos de cadenas de cuatro barras

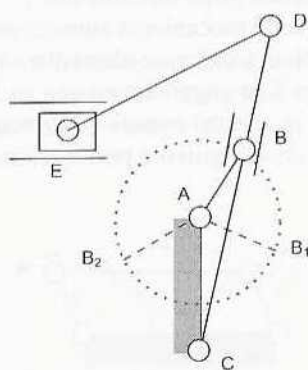
**Figura 6.7** Mecanismo para avance de película cinematográfica



Algunos eslabonamientos tienen *posiciones de palanca articulada*, en las cuales el eslabonamiento no reacciona ante las entradas de sus acoplamientos. La figura 6.8 ilustra esta palanca articulada, un eslabonamiento que controla el movimiento de la portezuela trasera de un camión de manera que cuando el acoplamiento 2 queda en posición horizontal ninguna carga adicional en el acoplamiento provocará otro desplazamiento. Existe otra posición de palanca articulada en este acoplamiento: cuando los acoplamientos 3 y 4 están en posición vertical y la portezuela trasera está en posición vertical.



**Figura 6.8** Acoplamiento articulado



**Figura 6.9** Mecanismo de retroceso rápido

### 6.3.2 El mecanismo corredera—eje de levas

Este mecanismo consta de un eje de levas, una biela y una corredera como el que presenta la figura 6.5, el cual corresponde a un motor simple. En esta configuración el acoplamiento 3 está fijo, es decir, no hay movimiento relativo entre el centro de rotación del eje de levas y la cubierta en la que se desplaza el pistón. El acoplamiento 1 es el eje de levas que gira, el acoplamiento 2 la biela y el acoplamiento 4 la corredera que se desplaza en relación con el acoplamiento fijo. Cuando el pistón se desplaza hacia atrás y hacia adelante, es decir, cuando el acoplamiento 4 se desplaza hacia atrás y hacia adelante, el acoplamiento 1, o eje de levas, se ve obligado a girar. De esta manera, el mecanismo se transforma en una entrada de movimientos hacia atrás y hacia adelante que se transforma en un movimiento rotacional.

En la figura 6.9 se muestra otra modalidad de este mecanismo, un *mecanismo de retorno o retroceso rápido*. Éste consta de un eje de levas giratorio en el acoplamiento AB, el cual gira alrededor de un centro fijo; una palanca oscilante CD, que gira en C por efecto del desplazamiento del bloque en B en el tramo CD, conforme AB gira y un acoplamiento DE por cuyo efecto E se desplaza hacia atrás y hacia adelante. E puede ser el carro portaherramienta de una máquina y estar dotado de una herramienta de corte. El carro portaherramienta se encuentra en los puntos extremos del movimiento cuando las posiciones del eje de levas son AB<sub>1</sub> y AB<sub>2</sub>. Por lo tanto, conforme el eje de levas se desplaza en sentido contrario a las manecillas del reloj de B<sub>1</sub> a B<sub>2</sub>, el carro portaherramienta realiza un recorrido completo: la carrera o tiempo de corte. Cuando el eje de levas continúa su desplazamiento de B<sub>2</sub> en sentido contrario a las manecillas del reloj, hacia B<sub>1</sub>, el carro portaherramientas realiza otra vez un recorrido completo en la dirección contraria, es decir, la carrera o tiempo de regreso. Suponiendo que el eje de levas gira a velocidad constante, y dado que



el ángulo de rotación necesario para la carrera de corte es mayor que el de la carrera de regreso, la carrera de corte dura más que la de regreso. De aquí el origen del término que la designa: mecanismo de retorno o retroceso rápido.

## 6.4 Levas

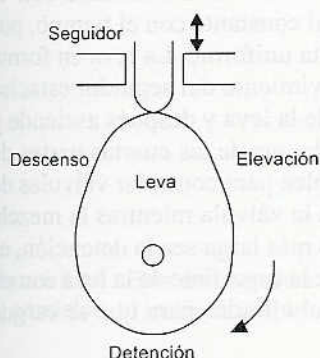


Figura 6.10 Leva y seguidor de leva

Una *leva* es un cuerpo que gira u oscila y, al hacerlo, transmite un movimiento alterno u oscilatorio a un segundo cuerpo conocido como *seguidor*, con el cual está en contacto (figura 6.10). Al girar la leva, el seguidor sube, se detiene y desciende; los lapsos correspondientes a estos pasos dependerán de la forma de la leva. La sección de elevación de la leva provoca el ascenso del seguidor y de su perfil dependerá qué tan rápido se eleve el seguidor de la leva. La sección de descenso de la leva el descenso del seguidor y de su perfil dependerá qué tan rápido desciende el seguidor de la leva. La sección de detención de la leva provoca que el seguidor permanezca en un mismo nivel durante un tiempo considerable. La sección de detención de la leva es donde ésta es circular y su radio no cambia.

La leva necesaria para producir determinado movimiento del seguidor dependerá de su forma y del tipo de seguidor que se emplee. La figura 6.11 muestra diagramas del desplazamiento del seguidor que se pueden producir con diferentes formas de levas y en los que se usan seguidores de punta o de cuchillo. La distancia radial del eje de rotación de la leva al punto de contacto de ésta con el seguidor de-

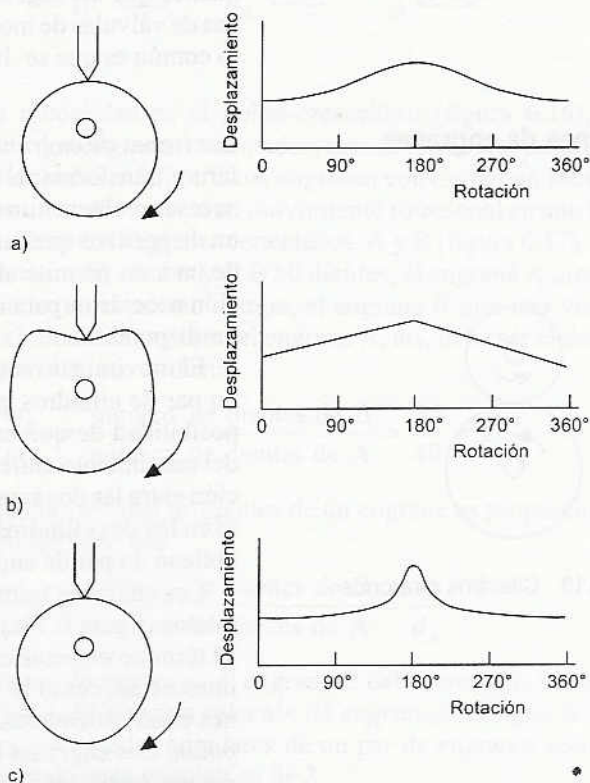
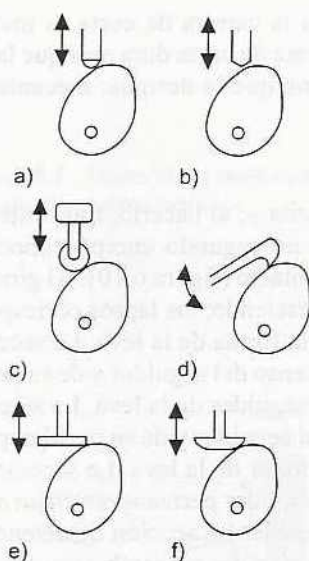


Figura 6.11 Levas: a) excéntrica, b) en forma de corazón, c) en forma de pera



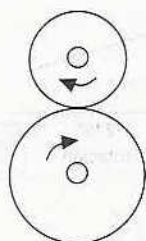
**Figura 6.12** Seguidores de leva:  
a) punto, b) cuchilla, c) rodillo,  
d) deslizante y oscilante, e) plano,  
f) hongo

fine el desplazamiento del seguidor en relación con el eje de rotación de la leva. Las figuras muestran cómo estas distancias radiales, y por lo tanto los desplazamientos del seguidor, varían dependiendo del ángulo de rotación de las levas.

La leva excéntrica (figura 6.11a) es circular y su centro de rotación está descentrado. Produce una oscilación del seguidor, con un movimiento armónico simple y con frecuencia se utiliza en bombas. La leva en forma de corazón (figura 6.11b) produce un desplazamiento en el seguidor que aumenta a velocidad constante con el tiempo, antes de disminuir a velocidad constante con el tiempo, por lo que la velocidad del seguidor resulta uniforme. La leva en forma de pera (figura 6.11c) produce un movimiento del seguidor estacionario durante casi media revolución de la leva y después asciende y desciende de manera simétrica en cada una de las cuartas partes de revolución restantes. Esta leva se emplea para controlar válvulas de motor. La detención mantiene abierta la válvula mientras la mezcla gasolina/aire entra al cilindro. Cuanto más larga sea la detención, es decir, cuando mayor sea la longitud de la superficie de la leva con un radio constante, más tiempo se dará al cilindro para que se cargue por completo con mezcla inflamable.

En la figura 6.12 se muestran ejemplos de diversos tipos de seguidores de leva. Los seguidores de rodillo son de hecho cojinetes de bolas o de rodillos. Tienen la ventaja de que su fricción es menor que la de contacto deslizante, pero son más caros. Los seguidores de cara plana se usan mucho pues son baratos y se pueden fabricar más pequeños que los seguidores de rodillo. Con frecuencia se usan en levas de válvulas de motores. Aunque las levas se pueden usar en seco, lo común es que se lubriquen, inmersas en un baño de aceite.

## 6.5 Trenes de engranes



**Figura 6.13** Cilindros giratorios

Los *trenes de engranes* son mecanismos muy utilizados para transferir y transformar el movimiento rotacional. Se emplean cuando es necesario obtener un cambio en la velocidad, o el par de rotación de un dispositivo que está girando. Por ejemplo, la caja de velocidades de un auto permite al conductor igualar la velocidad y par de rotación necesarios para determinada superficie con la potencia del motor disponible.

El movimiento rotacional se transfiere de un eje a otro mediante un par de cilindros giratorios (figura 6.13); sin embargo, existe la posibilidad de que haya deslizamiento o derrape. La transferencia del movimiento entre los dos cilindros depende de la fuerza de fricción entre las dos superficies en contacto. Para evitar el deslizamiento en los dos cilindros, se añaden dientes de engranaje, con lo que se obtiene un par de engranes endentados.

Los engranes transmiten el movimiento rotacional entre ejes paralelos (figura 6.14a) y entre ejes inclinados entre sí (figura 6.14b). El término *engrane cónico* se aplica cuando las líneas de los ejes se intersectan, como se observa en la figura 6.14b. Cuando dos engranes están endentados, al mayor se le denomina *engrane*, y al menor, *piñón*. Los engranes que se usan para conectar ejes paralelos tienen dientes rectos, es decir, los ejes se cortan en líneas axiales paralelas



al eje (figura 6.15a). A este tipo de engrane se le conoce como *engrane recto*. Una variante es la que tiene dientes helicoidales, los cuales se cortan en forma de hélice (figura 6.15b) y se conocen como *engranes helicoidales*. Éstos ofrecen la ventaja de un engranado gradual de los dientes y, por lo tanto, la transmisión en los dientes es más suave y su vida se prolonga más. Es decir, la inclinación de los dientes respecto del eje produce una componente de fuerza axial en el cojinete del eje. Para eliminar lo anterior se utiliza una doble hiler de dientes helicoidales (figura 6.15c).

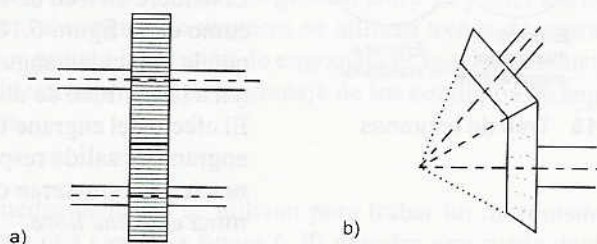


Figura 6.14 Ejes de engranes:  
a) paralelos, b) inclinados entre sí

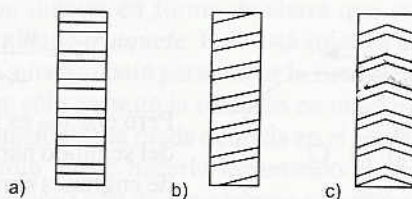


Figura 6.15 Dientes: a) axiales,  
b) helicoidales, c) de doble hélice

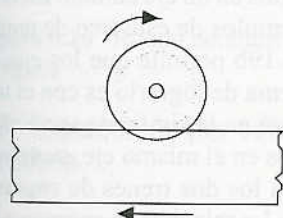


Figura 6.16 Engranaje de cremallera

Otra modalidad es el *piñón-cremallera* (figura 6.16), el cual consta de dos engranes endentados, uno de los cuales tiene un círculo base de radio infinito. Estos engranes convierten un movimiento lineal en uno rotacional, o un movimiento rotacional en uno lineal.

Considere dos engranes conectados, A y B (figura 6.17). Si el engrane A tiene 40 dientes y el B 80 dientes, el engrane A gira dos veces cuando, en el mismo tiempo, el engrane B gira una vez. Por lo tanto, la velocidad angular del engrane A,  $\omega_A$ , debe ser el doble de la del engrane B,  $\omega_B$ , es decir:

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\text{número de dientes de B}}{\text{número de dientes de A}} = \frac{80}{40} = 2$$

Dado que la cantidad de dientes de un engrane es proporcional a su diámetro, se tiene que:

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\text{número de dientes de B}}{\text{número de dientes de A}} = \frac{d_B}{d_A}$$

Por lo tanto, en este caso, el engrane B debe tener dos veces el diámetro del A. El término *relación de engranaje* designa la relación entre las velocidades angulares de un par de engranes conectados. En el ejemplo, esta relación es de 2.

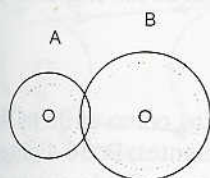
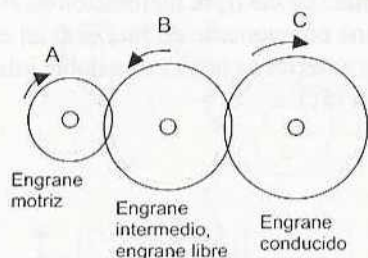
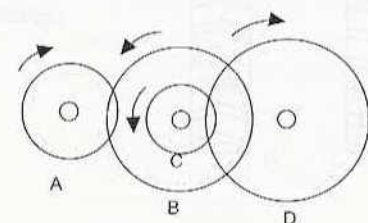


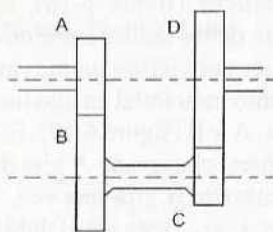
Figura 6.17 Dos engranes conectados



**Figura 6.18** Tren de engranes simple



a)



b)

**Figura 6.19** Tren de engranes compuesto

### 6.5.1 Trenes de engranes

El término *tren de engranes* describe una serie de engranes conectados entre sí. El término *tren de engranes simple* se aplica a un sistema en el que cada uno de sus ejes sólo tiene un engrane, como en la figura 6.18. En este caso, la relación de engranaje total, es la relación entre las velocidades angulares entre los ejes de entrada y salida y, por lo tanto, es igual a  $\omega_A/\omega_C$ .

$$G = \frac{\omega_A}{\omega_C}$$

Considere un tren de engranes que consta de los engranes A, B y C, como en la figura 6.18. A tiene 9 dientes y C, 27. Ahora bien, dado que la velocidad angular de un engrane es inversamente proporcional a la cantidad de dientes, la relación de engranaje es de  $27/9 = 3$ . El efecto del engrane B es sólo modificar la dirección de rotación del engrane de salida respecto de la que habría tenido si sólo los engranes A y C estuvieran conectados. El engrane intermedio B, se denomina *engrane libre*.

En la relación de engranaje total  $G$ , la ecuación anterior se expresaría así:

$$G = \frac{\omega_A}{\omega_C} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_B}{\omega_C}$$

Pero  $\omega_A/\omega_B$  es la relación de engranaje del primer par y  $\omega_B/\omega_C$  es la del segundo par. Por lo tanto, la relación de engranaje total de un tren de engranes simple es igual al producto de las relaciones de engranaje de cada par sucesivo de engranes.

El término *tren de engranes compuesto* se refiere a un tren de engranes cuando dos de ellos están montados en un eje común. En la figura 6.19a y 6.19b se muestran dos ejemplos de este tren de engranes. El tren de engranes de la figura 6.19b permite que los ejes de entrada y salida estén en línea. Otra forma de lograrlo es con el tren de engranes epicíclico del que se hablará en la siguiente sección.

Cuando dos engranes están montados en el mismo eje, su velocidad angular es igual. Por lo tanto, para los dos trenes de engranes compuestos de la figura 6.19,  $\omega_B = \omega_C$ . La relación de engranaje total  $G$  es, por lo tanto igual a:

$$G = \frac{\omega_A}{\omega_D} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_B}{\omega_C} \times \frac{\omega_C}{\omega_D} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \times \frac{\omega_C}{\omega_D}$$

En el arreglo de la figura 6.19b, para que los ejes de entrada y de salida estén alineados, es necesario que los radios de los engranes cumplan lo siguiente:

$$r_A + r_B = r_D + r_C$$

Considere un tren de engranes compuestos como el de la figura 6.19a, donde A, el engrane motriz, tiene 15 dientes; B, 30 dientes; C, 18 dientes y D, el engrane conducido, 36 dientes. Dado que la velocidad angular de un engrane es inversamente proporcional a su cantidad de dientes, la relación de engranaje total es:



$$G = \frac{30}{15} \times \frac{36}{18} = 4$$

Por lo tanto, si la entrada en el engrane A es una velocidad angular de 160 rev/min, la velocidad angular de salida del engrane D es de  $160/4 = 40$  rev/min.

Un tren de engranes simple, sea de engranes de dientes rectos o helicoidales, o engranes cónicos, por lo general está limitado a una relación de engranaje total de casi 10. Esto se debe a la necesidad de mantener el tren de engranes en dimensiones manejables a fin de mantener la cantidad de dientes de la rueda de piñón por encima de cierto número mínimo, en general entre 10 y 20. Para obtener relaciones de engranaje mayores se utilizan trenes de engranes compuestos porque la relación de engranaje es igual al producto de cada uno de las relaciones de engranaje de los conjuntos de engranes paralelos.

## 6.6 Rueda dentada y trinquete

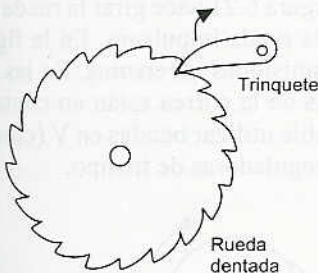


Figura 6.20 Rueda dentada y trinquete

Las ruedas dentadas se utilizan para trabar un mecanismo cuando sostiene una carga; la figura 6.20 muestra una rueda dentada y un trinquete. Este mecanismo consta de una rueda, denominada *rueda dentada*, con dientes en forma de sierra que se enganchan con un brazo denominado *trinquete*. Este está sujeto a un pivote y se mueve hacia arriba y hacia abajo para trabar la rueda. La forma de los dientes es tal que sólo permite la rotación en una dirección. El trinquete impide la rotación de la rueda dentada en el sentido de las manecillas del reloj y sólo puede hacerlo levantando el trinquete, el cual casi siempre se acciona con un resorte para garantizar que de manera automática quede trabado en los dientes de la rueda dentada.

En un malacate, que sirve para enrollar un cable en un tambor, se utilizaría un trinquete para impedir que el cable se desenrolle al levantar la palanca.

## 6.7 Transmisión por correa y cadena

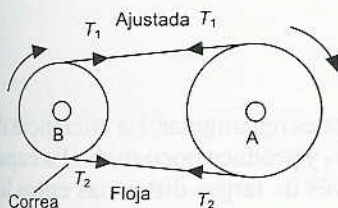


Figura 6.21 Transmisión por correa

Las transmisiones por correa son en esencia un par de cilindros giratorios, similares a los que ilustra la figura 6.13 y en la sección 6.5, donde el movimiento de uno de los cilindros se transfiere al otro mediante una correa (figura 6.21). En las transmisiones por correa se aprovecha la fricción que se crea entre las poleas montadas sobre los ejes y la correa que rodea el arco de contacto, y de esta manera se transmite un par de rotación. Dado que la transferencia se basa en las fuerzas de fricción, existe la posibilidad de un derrape o deslizamiento. El par de rotación transmitido se genera por las diferencias de tensión que se producen en la correa durante la operación. Esta diferencia ocasiona que en la correa haya un lado apretado y otro flojo. Si la tensión en la parte apretada es igual a  $T_1$  y la del lado flojo,  $T_2$ , entonces, la polea A de la figura 6.21 es la polea conductora:

$$\text{Par de rotación en A} = (T_1 - T_2)r_A$$

donde  $r_A$  es el radio de la polea A. Para la polea impulsada B se tiene que:

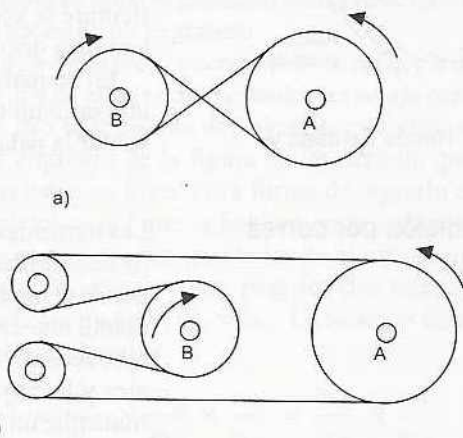
$$\text{Par de rotación en B} = (T_1 - T_2)r_B$$

en donde  $r_B$  es el radio de la polea B. Dado que la potencia transmitida es igual al producto del par de rotación y de la velocidad angular, y puesto que la velocidad angular es igual a  $v/r_A$  para la polea A y  $v/r_B$  para la polea B, donde  $v$  es la velocidad de la correa, entonces en cada polea:

$$\text{Potencia} = (T_1 - T_2)v$$

En el método para transmitir potencia entre dos ejes, las transmisiones por correa tienen la ventaja de que la longitud de la correa se ajusta con facilidad para adaptarla a una amplia gama de distancias eje a eje, y proteger el sistema de manera automática de una sobrecarga, pues si la carga rebasa la tensión máxima que puede mantener gracias a las fuerzas de fricción, de inmediato se produce un deslizamiento. Si las distancias entre los ejes son grandes, es más conveniente usar correas de transmisión que engranes; en cambio, para distancias de separación pequeñas es preferible usar engranes. Para obtener un efecto de engranaje se utilizan poleas de diferente tamaño. Sin embargo, la relación de engranaje está limitada alrededor de 3, dada la necesidad de mantener un arco de contacto adecuado entre la correa y las poleas.

La transmisión por correa de la figura 6.21 hace girar la rueda impulsada en la misma dirección de la rueda impulsora. En la figura 6.22 se muestran dos tipos de transmisiones inversoras. En las dos formas de transmisión, ambas caras de la correa están en contacto con las ruedas, por lo que no es posible utilizar bandas en V (correas trapezoidales) ni correas dentadas reguladoras de tiempo.



**Figura 6.22** Transmisiones de correa inversoras: a) transmisión cruzada; b) transmisión abierta

### 6.7.1 Tipos de correa

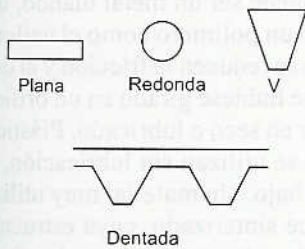
Véase la figura 6.23.

#### 1. Plana

El área transversal de esta correa es rectangular. La eficiencia de esta transmisión es casi del 98% y produce poco ruido. Es capaz de transmitir la potencia a través de largas distancias entre los centros de las poleas.

Las poleas con cejas se usan para impedir que las correas se salgan de la guía.





**Figura 6.23** Tipos de correas de transmisión

## 2. Redonda

La sección transversal es circular y se emplea con poleas con ranura.

## 3. En V

Las correas de banda en V o correas trapezoidales se utilizan en poleas con ranura. Son menos eficientes que las correas planas, aunque muchas de ellas se pueden usar en una sola rueda por lo que es posible obtener una transmisión múltiple.

## 4. Correa dentada reguladora de tiempo

En las correas dentadas reguladoras de tiempo se necesitan ruedas dentadas, en las que cada diente encaje en las ranuras de las ruedas. Esta correa, a diferencia de otras, no se estira ni se resbala, por lo que transmite potencia a una velocidad angular constante. Los dientes permiten a la correa avanzar a velocidad tanto lenta como rápida.

### 6.7.2 Cadenas

Para evitar deslizamientos se utilizan cadenas, las cuales se traban en los dientes de los cilindros rotacionales, lo que equivale a un par de engranes conectados. La relación de engranaje de una correa de cadena es la misma que la de un tren de engranes. El mecanismo de transmisión de una bicicleta es un ejemplo de transmisión de cadena. Las cadenas permiten controlar varios ejes usando sólo una rueda, con lo que se logra una transmisión múltiple. No son tan silenciosas como la correa dentada reguladora de tiempo, pero se pueden usar en pares de rotación mayores.

## 6.8 Chumaceras

Siempre que hay desplazamiento de una superficie que está en contacto con otra, ya sea por rotación o deslizamiento, las fuerzas de fricción producidas generan un calor que constituye un desperdicio de energía y produce desgaste. La función de los *cojinetes* o *chumaceras* es guiar el movimiento de una parte respecto de otra con mínima fricción y máxima exactitud.

Es de particular importancia la necesidad de proporcionar un soporte adecuado a los ejes rotacionales, es decir, un soporte a las cargas radiales. El término *cojinete de empuje* designa los cojinetes que permiten soportar fuerzas a lo largo de un eje cuando el movimiento relativo es una rotación. En las siguientes secciones se resumen las características de diversos tipos de chumaceras de uso más común.

### 6.8.1 Cojinete de deslizamiento

Los cojinetes se usan para apoyar ejes rotacionales que soportan carga en dirección radial. El cojinete consiste básicamente de una inserción de un material adecuado que se ajusta entre el eje y el soporte

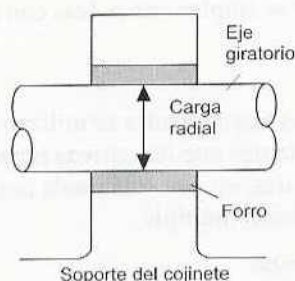


Figura 6.24 Cojinete

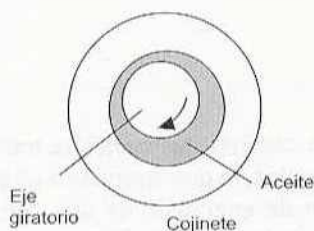


Figura 6.25 Cojinete con lubricación hidrodinámica

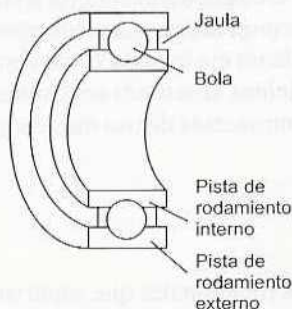


Figura 6.26 Elementos básicos de un rodamiento de bolas

(figura 6.24). Al girar el eje, la superficie del soporte se desliza sobre la superficie del cojinete. El inserto puede ser un metal blando, una aleación de aluminio, cobre, bronce, o un polímero como el nailon o el PTFE. Gracias al material insertado se reducen la fricción y el desgaste que se habrían producido si el eje hubiese girado en un orificio en el soporte. El cojinete puede operar en seco o lubricado. Plásticos como el nailon y el PTFE en general se utilizan sin lubricación, ya que su coeficiente de fricción es muy bajo. Un material muy utilizado para fabricar cojinetes es el bronce sinterizado, cuya estructura porosa permite que se impregne aceite y, de esta manera, el cojinete ya tiene un lubricante "incorporado".

La lubricación puede ser:

#### 1. Hidrodinámica

El cojinete con lubricación hidrodinámica tiene un eje que gira en forma continua en aceite, de manera que su desplazamiento sólo se realiza en el aceite y no se apoya en el metal (figura 6.25). La carga se soporta gracias a la presión que la rotación del eje genera en el aceite.

#### 2. Hidroestática

Un problema de la lubricación hidrodinámica es que el eje sólo se mueve en aceite cuando gira; pero si está en reposo, hay contacto metal a metal. Para evitar un excesivo desgaste durante el arranque y cuando la carga es baja, se bombea aceite al área del cojinete con presión suficiente para levantar el eje y mantenerlo separado del metal en condiciones de reposo.

#### 3. De capa sólida

Es un revestimiento de material sólido como grafito o disulfuro de molibdeno.

#### 4. Capa límite

Se trata de una delgada capa de lubricante que se adhiere a la superficie del cojinete.

### 6.8.2 Cojinetes de bola y de rodillo

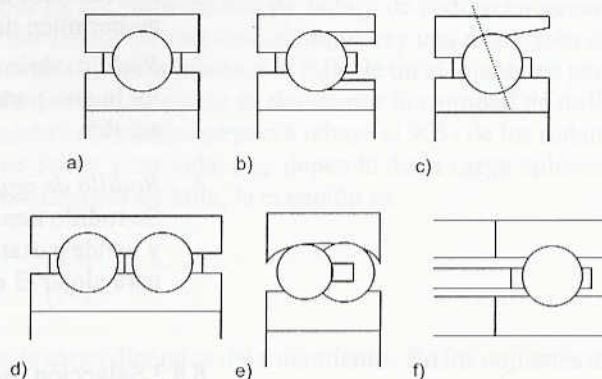
Con este tipo de cojinetes, la carga principal se transfiere del eje rotacional al apoyo mediante un contacto de rodadura en vez de un contacto por deslizamiento. Un cojinete de rotación consta de cuatro elementos principales: una pista interna, una pista externa, el elemento de rodamiento, de bolas o rodillos y una jaula que mantiene separados los elementos de rodamiento (figura 6.26). Las pistas de rodamiento internas y externas contienen guías endurecidas dentro de las cuales giran los elementos rodantes.

Hay varios tipos de cojinetes de bola:

#### 1. Rígido de bolas (figura 6.27a)

Este cojinete es bueno para soportar cargas radiales, aunque moderadamente bueno para soportar cargas axiales. Es un roda-





**Figura 6.27** Tipos de rodamientos de bola

miento versátil que se puede utilizar en una amplia gama de cargas y velocidades.

2. *Ranura de relleno* (figura 6.27b)

Este cojinete soporta cargas radiales mayores que los de ranura profunda, pero no se usan cuando hay cargas axiales.

3. *Contacto angular* (figura 6.27c)

Es recomendable tanto para cargas radiales como axiales y mejor aún para cargas axiales que el rígido de bolas.

4. *De doble hilera* (figura 6.27d)

Los cojinetes de bola de doble hilera se fabrican en diversos tipos y son capaces de soportar cargas radiales mayores que los de una hilera. En la figura se ilustra un cojinete de bola de doble hilera con ranura profunda; existen versiones de doble hilera para cada una de las anteriores versiones de una hilera.

5. *Cojinete autoalineable* (figura 6.27e)

Los cojinetes de una hilera pueden aceptar una ligera desalineación del eje; pero si la desalineación es considerable, hay que usar un cojinete corrector de holgura. Éste sólo tiene capacidad para soportar cargas radiales moderadas y es deficiente para cargas axiales.

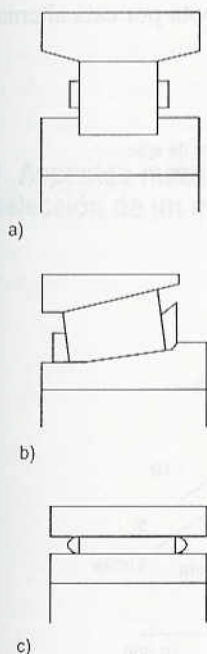
6. *Axiales* (figura 6.27f)

Soportan cargas axiales, aunque no son adecuados para cargas radiales.

También hay diversos tipos de cojinetes de rodillo; los siguientes son algunos ejemplos de ellos:

1. *Rodillo cilíndrico* (figura 6.28a)

Es mejor para cargas radiales que el cojinete de bolas equivalente, pero en general no es recomendable para cargas axiales. Soportan cargas mayores que los cojinetes de bola de las mismas



**Figura 6.28** Rodamientos de rodillo

dimensiones debido a su mayor área de contacto. Sin embargo, no permiten desalineamiento.

2. *Rodillo cónico* (figura 6.28b)

Es bueno para cargas radiales y en una dirección para cargas axiales.

3. *Rodillo de agujas* (figura 6.28c)

Su rodillo tiene una relación longitud/diámetro de valor elevado y tiende a usarse en situaciones donde no hay suficiente espacio para alojar el cojinete de bolas o de rodillos equivalente.

### 6.8.3 Selección de los rodamientos

En general, los cojinetes de deslizamiento seco sólo se utilizan en ejes de diámetro pequeño, en los que la carga y la velocidad son también pequeños; los rodamientos de bolas y de rodillos, es decir, en los que hay movimiento rotacional, se usan para rangos mucho mayores de diámetro de eje, cargas y velocidad; los rodamientos hidrodinámicos se usan para cargas y ejes de diámetro grandes. En la gráfica de la figura 6.29 se indican opciones para elegir rodamientos con base en las características carga-velocidad de eje para diversos diámetros de eje (los datos corresponden al artículo de M.J. Neale en *Proc. I. Mech. E.*, 182(3A), 547(1967)). Suponga que se necesita un cojinete para un eje de 25 mm de diámetro que gira a 10 rev/s y soporta una carga radial de 10 000 N. Características que rebasan el ámbito de un cojinete de rotación en seco y, dado que su localización en la gráfica está debajo de la línea de los rodamientos de rodillo para el diámetro y la velocidad requerida, se opta por esta alternativa.

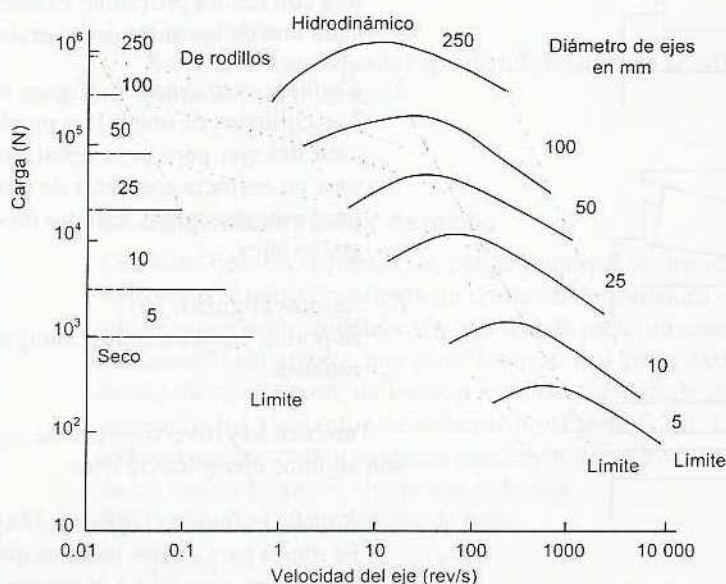


Figura 6.29 Selección de un cojinete liso



Las fallas de los rodamientos de bola y de rodillo en general se producen por fatiga. En este caso siempre hay una dispersión de valores dentro de la cual se produce la falla de un elemento en particular. La vida de un rodamiento se define por la cantidad de millones de revoluciones del eje que se prevé rebase el 90% de los rodamientos antes de fallar. Esta vida,  $L_{10}$ , depende de la carga aplicada,  $F$ . Para los rodamientos de bola, la ecuación es:

$$L_{10} = \left( \frac{C}{F} \right)^3$$

donde  $C$  es la carga dinámica del rodamiento. En los cojinetes de rodillo:

$$L_{10} = \left( \frac{C}{F} \right)^{10/3}$$

Con frecuencia los fabricantes tabulan los datos de los rodamientos en función del número de horas de vida a una velocidad en particular, expresada en unidades de rev/min. La vida en horas =  $10^6 / (3600 \times n/60) \times L_0$  en millones de revoluciones =  $(16\,667/n) \times L_0$  en millones de revoluciones;  $n$  es el número de revoluciones por minuto. Por ejemplo, un rodamiento de bolas puede tener 3000 h a 500 rev/min para una carga radial de 10 kN. Esto da un valor de  $L_0$  de 90 millones de revoluciones y, por lo tanto,  $C$  es igual a 44.8 kN. Es así que, en el caso de una carga de 20 kN a 400 rev/min se puede esperar una vida de unos 11.2 millones de revoluciones, o 468 horas. Si lo anterior no basta, se seleccionará un rodamiento de bolas con una especificación mayor.

## 6.9 Aspectos mecánicos de la selección de un motor

Para hacer girar un eje se requiere la potencia de un motor. Los factores que se deben considerar son los momentos de inercia y torque.

### 6.9.1 Momento de inercia

El torque necesario para dar a una carga, con momento de inercia  $I_L$  y una aceleración angular  $\alpha$  es  $I_L \alpha$ . El torque que se requiere para acelerar el eje de un motor es  $T_M = I_M \alpha_M$  y para acelerar la carga es  $T_L = I_L \alpha_L$ . Si no hay engrane, el eje del motor tendrá la misma aceleración angular y la misma velocidad angular. La potencia necesaria para acelerar el sistema total es  $T_M \omega + T_L \omega$ , donde  $\omega$  es la velocidad angular. Por lo tanto:

$$\text{Potencia} = (I_M + I_L) \alpha \omega$$

La potencia es producida por el torque del motor  $T_M$  y es igual a  $T_M \omega$ . Entonces:

$$T = (I_M + I_L) \alpha$$

El torque para obtener una aceleración angular se reduce a un valor mínimo cuando  $I_M = I_L$ . Por lo tanto, para un desempeño óptimo, el momento de inercia de la carga debe ser similar al del motor.

Considere un sistema de engranes en el cual el eje del motor gira a una velocidad angular distinta de la del eje donde gira la carga. La relación de engranaje  $G = \omega_L/\omega_M = \alpha_L/\alpha_M$ , donde  $\omega_L$  es la velocidad angular de la carga,  $\omega_M$  la velocidad angular del motor,  $\alpha_L$  la aceleración angular de la carga y  $\alpha_M$  la aceleración angular del motor. El eje de la carga tendrá una aceleración angular de  $\alpha_L = G\alpha_M$ . El par de torsión necesario para acelerar el eje del motor es  $T_M = I_M\alpha_M$  y la requerida para acelerar la carga es  $T_L = I_L\alpha_L$ . La potencia necesaria para acelerar el sistema total es  $T_M\omega_M + T_L\omega_L$ , donde  $\omega$  son las velocidades angulares. Pero  $G = \omega_L/\omega_M$  y, por lo tanto, la potencia es:

$$\text{Potencia} = (I_M + G^2 I_L) \alpha_M \omega_M$$

El torque del motor,  $T_M$ , produce la potencia, por lo que ésta debe ser igual a  $T_M\omega_M$ . Entonces:

$$T_M = (I_M + G^2 I_L) \alpha_M$$

De esta forma, el efecto que se obtiene con el engranaje es dar a la carga un momento de inercia efectivo igual a  $G^2 I_L$ . Para obtener una aceleración angular determinada el torque se reduce al mínimo cuando  $I_M = G^2 I_L$ .

### 6.9.2 Torque

La figura 6.30 ilustra las curvas de funcionamiento de un motor típico. Para una operación continua, no se debe exceder el valor del torque a la velocidad crítica. Este es el valor del torque en el que aún no se produce un sobrecalentamiento. Para un empleo intermitente, sí es posible aceptar torques mayores. Conforme la velocidad angular aumenta, la capacidad del motor para producir el torque disminuye. Por lo tanto, si es necesario contar con velocidades y torques mayores a los que se obtienen con determinado motor, hay que cambiarlo por uno de mayor potencia.



Figura 6.30 Gráfica del momento de torsión-velocidad



## Problemas

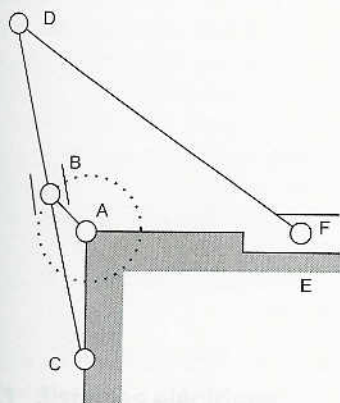


Figura 6.31 Problema 5

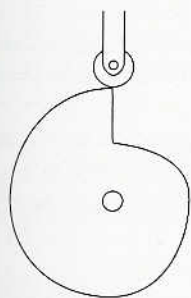


Figura 6.32 Problema 6

1. Explique los siguientes términos: a) mecanismo; b) cadena cinemática.
2. Explique qué es un mecanismo de cuatro barras.
3. Después de analizar los siguientes mecanismos, indique los grados de libertad de cada uno:
  - a) El mecanismo de la bisagra del cofre de un automóvil.
  - b) El mecanismo de la portezuela trasera de una camioneta rural.
  - c) El mecanismo del limpiaparabrisas.
  - d) Su rodilla
  - e) Su tobillo.
4. Analice el movimiento de los siguientes mecanismos e indique si hay rotación pura, traslación pura, o es una combinación de componentes de rotación y traslación.
  - a) El teclado de una computadora
  - b) La pluma de un graficador XY.
  - c) La manecilla de un reloj.
  - d) La aguja de un amperímetro de bobina móvil.
  - e) Un destornillador automático.
5. En el mecanismo de la figura 6.31, el brazo AB gira a velocidad constante. B y F son guías de deslizamiento que van de C a D y AF. Describa el comportamiento de este mecanismo.
6. Explique cómo variará el desplazamiento de la leva-seguidor de la figura 6.32 con el ángulo de rotación de la leva.
7. Una leva circular con diámetro de 100 mm tiene un eje de rotación excéntrico desviado unos 30 mm del centro. Cuando se usa con un seguidor tipo cuchillo y su línea de acción pasa por el centro de rotación, ¿cuál será la diferencia entre los desplazamientos máximo y mínimo del seguidor?
8. Diseñe un sistema de leva-seguidor que produzca velocidades de seguidor constantes cuando los desplazamientos del seguidor varíen entre 40 y 100 mm.
9. Diseñe un sistema mecánico que sirva para:
  - a) Operar una secuencia de microinterruptores de acuerdo con una secuencia programada.
  - b) Desplazar una herramienta a velocidad constante en una dirección y luego regresarla a su posición inicial.
  - c) Transformar una rotación en un movimiento lineal de avance y retroceso con movimiento armónico simple.
  - d) Transformar una rotación con cierta abertura angular en un desplazamiento lineal.
  - e) Transformar la rotación de un eje en la rotación de otro eje paralelo a determinada distancia del primero.
  - f) Transformar la rotación de un eje en la rotación de otro eje cercano en posición perpendicular respecto del primero.
10. Un tren de engranes compuesto consta de un engrane impulsado final con 15 dientes conectado a otro engrane con 90 dientes. En el mismo eje del segundo engrane hay un engrane con 15 dientes; éste se conecta con un cuarto engrane, que es el engrane motriz, con 60 dientes, ¿Cuál es la relación de engranaje total?

11. ¿Qué tipos de rodamientos serán los más adecuados para cada uno de los siguientes casos?

- Un eje de 50 mm de diámetro que soporta una carga de 10 000 N y gira a 100 rev/s.
- Un eje de 10 mm de diámetro que soporta una carga de 1000 N y gira a 5 rev/min.





# 7

## Sistemas de actuación eléctrica

### 7.1 Sistemas eléctricos

Al estudiar los sistemas eléctricos que se emplean como actuadores de control deberán tenerse en cuenta los siguientes dispositivos y sistemas:

1. *Dispositivos de conmutación*, como son los interruptores mecánicos (relevadores) y los interruptores de estado sólido (diodos, tiristores y transistores), en los que la señal de control enciende o apaga un dispositivo eléctrico, por ejemplo, un calentador o un motor.
2. *Dispositivos tipo solenoide*, en los cuales una corriente que pasa por un solenoide acciona un núcleo de hierro dulce, por ejemplo una válvula hidráulica/neumática operada por solenoide, donde la corriente de control pasa por el solenoide que se utiliza para regular el flujo hidráulico/neumático.
3. *Sistemas motrices*, por ejemplo, motores de cd y de ca, en los cuales la corriente que pasa por el motor produce una rotación.

Este capítulo da un panorama general de este tipo de dispositivos y de sus características.

### 7.2 Interruptores mecánicos

Los interruptores mecánicos son elementos que con frecuencia se usan como sensores para producir y enviar entradas a diversos sistemas, por ejemplo, un teclado (ver la sección 2.12). En este capítulo nos concentraremos en su empleo como actuadores, por ejemplo, para encender motores eléctricos o elementos calefactores, o para poner en circulación una corriente para la actuación de válvulas solenoide que controlan cilindros hidráulicos o neumáticos. El *relevador* eléctrico es un ejemplo de interruptor mecánico que en los sistemas de control se usa como actuador.

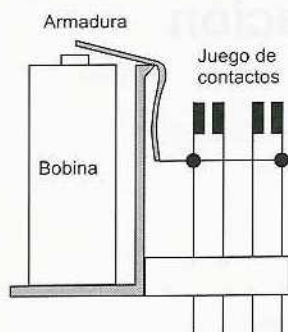


Figura 7.1 Relevador

### 7.2.1 Relevadores

El relevador eléctrico responde a las señales de control mediante una sencilla acción de conmutación de encendido/apagado (on/off); la figura 7.1 ilustra el principio de funcionamiento. Al circular una corriente por un embobinado de alambre se produce un campo magnético y atrae un brazo movable, que es la armadura, la cual produce la apertura o cierre de los contactos. Por lo general hay dos juegos de contactos, uno que se cierra y otro que se abre debido a la acción. Esta acción se aprovecha para transmitir corriente a un motor o a un calentador eléctrico de un sistema de control de temperatura.

Para ilustrar cómo se utilizan los relevadores en los sistemas de control, la figura 7.2 muestra cómo se usan dos relevadores para controlar el funcionamiento de válvulas neumáticas, las que a su vez controlan el movimiento de los vástagos de tres cilindros A, B y C. La secuencia de operaciones es la siguiente:

1. Al cierre del interruptor de arranque, la corriente se aplica a los solenoides A y B, con lo que tanto A como B se extienden, es decir, A+ y B+.
2. Los sensores de final de carrera a+ y b+ se cierran; al cierre de a+, fluye una corriente por el devanado del relevador 1, el cual cierra sus contactos y suministra corriente al solenoide C, con lo que éste se extiende, es decir, C+.
3. Debido a esta extensión, el sensor de final de carrera c+ se cierra y se suministra corriente para encender las válvulas de control A y B, lo que provoca la retracción de los cilindros A y B, es decir, A- y B-.
4. Al cerrar el sensor de final de carrera a- pasa una corriente por el devanado del relevador 2; los contactos de éste se cierran y suministra corriente a la válvula C y el cilindro C se retrae, es decir, C-.

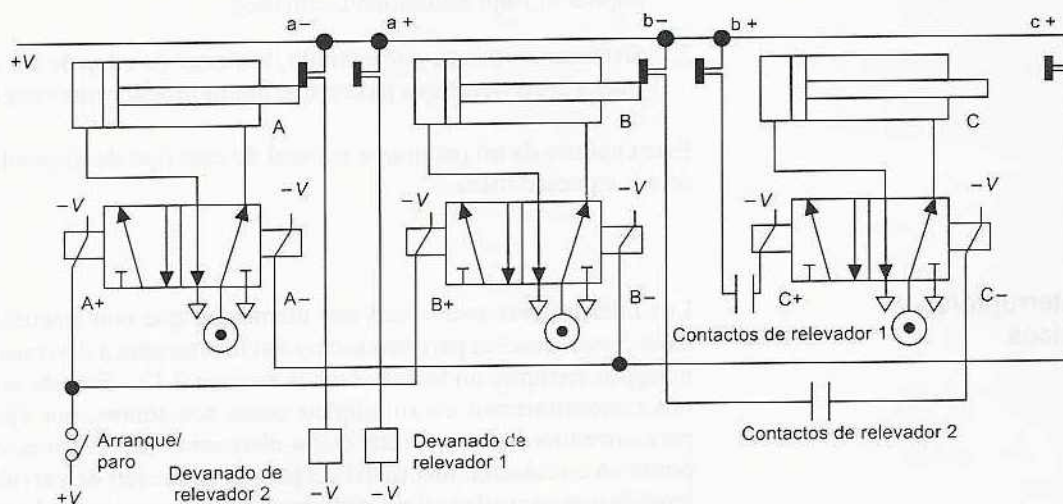


Figura 7.2 Sistema controlado por relevador



### 7.3 Interruptores de estado sólido

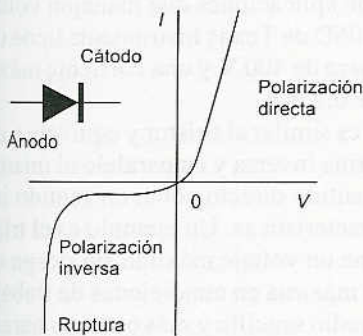


Figura 7.3 Características de un diodo

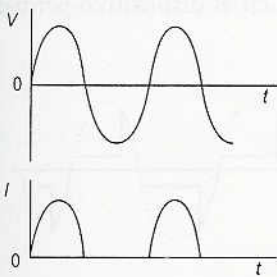


Figura 7.4 Rectificación de media onda

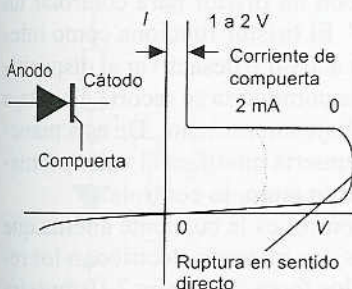


Figura 7.5 Características de un tiristor

La secuencia que se obtiene mediante este sistema es: A+ y B+ en forma simultánea; luego C+, seguido de A- y B- simultáneamente y, al final, C-.

Los *relevadores de retardo* son relevadores de control y su acción de conmutación se produce con un retardo, que por lo general es ajustable y se inicia al pasar una corriente por el devanado del relevador, o cuando deja de pasar por éste.

Para realizar la conmutación electrónica de los circuitos se utilizan diversos dispositivos de estado sólido. Entre éstos figuran los siguientes:

1. Diodos
2. Tiristores y triacs
3. Transistores bipolares
4. MOSFETs de potencia

#### 7.3.1 Diodos

La figura 7.3 muestra las características de un *diodo*, y como se puede observar, este permite el paso de una cantidad significativa de corriente sólo en una dirección. De ahí que, el diodo se considera como un 'elemento direccional' que permite el paso de corriente sólo cuando su polarización es directa, es decir, si el ánodo es positivo respecto del cátodo. Si el diodo tiene una polarización inversa suficiente, es decir, un voltaje muy alto, causa una ruptura. Si a un diodo se aplica un voltaje alterno, se puede considerar que está conectado sólo cuando la dirección del voltaje es tal que produce una polarización directa; el diodo se desconecta cuando está en la dirección de polarización inversa. El resultado es que la corriente que fluye por el diodo está rectificada a la mitad, es decir, es la corriente que corresponde sólo a la mitad del voltaje de entrada (figura 7.4).

#### 7.3.2 Tiristores y triacs

El *tiristor* o *rectificador controlado por silicio* (SCR, por sus siglas en inglés), es un diodo con una compuerta que controla las condiciones en las que se activa. La figura 7.5 muestra las características de un tiristor. Si la corriente en la compuerta es cero y la polarización del tiristor es inversa, por éste pasa una corriente despreciable (a menos que su polarización inversa tenga un valor elevado, de cientos de volts, cuando se produce su ruptura). Si el tiristor tiene polarización directa, la corriente también es despreciable, hasta que se rebasa el voltaje de ruptura. Cuando esto sucede, el voltaje en el diodo desciende a un nivel bajo, de 1 o 2 V, y lo único que limita la corriente es la resistencia externa en un circuito. Por ejemplo, si la tensión de ruptura en sentido directo es de 300 V, al alcanzar este voltaje, el tiristor se activa y el voltaje desciende a 1 o 2 V. Si el tiristor está co-

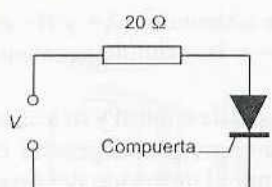


Figura 7.6 Circuito del tiristor

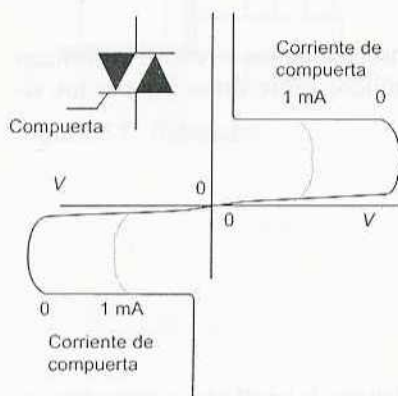


Figura 7.7 Características de un triac

nectado con una resistencia, digamos de  $20\ \Omega$  (figura 7.6), tenemos una resistencia muy alta antes de que se produzca la ruptura cuando casi la totalidad de los 300 V están en el tiristor y la corriente es despreciable. Si la ruptura ocurre en sentido directo, el voltaje en el tiristor disminuye, digamos, a 2 V; por lo tanto, ahora hay  $300 - 2 = 298$  V en la resistencia de  $20\ \Omega$ , y la corriente aumenta a  $298/20 = 14.9$  A. Una vez activado el tiristor permanece así hasta que la corriente en sentido directo disminuye a un valor inferior a unos cuantos miliamperes. El voltaje que produce la ruptura en sentido directo depende de la corriente que entra a la compuerta: cuanto mayor sea la corriente, menor será el voltaje de ruptura. La capacidad para manejar voltajes de un tiristor es alta y, por lo tanto, con frecuencia se usa en la conexión/desconexión de aplicaciones que manejan voltajes elevados. Por ejemplo, el CF106D de Texas Instruments tiene un voltaje máximo sin riesgo de disparo de 400 V y una corriente máxima de disparo en la compuerta de 0.2 mA.

El triac (tiristor bidireccional) es similar al tiristor y equivale a un par de tiristores conectados en forma inversa y en paralelo al mismo chip. El triac se activa tanto en sentido directo como en sentido inverso; la figura 7.7 ilustra sus características. Un ejemplo es el triac MAC212-4 de Motorola, que tiene un voltaje máximo sin riesgo de disparo de 200 V y una corriente máxima en condiciones de trabajo de 12 A r.m.s. Los triacs son un medio sencillo y más o menos barato para controlar potencia con ca.

La figura 7.8 muestra el efecto que se produce al aplicar un voltaje alterno senoidal en: a) un tiristor y b) un triac. La ruptura en sentido directo ocurre cuando el voltaje aumenta hasta el valor de ruptura; a partir de ese momento el voltaje en el dispositivo permanece bajo.

Figura 7.8 Control de voltaje: a) tiristor, b) triac (tiristor bidireccional)

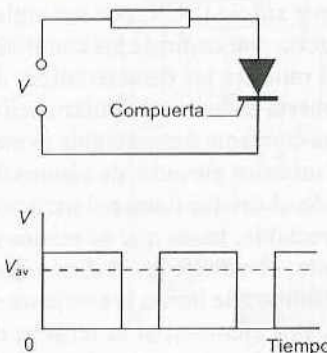
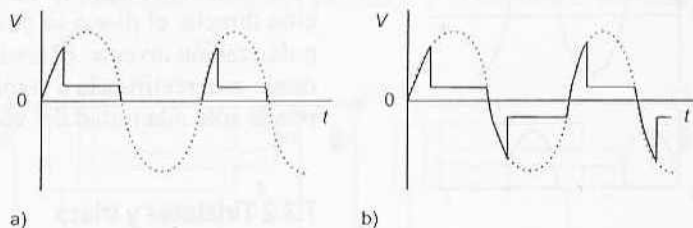


Figura 7.9 Control de cd por tiristor

Un ejemplo de cómo usar estos dispositivos en aplicaciones de control, se ilustra en la figura 7.9 con un tiristor para controlar un voltaje de cd con valor constante  $V$ . El tiristor funciona como interruptor, mediante la compuerta para activar o desactivar el dispositivo. Aplicando una señal alterna en la compuerta se recorta el voltaje de alimentación y se produce un voltaje intermitente. De esta manera, la señal alterna aplicada a la compuerta modifica el valor promedio del voltaje de cd de salida y, por lo tanto, lo controla.

Otro ejemplo de aplicación de control es la corriente alterna que se usa en los calentadores eléctricos, los motores eléctricos o los reductores de intensidad luminosa de los focos. La figura 7.10 muestra un circuito para control de fase, de resistencia variable y de media onda. La corriente alterna se aplica en la carga, por ejemplo en el



foco del circuito reductor de intensidad luminosa, y en serie con el tiristor.  $R_1$  es una resistencia limitadora de corriente y  $R_2$  un potenciómetro que establece el valor a partir del cual se dispara el tiristor. El diodo impide que la parte negativa del ciclo de voltaje alterno se aplique a la compuerta. Ajustando  $R_2$ , el tiristor se disparará a cualquier valor comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  durante el semiciclo positivo del voltaje alterno aplicado. Cuando el tiristor se dispara cerca del inicio del ciclo, es decir, cerca de  $0^\circ$ , conduce durante todo el semiciclo positivo y a la carga se aplica el máximo voltaje. Conforme se retrasa el disparo del tiristor a un momento posterior del ciclo, el voltaje que se aplica a la carga también se reduce.

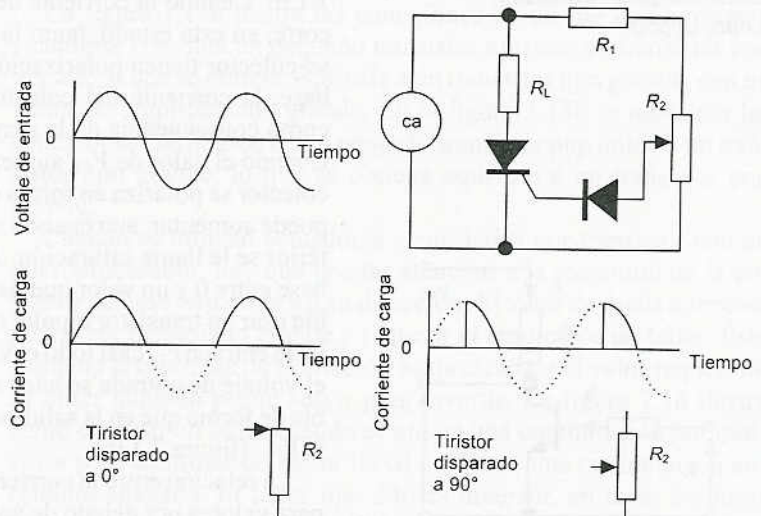


Figura 7.10 Circuito para control de fase

Cuando a un tiristor, o a un triac se aplica voltaje de manera súbita, con la compuerta apagada, el tiristor cambia su condición de desactivación a la de activación. Un valor de voltaje característico que permite producir este efecto es del orden de  $50 \text{ V}/\mu\text{s}$ . Si la fuente de alimentación es un voltaje de cd, el tiristor puede continuar en el estado de conducción anterior hasta que se produce una interrupción del circuito. Para evitar este brusco cambio del voltaje de alimentación que cause el efecto mencionado, se controla la razón de cambio del voltaje con respecto al tiempo, es decir  $dV/dt$ ; para ello se usa un *circuito amortiguador o de frenado*, el cual consta de una resistencia conectada en serie con un capacitor que se coloca en paralelo con el tiristor (figura 7.11). La capacitancia del circuito amortiguador,  $C$ , está dada por:

$$C = \frac{(V_A)_{\max}^2}{L_L (dV/dt)_{\max}^2}$$

y su resistencia,  $R$ :

$$R + R_L = 2\sqrt{\frac{L_L}{C}}$$

donde  $R_L$  es la resistencia de la carga y  $L_L$  su inductancia.

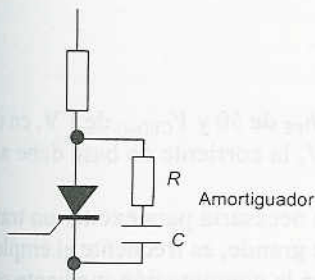
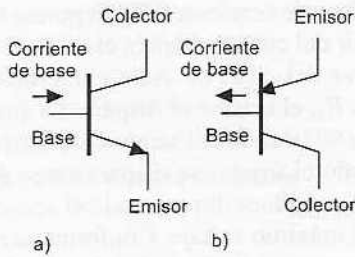
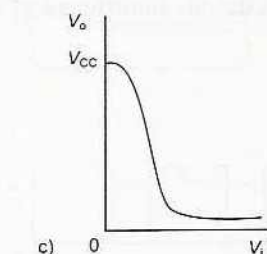
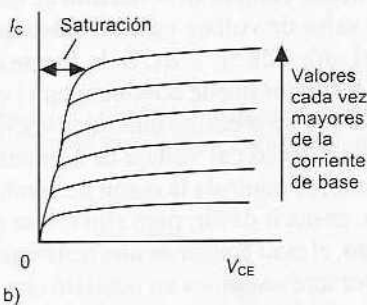
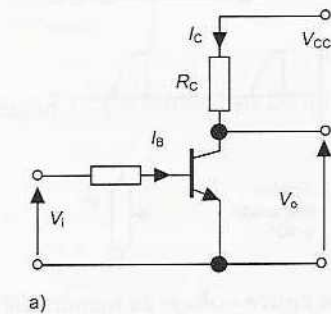


Figura 7.11 Circuito amortiguador o de frenado



**Figura 7.12** Símbolos de los elementos de un transistor:  
a) npn, b) pnp



**Figura 7.13** Interruptor hecho con un transistor

### 7.3.3 Transistores bipolares

Existen dos tipos de *transistores bipolares*: el npn y el pnp. La figura 7.12 muestra el símbolo de cada uno. En el transistor npn la corriente principal entra por el colector y sale por el emisor y en la base se aplica una señal de control. En el transistor pnp la corriente principal entra por el emisor y sale por el colector y en la base se aplica una señal de control.

En un transistor npn conectado como ilustra la figura 7.13a, circuito conocido como tipo emisor común, la relación entre la corriente de colector,  $I_C$ , y la diferencia de potencial entre el colector y el emisor,  $V_{CE}$ , se describen mediante la serie de gráficas de la figura 7.13b. Cuando la corriente de base,  $I_B$ , es cero, el transistor está en corte; en este estado, tanto la unión base-emisor como la unión base-colector tienen polarización inversa. Al aumentar la corriente de base, la corriente del colector también aumenta y  $V_{CE}$  disminuye como consecuencia de la mayor cantidad de voltaje que cae en  $R_C$ . Cuando el valor de  $V_{CE}$  aumenta hasta el valor  $V_{CE(sat)}$ , la unión base-colector se polariza en forma directa y la corriente del colector ya no puede aumentar, aun cuando aumentase la corriente de base. A lo anterior se le llama saturación. Al modificar el valor de la corriente de base entre 0 y un valor que lleve al transistor a la saturación, es posible usar un transistor bipolar como interruptor. Cuando no hay voltaje de entrada  $V_i$ , casi todo el voltaje  $V_{CC}$  aparece en la salida. Cuando el voltaje de entrada se hace suficientemente alto, el transistor cambia de forma que en la salida aparece una pequeña fracción del voltaje  $V_{CC}$  (figura 7.13c).

La relación entre la corriente de colector y la corriente de base,  $I_B$ , para valores por debajo de aquellos que llevan al transistor a la saturación es:

$$I_C = h_{FE} I_B$$

donde  $h_{FE}$  es la *ganancia de corriente*. En condiciones de saturación, la corriente del colector  $I_{C(sat)}$  es:

$$I_{C(sat)} = \frac{V_{CC} - V_{CE(sat)}}{R_C}$$

Para asegurar que el transistor llegue a la saturación la corriente de base deberá, por lo tanto, aumentar por lo menos hasta el valor:

$$I_{B(sat)} = \frac{I_{C(sat)}}{h_{FE}}$$

De esta manera, en un transistor con  $h_{FE}$  de 50 y  $V_{CE(sat)}$  de 1 V, en un circuito con  $R_C = 10 \, \Omega$  y  $V_{CC} = 5 \, \text{V}$ , la corriente de base debe aumentar por lo menos a 8 mA.

Debido a que la corriente de base necesaria para excitar un transistor de potencia bipolar es bastante grande, es frecuente el empleo de un segundo transistor para activar la conmutación mediante corrientes relativamente pequeñas, por ejemplo, la corriente que proporciona un microprocesador. Por lo tanto, un circuito conmutador



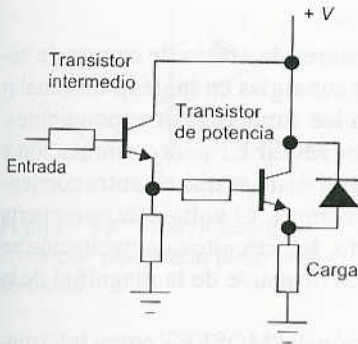


Figura 7.14 Conmutación de una carga

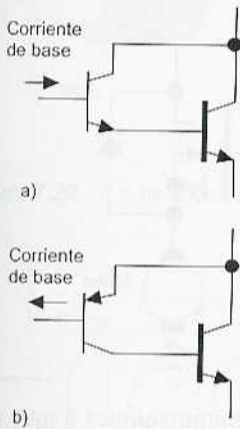


Figura 7.15 Pares de Darlington

sería como el que muestra la figura 7.14. La combinación de un par de transistores que permita la conmutación de un valor de corriente alto con una entrada de corriente pequeña se conoce como *par de Darlington*, el cual se puede obtener en dispositivos de un solo chip. Por lo general, un *diodo de protección* se conecta en paralelo con el transistor de potencia para evitar que el transistor se dañe durante su desconexión, dado que en general se emplea con cargas inductivas y pueden producirse voltajes transitorios considerables. El circuito integrado ULN2001N de SGS-Thompson contiene siete pares de Darlington separados, cada uno con su propio diodo de protección. La especificación de los pares indica 500 mA continuos y resiste picos de hasta 600 mA.

La figura 7.15a ilustra las conexiones de un par de Darlington cuando se combina un pequeño transistor npn con un transistor npn grande; lo que se obtiene equivale a un transistor npn grande, con un factor de amplificación grande. En la figura 7.15b se muestran las conexiones Darlington de un pequeño transistor pnp unido a un transistor npn grande; lo que se obtiene equivale a un transistor pnp grande.

Cuando se utilizan actuadores controlados por transistor con un microprocesador, hay que prestar atención a la magnitud de la corriente de base requerida y a su dirección. El valor de dicha corriente podría ser demasiado grande y requerir el empleo de un búfer. Éste aumenta la corriente de excitación hasta alcanzar el valor requerido. El búfer también puede servir para invertir. La figura 7.16 ilustra cómo emplear un búfer cuando se utiliza una conmutación por transistor para controlar un motor de cd mediante una conmutación encendido-apagado. El búfer tipo 240 es inversor, en tanto los tipos 241 y 244 son no inversores. El búfer 74LS240 tiene una máxima corriente de salida de alto nivel de 15 mA y una corriente máxima de salida de bajo nivel de 24 mA.

La conmutación de un transistor bipolar se realiza mediante corrientes de base, por lo que existe la posibilidad de utilizar frecuencias de conmutación mayores que en los tiristores. Su capacidad de manejo de potencia es menor que la de los tiristores.

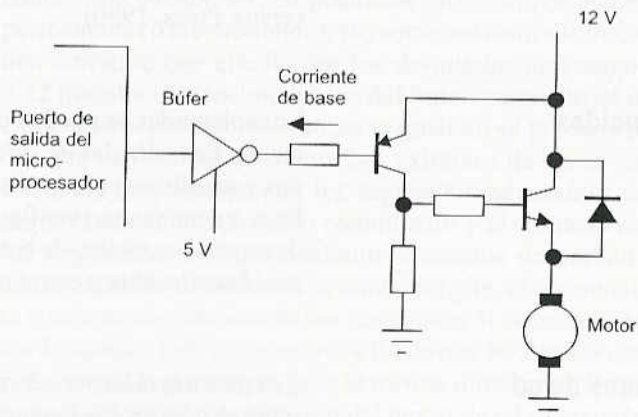


Figura 7.16 Control de un motor de cd

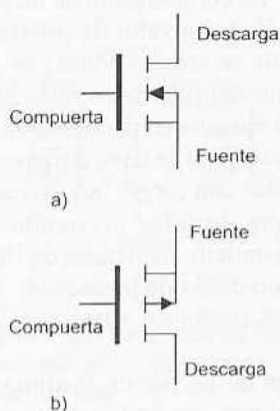


Figura 7.17 MOSFETs:  
a) canal n, b) canal p

### 7.3.4 MOSFETs

Hay dos tipos de MOSFETs (transistores de efecto de campo de semiconductor de óxido metálico, por sus siglas en inglés): de canal n y de canal p; la figura 7.17 muestra los símbolos correspondientes. La principal diferencia en el uso de un MOSFET para conmutación y un transistor bipolar para el mismo propósito es que no entra corriente a la compuerta para lograr dicho control. El voltaje de compuerta es la señal controladora. Por lo tanto, los circuitos de excitación se simplifican dado que no es necesario ocuparse de la magnitud de la corriente.

La figura 7.18 ilustra una aplicación del MOSFET como interruptor de encendido-apagado de un motor; compare este circuito con el de la figura 7.16, donde se utilizan transistores bipolares. Se observa un búfer cambiador de nivel para aumentar el nivel de voltaje hasta el valor que requiere el MOSFET.

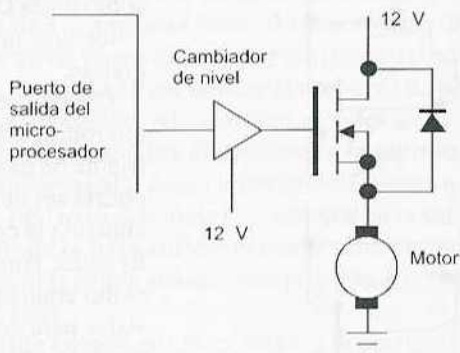


Figura 7.18 Control de un motor de cd

Con los MOSFETs son posibles las conmutaciones a muy altas frecuencias, de hasta 1 MHz; la interconexión con un microprocesador es mucho más sencilla que con transistores bipolares.

Para mayor información sobre interruptores de estado sólido, se recomiendan obras especializadas como: *Advanced Industrial Electronics* de N. Morris (McGraw-Hill, 1974), *Electronics* de D.I. Crecraft, D. A. Gorham y J. J. Sparkes (Chapman y Hall, 1993) o *Power Electronics for the Microprocessor Age* de T. Kenjo (Oxford University Press, 1990).

## 7.4 Solenoides

Los solenoides se pueden usar como actuadores operados eléctricamente. Las *válvulas de solenoide* son un ejemplo de estos dispositivos y se utilizan para controlar el flujo de fluidos en sistemas hidráulicos o neumáticos (ver figura 5.9). Cuando una corriente pasa por el devanado, un núcleo de hierro dulce es atraído hacia dicho devanado y, al hacerlo, abre o cierra puertos que controlan el flujo de un fluido.

## 7.5 Motores de cd

Los motores eléctricos con frecuencia se emplean como elemento de control final en los sistemas de control por posición o de velocidad. Los motores se pueden clasificar en dos categorías principales: mo-



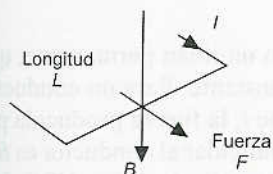


Figura 7.19 Fuerza sobre un conductor por el que pasa una corriente

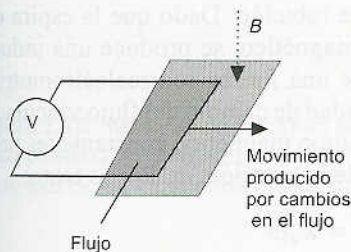


Figura 7.20 F.e.m. inducida

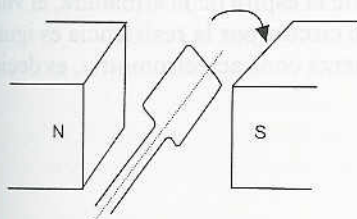


Figura 7.21 Elementos básicos de un motor de cd

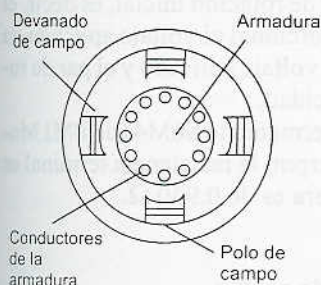


Figura 7.22 Motor de cd

tores de cd y motores de ca. La mayoría de los motores que se emplean en los sistemas de control modernos son motores de cd. Los principios básicos del funcionamiento de un motor son los siguientes:

1. Cuando en un campo magnético, una corriente pasa por un conductor, se ejerce una fuerza sobre el conductor (figura 7.19). Para un conductor de longitud  $L$  que lleva una corriente  $I$  en un campo magnético que tiene una densidad de flujo  $B$  y es perpendicular al conductor, la fuerza ejercida  $F$  es igual a  $BIL$ .
2. Cuando un conductor se desplaza dentro de un campo magnético, sobre él se induce una f.e.m. (figura 7.20). La f.e.m. inducida,  $e$ , es igual a la velocidad con la que cambia el flujo magnético  $\Phi$  (el flujo magnético es igual al producto de la densidad de flujo por el área) que cubre el conductor (ley de Faraday), es decir,  $e = -d\Phi/dt$ . El signo menos indica que la dirección de la f.e.m. es en sentido opuesto al cambio que la produce (ley de Lenz); es decir, la dirección de la f.e.m. inducida es tal que produce una corriente que crea campos magnéticos que tienden a neutralizar el cambio en el flujo magnético asociado al devanado que produjo la f.e.m. Por ellos, con frecuencia se le conoce como fuerza contraelectromotriz.

### 7.5.1 Principios básicos

La figura 7.21 muestra el principio básico de un motor de cd: una espiral de alambre que gira de manera libre en medio del campo de un imán permanente. Cuando por el devanado pasa una corriente, las fuerzas resultantes ejercidas en sus lados y en ángulo recto al campo provocan fuerzas que actúan a cada lado produciendo una rotación. Sin embargo, para que ésta continúe, cuando el devanado pasa por la posición vertical se debe invertir la dirección de la corriente.

En un motor de cd convencional, los devanados de alambre se montan en las ranuras de un cilindro de material magnético conocido como *armadura*. La armadura está montada en cojinetes y puede girar. Ésta se monta en el campo magnético producido por los *polos de campo* que pueden ser, en pequeños motores, por ejemplo, imanes permanentes o electroimanes, cuyo magnetismo se obtiene mediante una corriente que circula por los *devanados de campo*. La figura 7.22 muestra el principio básico del funcionamiento de un motor de cd de cuatro polos, cuyo campo magnético se produce por devanados que transportan corriente. Los extremos de los devanados de la armadura se conectan con los segmentos adyacentes de un anillo segmentado conocido como conmutador y el contacto eléctrico con los segmentos se logra mediante contactos de carbón conocidos como escobillas. Conforme la armadura gira, el conmutador invierte la corriente de cada uno de los devanados al desplazarse por los polos de campo. Esto es necesario a fin de que las fuerzas que actúan en el devanado sigan actuando en la misma dirección y la rotación continúe. La dirección de rotación del motor de cd se invierte al invertir la corriente de armadura o la corriente de campo.



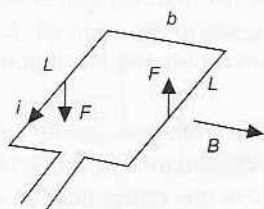


Figura 7.23 Armadura

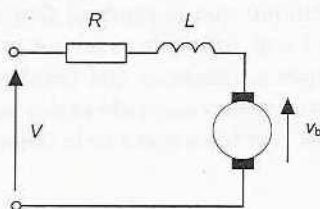


Figura 7.24 Circuito equivalente

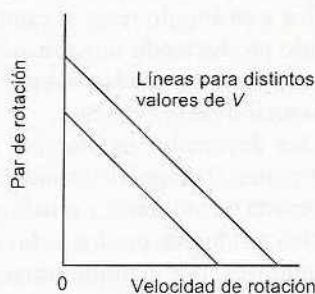


Figura 7.25 Características del par de rotación-velocidad

### 7.5.2 Motor de cd de imán permanente

Considere el caso de un motor de cd con un imán permanente, que tienen una densidad de flujo de valor constante. Para un conductor de armadura de longitud  $L$  y una corriente  $i$ , la fuerza producida por una densidad de flujo magnético  $B$  perpendicular al conductor es  $BiL$  (figura 7.23). Si hay  $N$  conductores, la fuerza producida es  $NBiL$ . Las fuerzas dan por resultado un par de rotación  $T$  en el eje del devanado con un valor de  $Fb$ , siendo  $b$  el ancho de la espira. Por lo tanto:

$$\text{par de rotación } T = NbbLi = k_t i$$

donde  $k_t$  es la constante del par de rotación. Dado que la espira de una armadura gira en un campo magnético, se produce una inducción electromagnética y se induce una fuerza contraelectromotriz. Ésta,  $v_b$ , es proporcional a la velocidad de cambio del flujo vinculado a la espira y, por lo tanto, en un campo magnético constante, es proporcional a la velocidad angular de la rotación,  $\omega$ . Por lo tanto:

$$\text{fuerza contraelectromotriz } v_b = k_v \omega$$

en donde  $k_v$  es la constante de la fuerza contraelectromotriz.

Ahora podemos considerar que el circuito equivalente de un motor de cd es como el que ilustra la figura 7.24, es decir, a la espira de la armadura la representa una resistencia,  $R$ , en serie con una inductancia,  $L$ , que está en serie con una fuente de fuerza contraelectromotriz. Si se deprecia la inductancia de la espira de la armadura, el voltaje que origina la corriente,  $i$ , que circula por la resistencia es igual al voltaje aplicado,  $V$ , menos la fuerza contraelectromotriz, es decir,  $V - v_b$ . Por lo tanto:

$$i = \frac{V - v_b}{R} = \frac{V - k_v \omega}{R}$$

El par de rotación  $T$  es, entonces:

$$T = k_t i = \frac{k_t}{R} (V - k_v \omega)$$

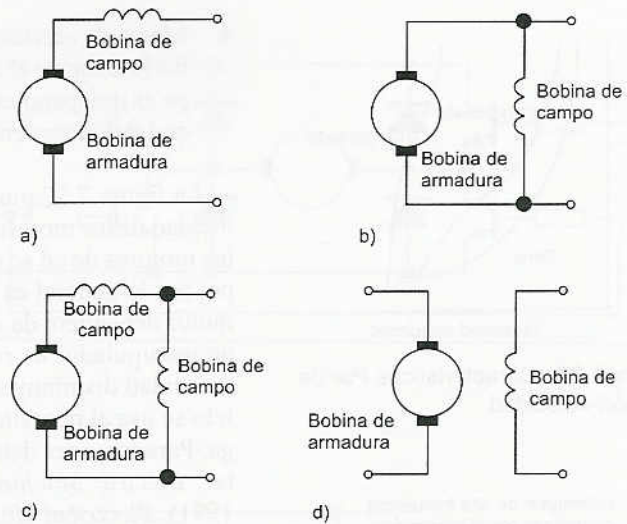
Las gráficas del par de rotación en función de la velocidad de rotación,  $\omega$ , son una serie de líneas rectas correspondientes a diversos valores de voltaje (figura 7.25). El par de rotación inicial, es decir, el par de rotación cuando  $\omega = 0$  es proporcional al voltaje aplicado, la velocidad sin carga es proporcional al voltaje aplicado y el par de rotación disminuye al aumentar la velocidad.

Por ejemplo, en el motor de imán permanente S6M41 de PMI Motors:  $k_t = 3.01 \text{ N cm/A}$ ,  $k_v = 3.15 \text{ V/krpm}$ , la resistencia terminal es de  $1.207 \Omega$  y la resistencia de armadura es de  $0.940 \Omega$ .

### 7.5.3 Motores de cd con devanados de campo

Los motores de cd con devanados de campo se dividen en: motores en serie, en paralelo, compuestos y de excitación independiente, de-





**Figura 7.26** Motores de cd: a) en serie, b) en paralelo, c) compuesto, d) de excitación independiente

pendiendo de la manera como se encuentran conectados los devanado de campo y los devanados de la armadura (figura 7.26).

### 1. Motor (con excitación) en serie

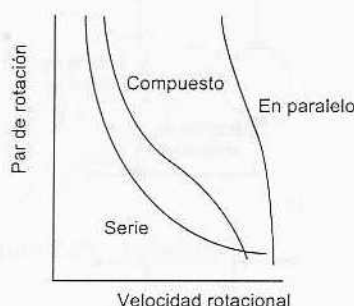
En el motor en serie, los devanados de la armadura y de los campos están en serie. Este motor produce el par de rotación de arranque de mayor intensidad y alcanza la mayor velocidad sin carga. Con cargas ligeras existe el riesgo de que el motor alcance velocidades muy altas. La inversión de la polaridad de la alimentación eléctrica de los devanados no tiene efecto en la dirección de rotación del motor; éste sigue girando en la misma dirección dado que tanto las corrientes de campo como de armadura quedaron invertidas.

### 2. Motor en derivación (en paralelo)

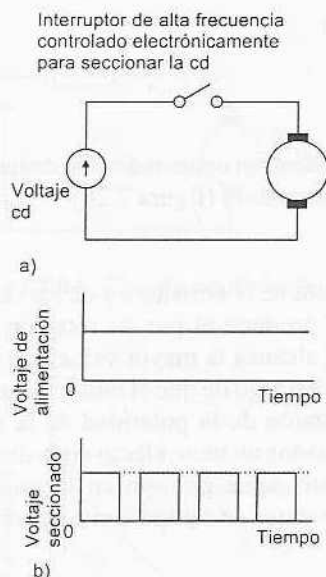
En éste, los devanados de armadura y de campo están en paralelo; genera el par de rotación de menor intensidad, en el arranque tiene una velocidad sin carga mucho menor y permite una buena regulación de la velocidad. Debido a esta velocidad casi constante, independiente de la carga, estos motores se utilizan mucho. Para invertir la dirección de giro, hay que invertir la armadura o el campo. Por ello en este caso es preferible utilizar los devanados de excitación independiente.

### 3. Motor de excitación compuesta

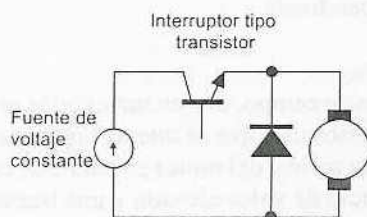
Este motor tiene dos devanados de campo, uno en serie con la armadura y otro en paralelo. En estos motores se intenta conjuntar lo mejor del motor (excitado) en serie y del motor en paralelo, es decir, un par de rotación de inicio de valor elevado y una buena regulación de la velocidad.



**Figura 7.27** Características Par de rotación-velocidad



**Figura 7.28** PWM (modulación por ancho de pulso): a) principio del circuito de PWM, b) variación del voltaje promedio de armadura mediante el seccionamiento de voltaje de cd



**Figura 7.29** PWM

#### 4. Motor de excitación independiente

En este motor el control de las corrientes de armadura y de campo es independiente y se le puede considerar como un caso especial del motor en paralelo.

La figura 7.27 muestra las características del par de rotación-velocidad de los motores anteriores. Para modificar la velocidad de estos motores de cd se cambia la corriente de la armadura o la de campo; por lo general es esta última la que se modifica. La elección del motor dependerá de sus aplicaciones. Por ejemplo, en la muñeca de un manipulador de robot, se emplea un motor en serie dado que la velocidad disminuye conforme aumenta la carga. El motor en paralelo se usa al necesitar una velocidad constante, sin importar la carga. Para mayores detalles sobre los motores de cd se sugiere consultar: *Electric Machines and Drives* de J.D. Edwards (Macmillan, 1991), *Electrical Machines and Drive Systems* de C.B. Gray (Longman, 1989) o *Electric Motors and Control Techniques* de I.M. Gottlieb (TAB Books, McGraw-Hill, 1994).

#### 7.5.4 Control de motores de cd

La velocidad que alcanza un motor de imán permanente depende de la magnitud de la corriente que pasa por el devanado de la armadura. En un motor con devanado de campo, la velocidad se modifica variando la corriente de la armadura, o la de campo; en general, es la primera la que se modifica. Por lo tanto, para controlar la velocidad se puede utilizar el control del voltaje que se aplica a la armadura. Sin embargo, dado que el empleo de fuentes de voltaje de valor fijo es frecuente, el voltaje variable se logra mediante un circuito electrónico.

En una fuente de corriente alterna, se utiliza el circuito de tiristor de la figura 7.10 para controlar el voltaje promedio que se aplica a la armadura. Sin embargo, lo más común es que uno se ocupe de señales de control provenientes de microprocesadores. De ahí que lo más común es utilizar la técnica llamada *modulación por ancho de pulso* (PWM, por sus siglas en inglés), la cual utiliza una fuente de voltaje de cd constante y secciona su voltaje para que varíe su valor promedio (figura 7.28). La figura 7.29 muestra cómo obtener la PWM utilizando un circuito de transistor básico. El transistor se activa y desactiva mediante una señal que se aplica a su base. El diodo tiene por objeto servir de trayectoria a la corriente que surge cuando el transistor se desconecta, debido a que el motor se comporta como generador. Este circuito sólo se usa para operar el motor en una dirección. Para utilizar el motor en dirección directa e inversa se utiliza un circuito con cuatro transistores, conocido como circuito H (figura 7.30). Este circuito se puede modificar mediante compuertas lógicas, de manera que una entrada controle la conmutación y la otra, la dirección de rotación (figura 7.31).



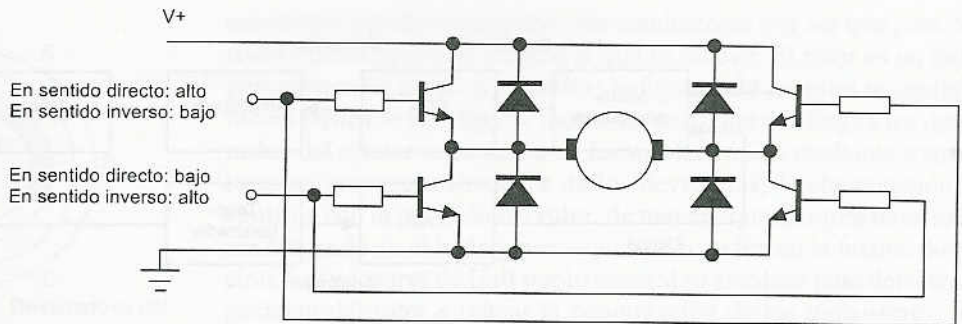


Figura 7.30 Circuito en H

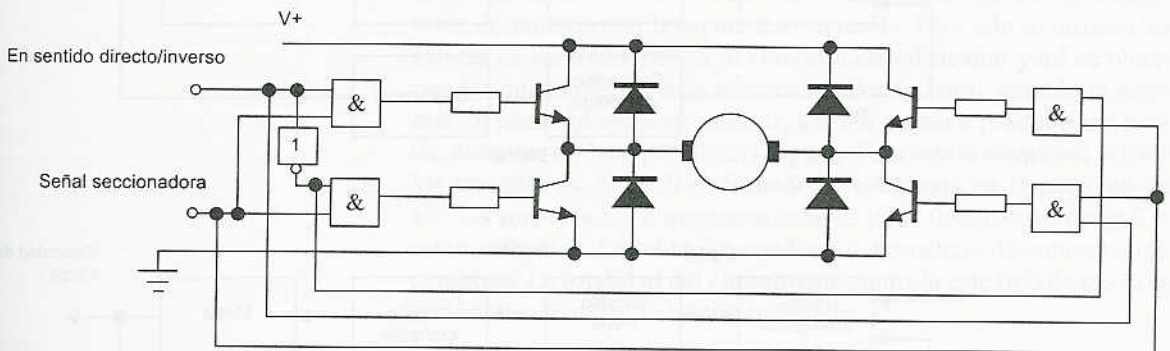
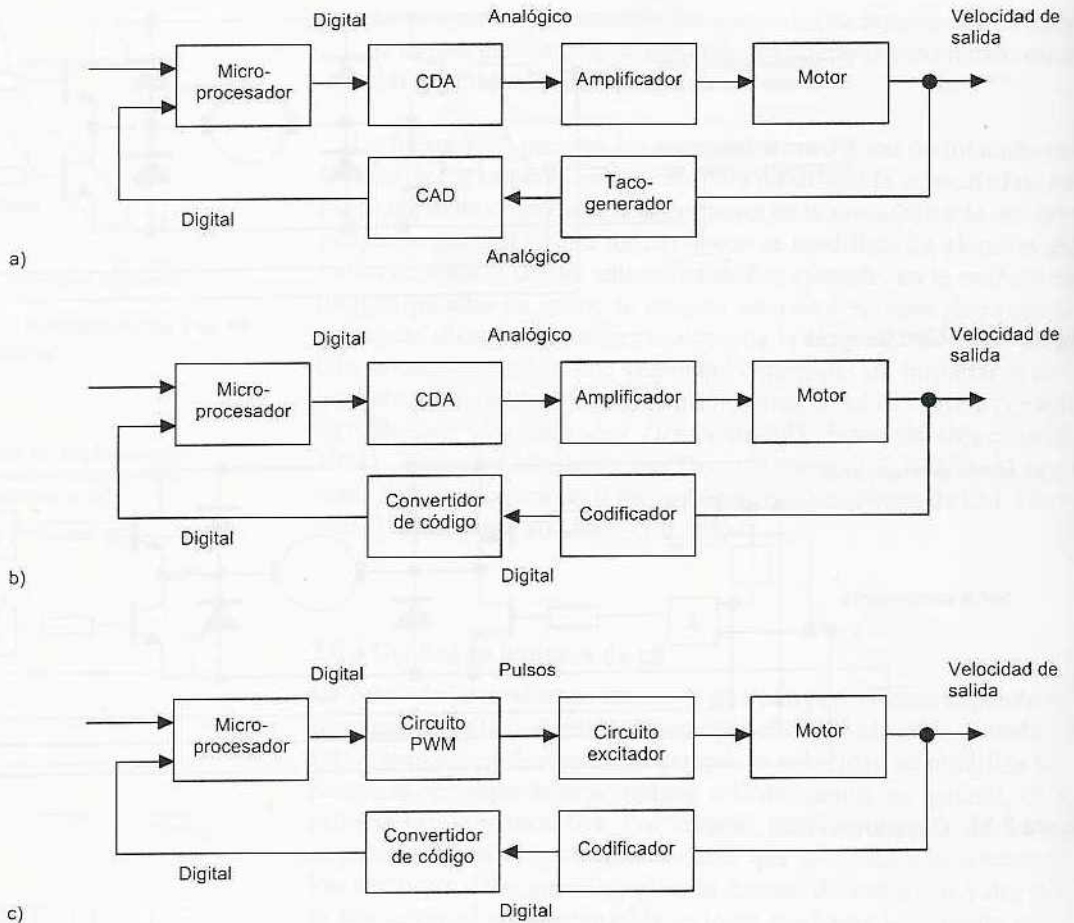


Figura 7.31 Circuito en H

Los anteriores son ejemplos de control en malla abierta, para los cuales se supone que las condiciones permanecen constantes, por ejemplo, el voltaje de alimentación y la carga que desplaza el motor. En los sistemas de control de malla cerrada se utiliza la retroalimentación para modificar la velocidad del motor si cambian las condiciones. La figura 7.32 muestra algunos métodos que se pueden emplear.

En la figura 7.32a un tacogenerador produce la señal de retroalimentación, lo cual genera una señal analógica que es necesario convertir en una señal digital utilizando un CAD, para introducirla en un microprocesador. La salida que produce éste se convierte en una señal analógica con un CDA para variar el voltaje aplicado a la armadura del motor de cd. En la figura 7.32b un codificador produce la señal de retroalimentación y de esta manera se genera una señal digital que después de pasar por una conversión de código, se puede alimentar en forma directa al microprocesador. Al igual que en a), el sistema tiene un voltaje analógico sujeto a variación para controlar la velocidad del motor. En la figura 7.32c el sistema es completamente digital y la PWM sirve para controlar el voltaje promedio que se aplica a la armadura.



**Figura 7.32** Control de velocidad con retroalimentación



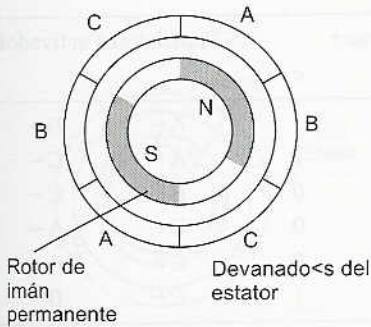
**Figura 7.33** Conmutador

### 7.5.5 Motores de cd de imán permanente y sin escobillas

Un problema de los motores de cd es que requieren un colector y escobillas (figura 7.33) para invertir en forma periódica la corriente que pasa por cada uno de los devanados de la armadura. Las escobillas establecen contacto deslizante con el colector; las chispas que saltan entre ambos van desgastando las escobillas. Por ello, éstas deben ser reemplazadas de manera periódica y volver a recubrir el colector. Para evitar estos problemas se diseñaron los motores sin escobillas.

En esencia, estos motores constan de una secuencia de devanados de estator y un rotor de imán permanente. Un conductor por el que pasa corriente eléctrica y se encuentra en medio de un campo magnético experimenta una fuerza; asimismo, como consecuencia de la tercera ley del movimiento de Newton, el imán también experimenta una fuerza opuesta de igual magnitud. En el motor de cd convencional, el imán está fijo y los conductores por los que pasa la corriente presentan movimiento. En el motor de cd de imán permanente y sin

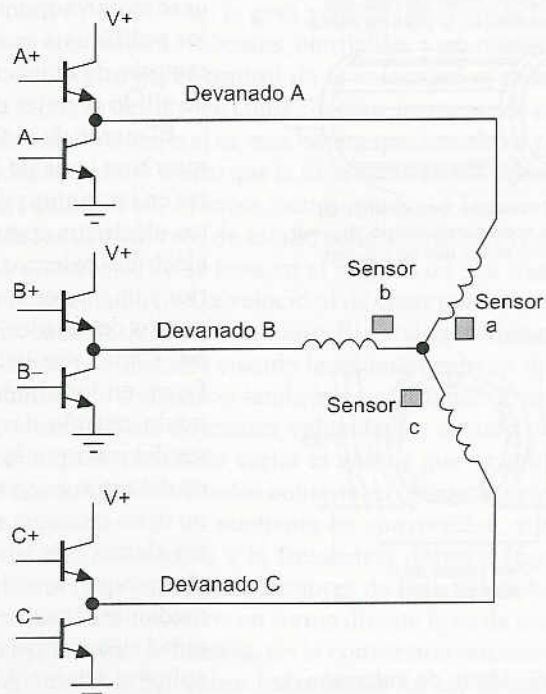




**Figura 7.34** Motor de cd de imán permanente y sin escobillas

escobillas sucede lo contrario: los conductores por los que pasa corriente están fijos y es el imán el que se mueve. El rotor es un imán permanente de ferrita o cerámica; la figura 7.34 muestra la configuración básica de este tipo de motor. La corriente que llega a los devanados del estator se conmuta en forma electrónica mediante transistores en secuencia alrededor de los devanados; la conmutación se controla con la posición del rotor, de manera que siempre haya fuerzas actuando en el imán y provoquen su rotación en la misma dirección. Los sensores de Hall por lo general se emplean para detectar la posición del rotor e iniciar la conmutación de los transistores; los sensores se colocan alrededor del estator.

La figura 7.35 ilustra los circuitos de conmutación por transistor que se pueden usar en el motor de la figura 7.34. Para conmutar los devanados en secuencia se necesitan señales para activar los transistores de acuerdo con la secuencia requerida. Para ello se utilizan las salidas de los tres sensores del circuito decodificador y así se obtienen las corrientes de base adecuadas. Por lo tanto, cuando el rotor está en posición vertical, es decir, a  $0^\circ$ , el sensor c produce una salida, mientras a y b no producen ninguna. Esta salida sirve para activar los transistores A+ y B-. Cuando el rotor está en la posición de  $60^\circ$  los sensores b y c producen señales y los transistores A+ y C- están activados. La tabla 7.1 contiene la secuencia de conmutación completa. La totalidad del circuito que controla este tipo de motores se obtiene en un solo circuito integrado.



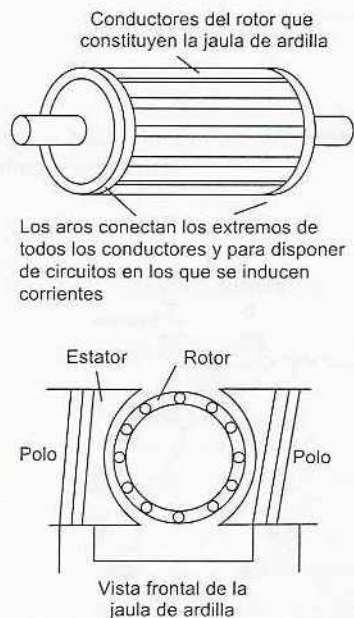
**Figura 7.35** Conmutación mediante transistores

**Tabla 7.1** Secuencia de la conmutación

Posición del rotor	Señales del sensor			Transistores activados	
	a	b	c		
0°	0	0	1	A+	B-
60°	0	1	1	A+	C-
120°	0	1	0	B+	C-
180°	1	1	0	B+	A-
240°	1	0	0	C+	A-
360°	1	0	1	C+	B-

Los motores de cd de imán permanente y sin escobillas se utilizan cada vez más cuando a la par se necesita un alto rendimiento, gran confiabilidad y poco mantenimiento. Gracias a que no tienen escobillas, estos motores no producen ruido y permiten alcanzar altas velocidades. Para mayores detalles sobre motores de cd sin escobillas se sugieren obras especializadas como: *Electric Machines and Drives* de J.D. Edwards (Macmillan, 1991), o *Brushless Permanent-magnet and Reluctance Motor Drives* de T.J.E. Miller (Oxford University Press, 1989).

## 7.6 Motores de ca

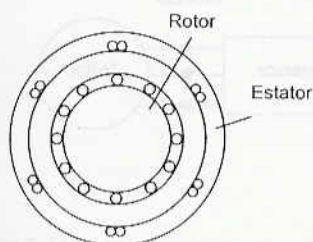


**Figura 7.36** Motor de inducción de una fase

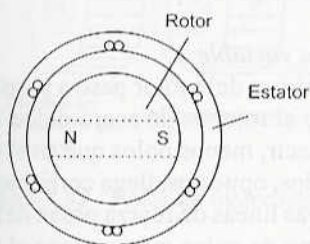
Los motores de corriente alterna se pueden clasificar en dos grupos: monofásicos y polifásicos, cada uno de los cuales se subdivide en motores de inducción y motores síncronos. Existe la tendencia a usar motores monofásicos si la potencia requerida es baja, en tanto los polifásicos se emplean cuando se requiere mucha potencia. Los motores de inducción en general son más baratos que los síncronos, de allí lo popular de su empleo.

El motor de inducción de una fase y jaula de ardilla consta de un rotor tipo jaula de ardilla, es decir, barras de cobre o aluminio insertas en las ranuras de los aros de las extremidades para formar circuitos eléctricos completos (figura 7.36). El rotor no tiene conexiones eléctricas externas. El motor básico consta de un rotor como el anterior y un estator con varios devanados. Al pasar una corriente alterna por los devanados del estator se produce un campo magnético alterno. Como resultado de la inducción electromagnética, se induce f.e.m. en los conductores del rotor y por éste fluyen corrientes. Al inicio, cuando el rotor está en reposo, las fuerzas sobre los conductores del rotor por los que pasa la corriente dentro del campo magnético del estator son tales que el par de rotación neto es nulo. El motor no tiene arranque automático. Se utilizan diversos métodos para hacer al motor de arranque automático y darle el ímpetu necesario para el arranque; uno de ellos es usar un devanado de arranque auxiliar, mediante el cual se da el empuje inicial al rotor. Éste gira a una velocidad determinada por la frecuencia de la corriente alterna que se aplica al estator. Al suministrar una frecuencia constante al motor de una fase y dos polos, el campo magnético alterna a la misma fre-





**Figura 7.37** Motor de inducción de tres fases



**Figura 7.38** Motor síncrono de tres fases

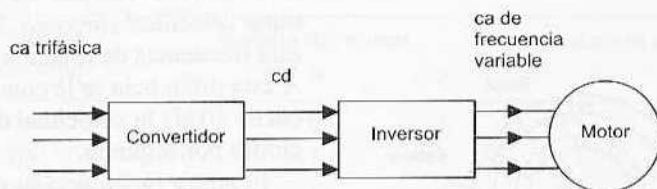
cuencia. A la velocidad de rotación del campo magnético se le denomina *velocidad síncrona*. En realidad el rotor nunca se acopla con esta frecuencia de rotación y, en general, la diferencia es de 1 a 3%. A esta diferencia se le conoce como *deslizamiento*. En una frecuencia de 50 Hz la velocidad de rotación del rotor es casi de 50 revoluciones por segundo.

El *motor de inducción trifásico* (figura 7.37) es similar al motor de inducción de una fase, sólo que tiene un estator con tres devanados separados  $120^\circ$ , cada uno conectado a una de las tres líneas de alimentación eléctrica. Como estas tres fases alcanzan sus corrientes máximas en diferentes momentos, se puede considerar que el campo magnético gira en torno a los polos del estator, completando una rotación durante un ciclo completo de la corriente. La rotación del campo es mucho más suave que en el motor monofásico. El motor trifásico tiene la gran ventaja sobre el monofásico de tener arranque automático. La dirección de rotación se invierte intercambiando alguna de las dos líneas de conexión, lo que provoca el cambio de la dirección de rotación del campo magnético.

Los *motores síncronos* tienen estatores similares a los descritos en los motores de inducción, pero el rotor es un imán permanente (figura 7.38). El campo magnético que produce el estator gira y el imán gira con él. Al tener un par de polos por fase de la alimentación eléctrica, el campo magnético gira  $360^\circ$  durante un ciclo de la alimentación, de manera que la frecuencia de rotación, en este caso, es igual a la frecuencia de la alimentación. Los motores síncronos se utilizan cuando se requiere una velocidad precisa. No son de arranque automático y algunos requieren de algún sistema de arranque.

Los motores de ca tienen la gran ventaja respecto de los motores de cd de ser más baratos, robustos, confiables y no necesitar mantenimiento. Sin embargo, el control de la velocidad es más complejo que en los motores de cd y, en consecuencia, un motor de cd con control de velocidad en general es más barato que uno de ca con control de velocidad, si bien es cierto que la diferencia en sus precios es cada vez menor, debido a los avances tecnológicos y a la disminución en el precio de los dispositivos de estado sólido. El control de la velocidad de los motores de ca se basa en el empleo de una fuente de frecuencia variable, dado que la velocidad de estos motores está definida por la frecuencia de la alimentación. El par de rotación que genera un motor de ca es constante cuando la relación entre el voltaje aplicado al estator y la frecuencia también es constante. Para mantener un par de rotación a las diferentes velocidades, cuando varía la frecuencia también es necesario variar el voltaje que se aplica al estator. Para ello, uno de los métodos consiste en rectificar primero la ca, convertirla a corriente de cd mediante un *convertidor*, y luego convertirla otra vez en ca, pero a la frecuencia deseada (figura 7.39). Otro método común para operar motores de baja velocidad es el *cicloconvertidor*. Éste convierte en forma directa la ca de una frecuencia en una ca con otra frecuencia, sin la conversión intermedia a cd.

Para mayores detalles sobre los motores de ca, se recomiendan obras como *Electric Machines and Drives* de J.D. Edwards (Macmi-

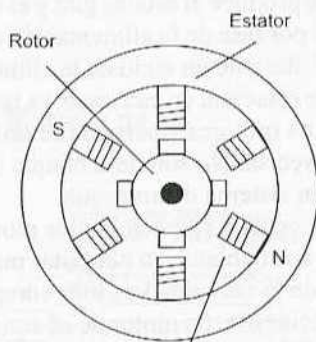


**Figura 7.39** Motor de ca de velocidad variable

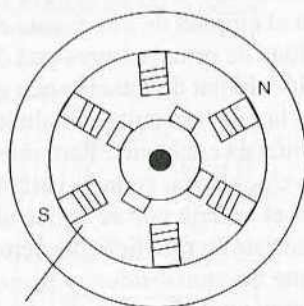
llan, 1991) o *Electrical Machines and Drive Systems* de C.B. Gray (Longman, 1989).

## 7.7 Motores paso a paso

El *motor paso a paso* es un dispositivo que produce una rotación en ángulos iguales, denominados *pasos*, por cada impulso digital que llega a su entrada. Por ejemplo, si en el caso de un motor un pulso produce un giro de  $6^\circ$ , entonces 60 pulsos producirán una rotación de  $360^\circ$ . Existen diversos tipos de motor paso a paso:



Este par de polos se energiza con una corriente que se suministra y el rotor gira a la posición que se muestra abajo



Este par de polos se energiza con una corriente que se suministra para producir el siguiente paso

### 1. Motor paso a paso de reluctancia variable

La figura 7.40 muestra la forma básica del motor paso a paso de reluctancia variable. En este caso el rotor es de acero dulce, cilíndrico y tiene cuatro polos, es decir, menos polos que en el estator. Cuando a un par de devanados, opuestos, llega corriente se produce un campo magnético cuyas líneas de fuerza pasan de los polos del estator a través del grupo de polos más cercano al rotor. Dado que las líneas de fuerza se pueden considerar como un hilo elástico, siempre tratando de acortarse, el rotor se moverá hasta que sus polos y los del estator queden alineados. A lo anterior se le conoce como posición de reluctancia mínima. Este tipo de movimiento paso a paso en general produce avances en ángulos de  $7.5^\circ$  o de  $15^\circ$ .

### 2. Motor paso a paso de imán permanente

La figura 7.41 ilustra la forma básica de un motor de *imán permanente*. El motor que se muestra tiene un estator con cuatro polos. Cada uno de ellos está enrollado a un devanado de campo y las bobinas en pares opuestos de polos están en serie. A través de interruptores una fuente de cd proporciona la corriente a los devanados. El rotor es un imán permanente, por lo que al conectar una corriente a uno de los pares de polos del estator, el rotor se desplaza hasta alinearse con él. En las corrientes que producen una situación como la que ilustra la figura, el rotor se desplaza hasta la posición de  $45^\circ$ . Si se conecta la corriente de manera que se inviertan las polaridades, el rotor se desplaza otros  $45^\circ$  y queda de nuevo alineado. Así, al conmutar las corrientes a través de los devanados, el rotor gira a pasos de  $45^\circ$ . En este motor los ángulos de avance paso a paso por lo general son de  $1.8^\circ$ ,  $7.5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $34^\circ$  o  $90^\circ$ .

**Figura 7.40** Motor paso a paso de reluctancia variable



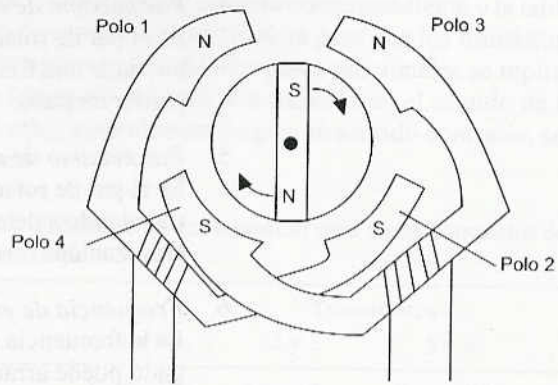


Figura 7.41 Motor paso a paso de imán permanente

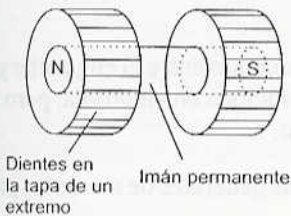


Figura 7.42 Rotor de motor híbrido

### 3. Motor paso a paso híbrido

Los motores paso a paso híbridos conjuntan las características de los motores de reluctancia variable y de imán permanente; cuentan con un imán permanente inserto en tapones de hierro dentados (figura 7.42). El rotor se coloca a sí mismo en la posición de reluctancia mínima cuando se energiza un par de devanados del estator. Ángulos de paso típicos son de  $0.9^\circ$  y  $1.8^\circ$ . Estos motores se usan mucho en aplicaciones que requieren un posicionamiento de alta precisión, por ejemplo, en las unidades de disco duro de las computadoras.

## 7.7.1 Especificaciones del motor paso a paso

Los siguientes son algunos de los términos más utilizados para especificar motores paso a paso:

### 1. Fase

Este término se refiere a la cantidad de devanados independientes del estator, por ejemplo, un motor de cuatro fases. La corriente requerida para cada fase, así como su resistencia e inductancia se especifican de manera que también se especifique la salida de conmutación del controlador. Los motores bifásicos, por ejemplo el de la figura 7.41, en general se utilizan en aplicaciones que no implican un uso pesado; los trifásicos por lo común son motores paso a paso de reluctancia variable, por ejemplo el de la figura 7.40; los motores de cuatro fases en general se usan en aplicaciones que requieren mucha potencia.

### 2. Ángulo de paso

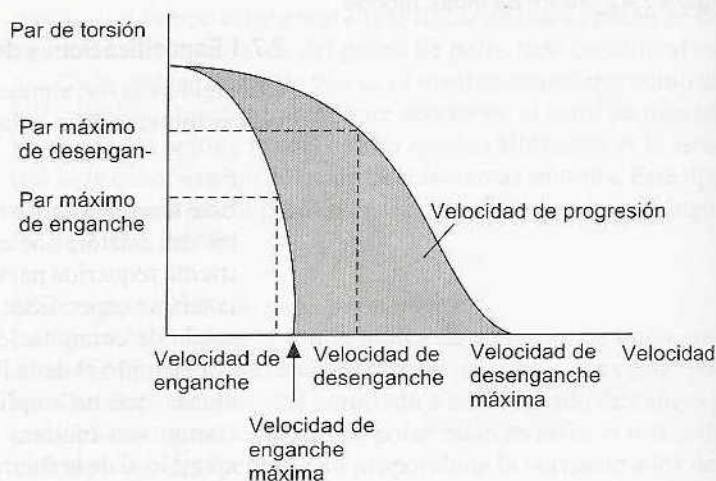
Se trata del ángulo que gira el rotor durante un cambio de estado en los devanados del estator.

### 3. Par de retención

Es el máximo par de rotación que se puede aplicar a un motor energizado sin modificar su posición de reposo y provocar la rotación del eje.

4. *Par máximo de enganche*  
Es el par de rotación máxima con el que puede arrancar un motor, dada una frecuencia de pulsos, y lograr la sincronización sin perder un paso.
5. *Par máximo de desenganche*  
Es el par de rotación máximo que es posible aplicar a un motor, trabajando a determinada frecuencia de pasos, sin perder su sincronización.
6. *Frecuencia de enganche*  
Es la frecuencia de conmutación máxima a la que un motor cargado puede arrancar sin perder un paso.
7. *Frecuencia de desenganche*  
Es la frecuencia de conmutación en la que un motor cargado puede mantener su sincronía conforme se reduce la frecuencia de conmutación.
8. *Velocidad de progresión*  
Es el rango de frecuencias de conmutación entre el enganche y el desenganche con el cual el motor funciona en sincronía, pero no puede ni arrancar ni invertir su giro.

La figura 7.43 muestra las características generales de un motor paso a paso.



**Figura 7.43** Características de un motor paso a paso

### 7.7.2 Control de un motor paso a paso

Para conmutar la alimentación eléctrica de cd entre los pares de devanados del estator se utiliza electrónica de estado sólido. Los motores bifásicos, por ejemplo el de la figura 7.41, se denominan *motores bipolares* si tienen cuatro cables para conectar señales que generen la secuencia de conmutación (figura 7.44). Estos motores se excitan mediante circuitos H (ver la figura 7.30 y la explicación respectiva);



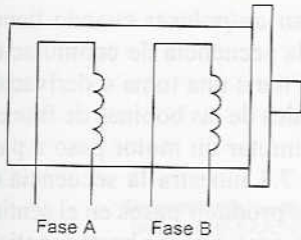


Figura 7.44 Motor bipolar

la figura 7.45 muestra el circuito correspondiente y la tabla 7.2, la secuencia de conmutación necesaria para que los transistores realicen los cuatro pasos; para obtener pasos adicionales se repite la secuencia. La secuencia produce una rotación en el sentido de las manecillas del reloj; para obtener un giro en sentido contrario, se invierte la secuencia.

**Tabla 7.2** Secuencia de conmutación para pasos completos de un motor paso a paso bipolar.

Paso	Transistores			
	1 y 4	2 y 3	5 y 8	6 y 7
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
3	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
4	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado

Para obtener la mitad de un paso, es decir, una resolución más fina, en vez de la secuencia de pasos completos que se usa para lograr una inversión de polos al ir de un paso al siguiente, las bobinas se conmutan de manera que el rotor se detenga a la mitad del siguiente paso completo. La tabla 7.3 muestra la secuencia para medios pasos utilizando un motor paso a paso bipolar.

**Tabla 7.3** Medios pasos de un motor paso a paso bipolar

Paso	Transistores			
	1 y 4	2 y 3	5 y 8	6 y 7
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Apagado
3	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
4	Apagado	Apagado	Apagado	Encendido
5	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
6	Apagado	Encendido	Apagado	Apagado
7	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado
8	Apagado	Apagado	Encendido	Apagado

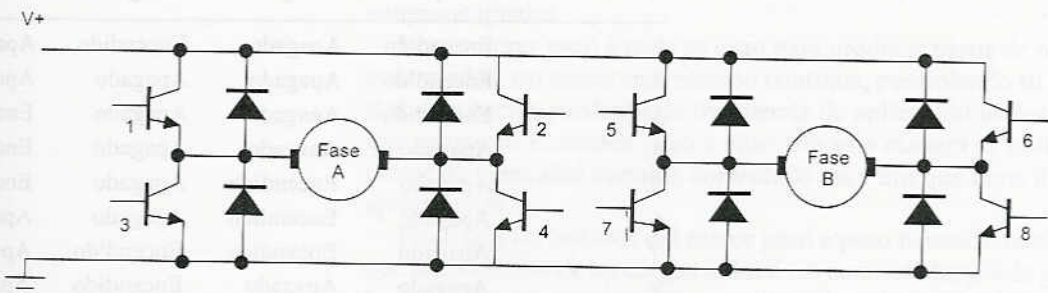


Figura 7.45 Circuito H

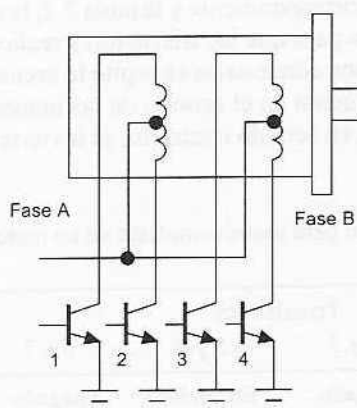


Figura 7.46 Motor unipolar

Los motores bifásicos se denominan *unipolares* cuando tienen seis cables de conexión para generar la secuencia de conmutación (figura 7.46). Cada una de las bobinas tiene una toma o derivación central. Cuando las derivaciones centrales de las bobinas de fase están conectadas entre sí, es posible conmutar un motor paso a paso con sólo cuatro transistores. La tabla 7.4 muestra la secuencia de conmutación de los transistores a fin de producir pasos en el sentido de las manecillas del reloj; para los siguientes pasos basta repetir la secuencia. Para un giro en sentido contrario a las manecillas del reloj la secuencia se invierte. La tabla 7.5 muestra la secuencia cuando el motor unipolar avanza medios pasos.

Existen circuitos integrados provistos de todos los elementos electrónicos para lograr la excitación. La figura 7.47 muestra las conexiones del circuito integrado SAA 1027 para un motor paso a paso de cuatro fases. Las tres entradas se controlan aplicándoles señales altas o bajas. Cuando la terminal para definir la configuración se mantiene a un valor alto, la salida del circuito integrado cambia su estado cada vez que la terminal de disparo pasa de un valor bajo a uno alto. La secuencia se repite a intervalos de cuatro pasos, aunque en cualquier momento es posible restablecer la condición a cero aplicando una señal baja a la terminal de disparo. Cuando la entrada de rotación se mantiene en un valor bajo se produce una rotación en el sentido de las manecillas del reloj; cuando se mantiene a un valor alto, la rotación se da en sentido inverso.

**Tabla 7.4** Secuencia de conmutación de un motor paso a paso unipolar avanzando pasos completos

Paso	Transistores			
	1	2	3	4
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
3	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
4	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado

**Tabla 7.5** Medios pasos de un motor paso a paso unipolar

Paso	Transistores			
	1	2	3	4
1	Encendido	Apagado	Encendido	Apagado
2	Encendido	Apagado	Apagado	Apagado
3	Encendido	Apagado	Apagado	Encendido
4	Apagado	Apagado	Apagado	Encendido
5	Apagado	Encendido	Apagado	Encendido
6	Apagado	Encendido	Apagado	Apagado
7	Apagado	Encendido	Encendido	Apagado
8	Apagado	Apagado	Encendido	Apagado



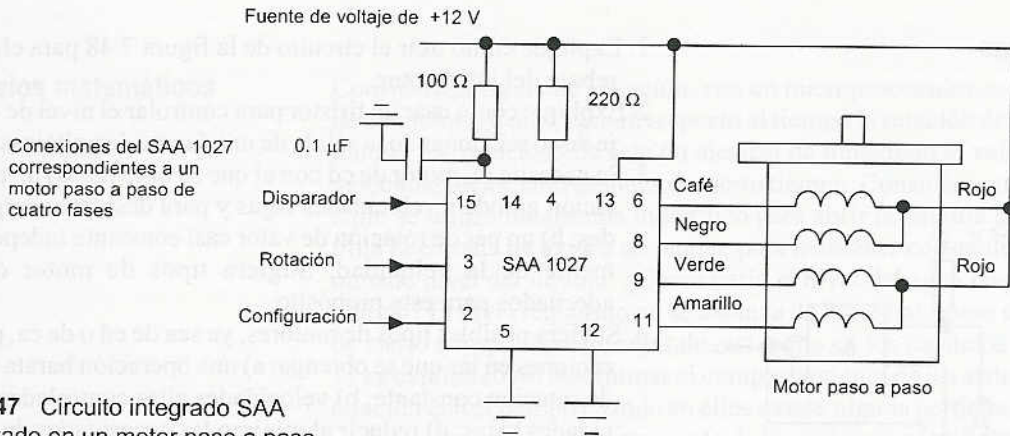
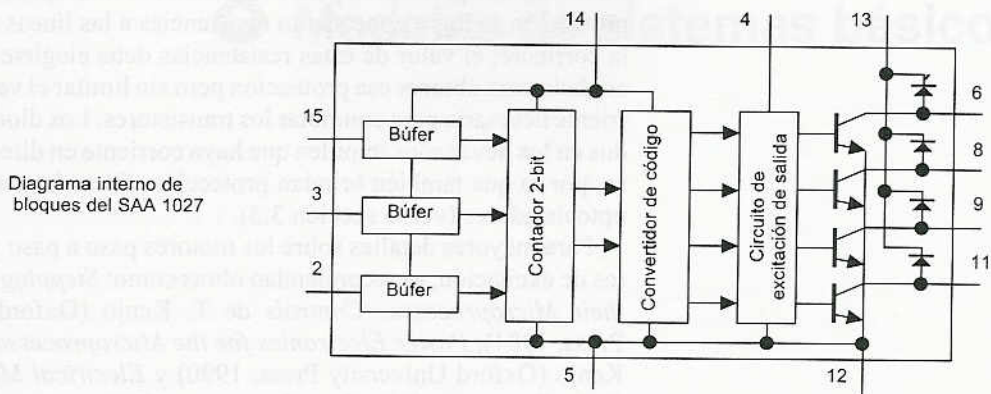


Figura 7.47 Circuito integrado SAA 1027 utilizado en un motor paso a paso

Algunas aplicaciones requieren ángulos de paso muy pequeños. Si bien para reducir el tamaño del ángulo de paso se aumenta la cantidad de dientes del rotor y/o la cantidad de fases, es común que no usen más de cuatro fases ni más de 50 a 100 dientes. En vez de ello, se utiliza una técnica de *mini pasos*, que consiste en dividir cada paso en cierta cantidad de subpasos de igual tamaño. Para ello se utilizan diferentes corrientes en los devanados, de manera que el rotor se desplace a posiciones intermedias entre las posiciones de un paso normal. Por ejemplo, es posible subdividir un paso de  $1.8^\circ$  en diez subpasos iguales.

Los motores paso a paso se usan para producir pasos de rotación controlados, así como una rotación continua, controlando su velocidad de rotación mediante la frecuencia de aplicación de los pulsos que provocan el avance paso a paso. De esta manera se obtiene un motor de velocidad variable controlado muy útil que tiene diversas aplicaciones.

Dado que las bobinas del motor paso a paso tienen inductancia y que la aplicación de las cargas inductivas conmutadas puede generar fuerzas contraelectromotrices considerables, al conectar los motores paso a paso a los puertos de salida de un microprocesador es necesari-

rio incluir una protección para evitar daños al microprocesador. Esta protección se logra conectando resistencias a las líneas para limitar la corriente; el valor de estas resistencias debe elegirse con mucho cuidado para obtener esa protección pero sin limitar el valor de la corriente necesaria para conmutar los transistores. Los diodos conectados en los devanados impiden que haya corriente en dirección inversa, por lo que también brindan protección. Otra alternativa son los optoaisladores (ver la sección 3.3).

Para mayores detalles sobre los motores paso a paso y sus circuitos de excitación, se recomiendan obras como: *Stepping Motors and their Microprocessor Controls* de T. Kenjo (Oxford University Press, 1984), *Power Electronics for the Microprocessor Age* de T. Kenjo (Oxford University Press, 1990) y *Electrical Machines and Drive Systems* de C.B. Gray (Longman, 1989).

## Problemas

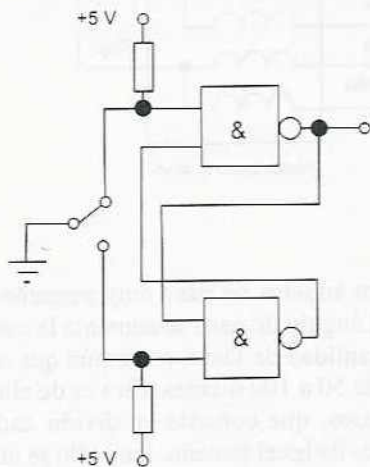


Figura 7.48 Problema 1

1. Explique cómo usar el circuito de la figura 7.48 para eliminar el rebote del interruptor.
2. Explique cómo usar un tiristor para controlar el nivel de un voltaje de cd seccionando la salida de una fuente de voltaje constante.
3. Se necesita un motor de cd con el que se obtenga: a) un par de rotación grande a velocidades bajas y para desplazar cargas grandes; b) un par de rotación de valor casi constante independientemente de la velocidad. Sugiera tipos de motor que sean adecuados para este propósito.
4. Sugiera posibles tipos de motores, ya sea de cd o de ca, para aplicaciones en las que se obtenga: a) una operación barata y con par de rotación constante; b) velocidades altas controladas; c) velocidades bajas; d) reducir al mínimo las necesidades de mantenimiento.
5. Explique el principio de un motor de imán permanente de cd sin escobillas.
6. Explique los principios de la operación del motor paso a paso de reluctancia variable.
7. Si el ángulo de paso de un motor paso a paso es de  $7.5^\circ$ , ¿cuál será la frecuencia de la entrada digital para obtener una rotación de 10 rev/s?



## 8 Modelos de sistemas básicos

### 8.1 Modelos matemáticos

Considere la siguiente situación: con un microprocesador se enciende un motor. ¿Cómo variará respecto al tiempo la rotación del eje del motor? La velocidad de éste no alcanza de inmediato el valor de la velocidad plena, sino después de cierto tiempo. Considere otra situación: se utiliza un sistema hidráulico para abrir la válvula que controla la entrada de agua a un tanque para mantener constante determinado nivel del líquido. ¿Cómo varía el nivel del agua respecto al tiempo? El nivel requerido no se alcanza de inmediato, sino después de cierto tiempo. En este capítulo, así como en los capítulos 9, 10 y 11 se explica cómo determinar el comportamiento de los sistemas en relación con el tiempo cuando en ellos existe alguna perturbación.

Para estudiar el comportamiento de los sistemas se utilizan *modelos matemáticos*, que se representan por ecuaciones, las cuales describen las relaciones entre la entrada y la salida de un sistema, y que también se aprovechan para predecir el comportamiento de un sistema en condiciones específicas. Las bases de estos modelos se obtienen de leyes físicas fundamentales que rigen el comportamiento de un sistema. En este capítulo se considerarán diversos sistemas, incluyendo los casos mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos.

Así como los niños arman casas, autos, grúas, etcétera, mediante bloques o piezas de juguetes educativos, los sistemas también pueden construirse con elementos básicos de construcción cada uno de los cuales posee una propiedad o función específica. Un ejemplo sencillo es el sistema de un circuito eléctrico, el cual se configura a partir de elementos básicos que representan el comportamiento de resistencias, capacitores e inductores. Se supone que el elemento básico resistivo tiene la propiedad de la resistencia; el capacitor, la de capacitancia y el inductor, la de inductancia. La combinación, en diversas formas, de estos elementos, permite construir diferentes sistemas de circuitos eléctricos, y así obtener las relaciones generales que rigen la entrada-salida del sistema con una adecuada combinación de las relaciones presentes en dichos elementos básicos. Los

sistemas que se construyen en esta forma se conocen como sistemas de *parámetros concentrados* debido a que cada parámetro, es decir, cada propiedad o función, se considera independiente.

Existen similitudes en el comportamiento de los elementos básicos utilizados en los sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos. En este capítulo se estudian los elementos básicos, y cómo combinarlos para obtener modelos matemáticos para describir sistemas físicos reales: en el capítulo 9 se presentan modelos más complejos.

Para un estudio más profundo del tema se pueden consultar obras como *Dynamic Modelling and Control of Engineering Systems* de J. Lowen Shearer y Bohdan T. Kulakowski (Macmillan, 1990) o *Modelling and Analysis of Dynamic Systems* de C. Frederick (Houghton Mifflin, 1993).

## 8.2 Elementos básicos de sistemas mecánicos

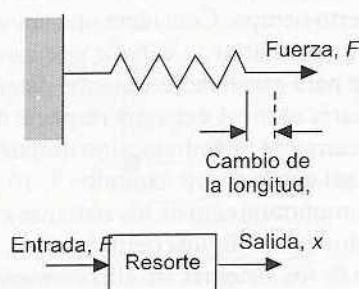


Figura 8.1 Resorte

Los elementos básicos que se utilizan para representar sistemas mecánicos son los resortes, amortiguadores y masas. Los *resortes* representan la rigidez del sistema; los *amortiguadores*, las fuerzas que se oponen al movimiento, es decir, los efectos de fricción o amortiguamiento, y las *masas*, la inercia o resistencia a la aceleración. En realidad el sistema mecánico no tiene que estar hecho de resortes, amortiguadores y masas, sino poseer las propiedades de rigidez, amortiguamiento e inercia. En estos elementos unitarios se puede considerar que la entrada es una fuerza, y la salida un desplazamiento.

La rigidez de un *resorte* se describe por la relación entre la fuerza  $F$ , que se usa para extender o comprimir dicho resorte, y la extensión o compresión  $x$  resultante (figura 8.1). En un resorte, donde la extensión o compresión es proporcional a la fuerza aplicada, por ejemplo un resorte lineal, se describe como:

$$F = kx$$

donde  $k$  es una constante. Cuanto mayor sea el valor de  $k$ , mayores serán también las fuerzas necesarias para estirar o comprimir el resorte y, por lo tanto, mayor su rigidez. El objeto que transmite la fuerza para estirar al resorte también experimenta la fuerza que causa el resorte estirado (tercera ley de Newton). Esta fuerza es de igual magnitud, pero dirección opuesta a la empleada para estirar el resorte, es decir,  $kx$ .

El elemento básico *amortiguador* representa el tipo de fuerzas que se originan cuando se intenta empujar un objeto a través de un fluido, o al desplazar un objeto en contra de fuerzas de fricción. Mientras más rápido se empuje al objeto, mayor será la magnitud de las fuerzas opositoras. Como diagrama, el amortiguador se representa por un pistón que se mueve en un cilindro cerrado (figura 8.2). Para que el pistón se mueva es necesario que el fluido de uno de los lados del pistón fluya a través, o hacia adelante, de éste. Este flujo produce una fuerza resistiva. En el caso ideal, la fuerza de amortiguamiento o resistiva,  $F$ , es proporcional a la velocidad,  $v$ , con la que se mueve el pistón, es decir:

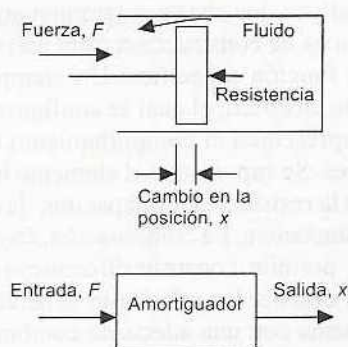


Figura 8.2 Amortiguador



$$F = cv$$

donde  $c$  es una constante. Mientras mayor sea el valor de  $c$ , mayor será la fuerza de amortiguamiento para una determinada velocidad. Dado que la velocidad es igual a la razón de cambio del desplazamiento  $x$  del pistón, entonces,  $v = dx/dt$ , y, por lo tanto:

$$F = c \frac{dx}{dt}$$

Es decir, la relación entre el desplazamiento  $x$  del pistón, o la salida, y la fuerza, que se considera la entrada del sistema, es una relación que depende de la razón de cambio de la salida.

El elemento básico *masa* (figura 8.3) tiene la propiedad de que cuanto mayor sea la masa, mayor será la fuerza necesaria para darle una aceleración específica. La relación entre la fuerza,  $F$ , y la aceleración,  $a$ , es  $F = ma$  (segunda ley de Newton), donde la constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración es la constante denominada masa,  $m$ . Teniendo en cuenta que la aceleración es igual a la razón de cambio de la velocidad, es decir,  $dv/dt$  y la velocidad,  $v$ , es igual a la razón de cambio del desplazamiento,  $x$ , es decir:  $v = dx/dt$ , entonces:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d(dx/dt)}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Para estirar el resorte es necesaria cierta energía, acelerar la masa y desplazar el pistón en el amortiguador. Sin embargo, en el resorte y la masa existe la posibilidad de recuperar dicha energía, aunque no así en el amortiguador. Al estirar el resorte, se almacena energía, la cual se libera al recuperar el resorte su longitud original. La energía almacenada cuando se produce una extensión a  $x$ , es igual a  $\frac{1}{2}kx^2$ , dado que  $F = kx$ , y se puede expresar de la siguiente manera:

$$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$$

La masa también almacena energía cuando se desplaza a una velocidad,  $v$ ; esta energía se conoce como energía cinética y se libera al terminar su desplazamiento.

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

Sin embargo, el amortiguador no almacena energía. Si no se ejerce una fuerza en su entrada, el amortiguador no regresa a su posición original. El amortiguador sólo disipa energía, no la almacena; la potencia disipada,  $P$ , depende de la velocidad,  $v$ , y se define por la expresión:

$$P = cv^2$$

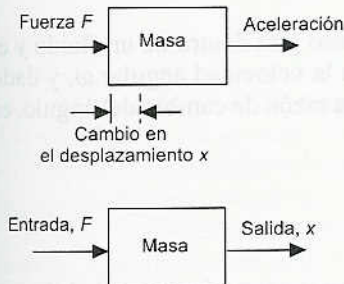


Figura 8.3 Masa

### 8.2.1 Sistemas rotacionales

El resorte, el amortiguador y la masa son los elementos básicos de los sistemas mecánicos donde se presentan fuerzas y desplazamientos en línea recta, es decir, desplazamientos traslacionales o sin rotación. Si existe una rotación, los elementos básicos equivalentes son el resorte de torsión, el amortiguador giratorio y el momento de inercia, es decir, la inercia de una masa con movimiento giratorio. Con estos elementos básicos la entrada es el torque y la salida el movimiento angular. Con un *resorte de torsión*, el desplazamiento angular  $\theta$  es proporcional al torque  $T$ , por lo tanto:

$$T = k\theta$$

En el *amortiguador giratorio* un disco gira dentro de un fluido y el torque resistivo  $T$  es proporcional a la velocidad angular  $\omega$ , y dado que la velocidad angular es igual a la razón de cambio del ángulo, es decir,  $d\theta/dt$ ,

$$T = c\omega = c \frac{d\theta}{dt}$$

El elemento básico *momento de inercia* tiene la propiedad de que mientras más grande sea el momento de inercia  $I$ , mayor será el torque requerido para producir una aceleración angular,  $a$ .

$$T = Ia$$

Por lo tanto, mientras la aceleración angular es igual a la razón de cambio de la velocidad angular, es decir  $d\omega/dt$ , y la velocidad angular es igual a la razón de cambio del desplazamiento angular, entonces:

$$T = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d(d\theta/dt)}{dt} = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

El resorte de torsión y la masa giratoria almacenan energía, mientras que el amortiguador giratorio sólo la disipa. La energía almacenada en un resorte de torsión cuando se desplaza a una posición  $\theta$  es igual a  $\frac{1}{2}k\theta^2$  y dado que  $T = k\theta$ , entonces se puede expresar como:

$$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$$

La energía almacenada en una masa que gira a una velocidad angular,  $\omega$ , es igual a la energía cinética  $E$ , donde:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

La potencia,  $P$ , disipada en un amortiguador giratorio cuando éste gira a una velocidad angular,  $\omega$ , es de:

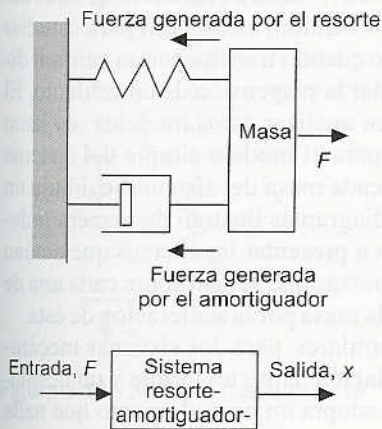
$$P = c\omega^2$$



La tabla 8.1 resume las ecuaciones que definen las características de los elementos básicos mecánicos cuando hay movimientos traslacionales, donde la entrada es una fuerza,  $F$ , y la salida es el desplazamiento,  $x$ ; en movimientos rotacionales la entrada es el torque,  $T$ , y la salida el desplazamiento angular,  $\theta$ .

**Tabla 8.1** Elementos básicos mecánicos

Elemento unitario	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
<i>Movimientos traslacionales</i>		
Resorte	$F = kx$	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$
Amortiguador	$F = c \frac{dx}{dt}$	$P = cv^2$
Masa	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$	$E = \frac{1}{2} mv^2$
<i>Movimientos rotacionales</i>		
Resorte	$T = k\theta$	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$
Amortiguador de rotación	$T = c \frac{d\theta}{dt}$	$P = c\omega^2$
Momento de inercia	$T = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$	$E = \frac{1}{2} I\omega^2$



**Figura 8.4** Sistema resorte-amortiguador-masa



**Figura 8.5** Diagrama de cuerpo libre

### 8.2.2 Modelado de sistemas mecánicos

Muchos sistemas se pueden considerar básicamente constituidos por una masa, un resorte y un amortiguador combinados de la manera mostrada en la figura 8.4. Para evaluar la relación que existe entre la fuerza y el desplazamiento del sistema se debe adoptar un procedimiento en el cual se considere solamente una masa y exclusivamente las fuerzas que actúen sobre ésta; al esquema anterior se le conoce como *diagrama de cuerpo libre* (figura 8.5). Cuando son varias las fuerzas que actúan simultáneamente en un cuerpo, la fuerza resultante o fuerza equivalente se determina mediante una suma vectorial. Si todas las fuerzas actúan en la misma línea, o en líneas paralelas entre sí, la fuerza resultante o fuerza neta aplicada al bloque es la suma algebraica de éstas. En el caso de la masa de la figura 8.4, si se considera solamente a las fuerzas que actúan sobre el bloque, la fuerza neta aplicada a la masa es la fuerza aplicada  $F$  menos la fuerza resultante del estiramiento o de la compresión del resorte, menos la fuerza del amortiguador.

Por lo tanto:

$$\text{Fuerza neta aplicada a la masa } m = F - kx - cv$$

donde  $v$  es la velocidad con la que se desplaza el pistón del amortiguador y, por lo tanto, se mueve la masa. Esta fuerza neta es la que se aplica a la masa para provocar su aceleración. Por lo tanto:

Fuerza neta aplicada a la masa =  $ma$

Entonces:

$$F - kx - c \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

o, reagrupando términos:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

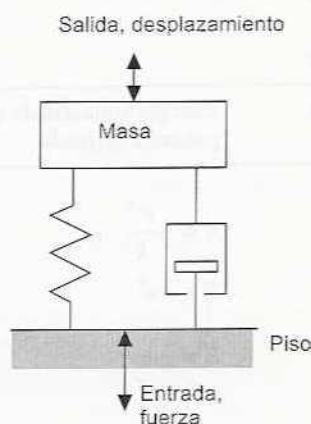


Figura 8.6 Modelo matemático de una máquina montada en el piso

Esta ecuación, conocida como *ecuación diferencial*, describe la relación entre la entrada dada por la fuerza,  $F$ , en el sistema y la salida del desplazamiento,  $x$ . Debido a que el término  $d^2x/dt^2$  es la derivada de mayor orden en la ecuación, se le conoce como ecuación diferencial de *segundo orden*; por lo tanto, las ecuaciones diferenciales de primer orden sólo tienen expresiones del tipo  $dx/dt$ .

Existen diversos sistemas que se pueden configurar a partir de combinaciones adecuadas de elementos básicos tales como resortes, amortiguadores y masas. La figura 8.6 muestra el modelo de una máquina montada en el piso, con base en la cual se pueden estudiar los efectos de las perturbaciones del piso en los movimientos de los soportes de una máquina. La figura 8.7 ilustra el modelo de una rueda y la suspensión de automóvil o camión, esto es útil para estudiar el comportamiento de un vehículo cuando transita por un camino difícil y servir como base para diseñar la suspensión de un vehículo. El procedimiento que se adopta para analizar estos modelos es justo el mismo que antes se presentó para el modelo simple del sistema masa-resorte-amortiguador. Por cada masa del sistema se dibuja un diagrama de cuerpo libre; estos diagramas ilustran de manera independiente cada masa y se limitan a presentar las fuerzas que actúan sobre ellas. La resultante de las fuerzas que actúan sobre cada una de las masas es igual al producto de la masa por la aceleración de ésta.

Es posible obtener modelos similares para los sistemas mecánicos rotatorios. Para evaluar la relación entre un torque y un desplazamiento angular del sistema se adopta un procedimiento que nada más considera una *masa giratoria*, y sólo los torques que actúan sobre dicho elemento. Cuando varios torques actúan sobre un cuerpo de manera simultánea, el torque resultante o equivalente se determina por una suma que considera la dirección de cada uno de ellos. En consecuencia, un sistema en el que se utiliza un torque para girar una masa en el extremo de un eje (figura 8.8 a), puede representarse por los elementos unitarios giratorios que muestra la figura 8.8 b; esta es una situación comparable a la que analiza la figura 8.4 para movimientos traslacionales. Por lo tanto, se obtiene una ecuación similar:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta = F$$

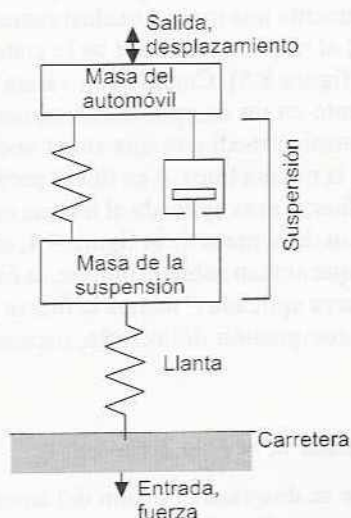
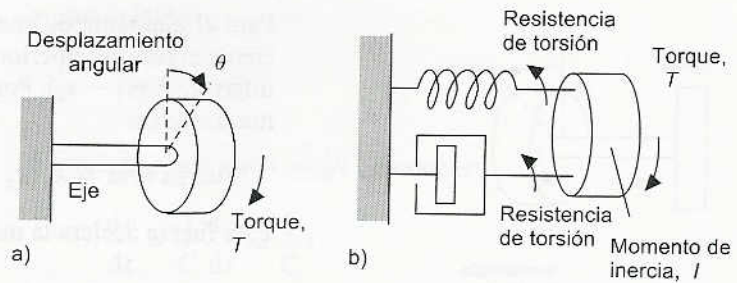


Figura 8.7 Modelo matemático de la suspensión de un automóvil



**Figura 8.8** Rotación de una masa en el extremo de un eje: a) situación física, b) construcción del modelo con elementos básicos



Para ilustrar lo anterior, considere el desarrollo de las ecuaciones en los siguientes ejemplos.

1. Obtenga la ecuación diferencial que describe la relación entre la entrada de la fuerza,  $F$ , y la salida representada por el desplazamiento  $x$  en el sistema mostrado en la figura 8.9.

La fuerza neta aplicada a la masa es igual a  $F$  menos las fuerzas de resistencia que producen cada uno de los resortes. Dado que éstas son  $k_1x$  y  $k_2x$ , entonces:

$$\text{Fuerza neta} = F - k_1x - k_2x$$

Puesto que la fuerza neta es la causa de la aceleración de la masa:

$$\text{Fuerza neta} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Por lo tanto:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + (k_1 + k_2)x = F$$

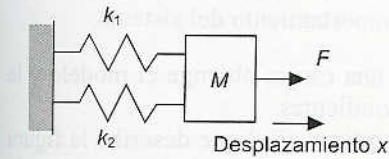
2. Obtenga la ecuación diferencial que describe el movimiento de la masa,  $m_1$ , de la figura 8.10 cuando se aplica una fuerza  $F$ .

Considere los diagramas de cuerpo libre (figura 8.11). Para la masa,  $m_2$ , existen dos fuerzas: la fuerza  $F$  y la que ejerce el resorte superior, el cual genera un estiramiento  $(x_2 - x_3)$ , por lo cual su fuerza es  $k_2(x_3 - x_2)$ . Por lo tanto, la fuerza neta que actúa sobre la masa es:

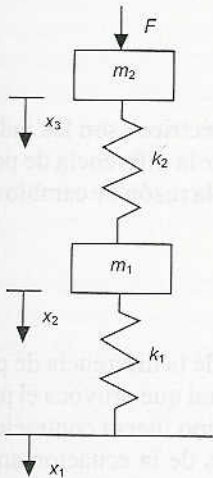
$$\text{Fuerza neta} = F - k_2(x_3 - x_2)$$

Esta fuerza acelerará la masa,  $m_2$ , por lo tanto:

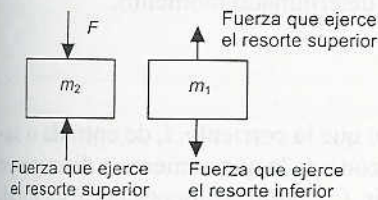
$$F - k_2(x_3 - x_2) = m_2 \frac{d^2x_3}{dt^2}$$



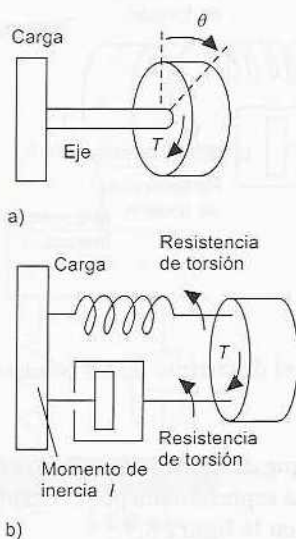
**Figura 8.9** Ejemplo 1



**Figura 8.10** Sistema masa-resorte



**Figura 8.11** Diagramas de cuerpo libre



**Figura 8.12** Sistema rotacional masa-resorte

Para el diagrama de cuerpo libre de la masa  $m_1$ , la fuerza que ejerce el resorte superior es  $k_2(x_3 - x_2)$  y la que ejerce el resorte inferior,  $k_1(x_1 - x_2)$ . Por lo tanto, la fuerza neta que actúa en la masa,  $m_1$ , es:

$$\text{Fuerza neta} = k_1(x_2 - x_1) - k_2(x_3 - x_2)$$

Esta fuerza acelera la masa  $m_1$ , por lo tanto:

$$k_1(x_2 - x_1) - k_2(x_3 - x_2) = m_1 \frac{d^2 x_2}{dt^2}$$

Es así que las dos ecuaciones diferenciales simultáneas de segundo orden describen el comportamiento del sistema.

3. Con un motor se hace girar una carga; obtenga el modelo y la ecuación diferencial correspondientes.

El modelo que se puede utilizar es el que describe la figura 8.12, que en esencia es lo mismo de la figura 8.8; por lo tanto, la ecuación diferencial es:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta = T$$

### 8.3 Elementos básicos de sistemas eléctricos

Los elementos básicos de los sistemas eléctricos son los inductores, capacitores y resistencias. En un *inductor* la diferencia de potencial,  $v$ , presente en todo momento depende de la razón de cambio de la corriente ( $di/dt$ ) que pasa por él, es decir:

$$v = L \frac{di}{dt}$$

donde  $L$  es la inductancia. La dirección de la diferencia de potencial es opuesta a la de la diferencia de potencial que provoca el paso de la corriente por el inductor, de aquí el término fuerza contraelectromotriz (f.c.e.m.). Al reordenar los términos de la ecuación anterior se obtiene:

$$i = \frac{1}{L} \int v dt$$

En un *capacitor*, la diferencia de potencial depende de la carga,  $q$ , de las placas del capacitor en determinado momento.

$$v = \frac{q}{C}$$

donde  $C$  es la capacitancia. Dado que la corriente,  $i$ , de entrada o salida del capacitor es igual a la razón con la que aumenta o disminuye la carga entre sus placas, es decir,  $i = dq/dt$ , entonces la carga total,  $q$ , de las placas está dada por la ecuación:

$$q = \int i dt$$



y, por lo tanto:

$$v = \frac{1}{C} \int i dt$$

Asimismo, dado que  $v = q/C$ , entonces:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i$$

y, en consecuencia:

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

En una *resistencia*, la diferencia de potencial,  $v$ , en un instante dado dependerá de la corriente,  $i$ , que circule por ella, es decir:

$$v = Ri$$

donde  $R$  es la resistencia.

Tanto el inductor como el capacitor almacenan energía que se puede liberar en cualquier momento; sin embargo, la resistencia no guarda energía sólo la disipa. La energía que almacena un inductor cuando hay una corriente,  $i$ , es:

$$E = \frac{1}{2} Li^2$$

La energía que almacena un capacitor cuando tiene una diferencia de potencial,  $v$ , es:

$$E = \frac{1}{2} Cv^2$$

La potencia,  $P$ , que disipa una resistencia cuando tiene una diferencia de potencial de  $v$  es:

$$P = iv = \frac{v^2}{R}$$

La tabla 8.2 resume las ecuaciones que definen las características de los elementos básicos de sistemas eléctricos cuando la entrada es una corriente  $i$  y la salida, una diferencia de potencial,  $v$ . Compárelas con las ecuaciones de la tabla 8.1 de los elementos unitarios de un sistema mecánico.

### 8.3.1 Obtención de modelos en sistemas eléctricos

Las ecuaciones que describen la combinación de los elementos básicos eléctricos son las *leyes de Kirchhoff*, las cuales pueden expresarse como:

**Tabla 8.2** Elementos básicos eléctricos

Elemento básico	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
Inductor	$i = \frac{1}{L} \int v dt$	$E = \frac{1}{2} Li^2$
Capacitor	$i = C \frac{dv}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C v^2$
Resistencia	$i = \frac{v}{R}$	$P = \frac{v^2}{R}$

1ª. ley: la corriente total que entra en un nodo es igual a la corriente total que sale de éste; es decir, la suma algebraica de las corrientes de un nodo es cero.

2ª. ley: en un circuito de lazo cerrado o malla, la suma algebraica de las diferencias de potencial de cada una de las partes del circuito es igual al voltaje aplicado o fuerza electromotriz (f.e.m.).

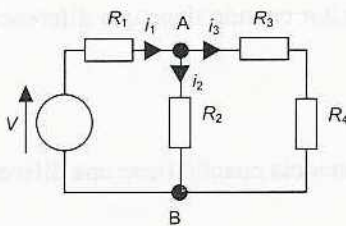
Una manera práctica de aplicar la primera ley es a través del *análisis de nodos*, ya que ésta se aplica a cada uno de los principales nodos de un circuito eléctrico; un nodo es un punto de conexión o unión de diferentes elementos básicos o elementos de circuito y un nodo principal es en el que confluyen tres o más ramas de un circuito. Para aplicar de manera práctica la segunda ley se utiliza el *análisis de mallas*, puesto que se aplica a cada una de las mallas del circuito eléctrico; una malla es una trayectoria o lazo cerrado que no contiene otra malla.

Para mostrar el empleo de estos dos métodos de análisis, considere el circuito de la figura 8.13, donde, todos los componentes son resistencias. Con base en el análisis de nodos, como nodo principal se elige el punto A de la figura, y el voltaje se designa como  $v_A$ , el cual está referido a otro nodo principal antes elegido como de referencia. Aquí conviene elegir al nodo B como dicho punto de referencia. Ahora procede considerar todas las corrientes que entran y salen del nodo A y, de acuerdo con la primera ley de Kirchhoff:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

La corriente que entra a través de  $R_1$  es  $i_1$  y dado que la diferencia de potencial en  $R_1$  es  $(v_A - v)$ , entonces  $i_1 R_1 = v_A - v$ . La corriente que pasa por  $R_2$  es  $i_2$  y puesto que la diferencia de potencial que hay en  $R_2$  es igual a  $v_A$ , entonces  $i_2 R_2 = v_A$ . La corriente  $i_3$  pasa por  $R_3$  en serie con  $R_4$ , por lo que en esta combinación hay una diferencia de potencial igual a  $v_A$ . En consecuencia,  $i_3(R_3 + R_4) = v_A$ . Al igualar las corrientes se obtiene:

$$\frac{v - v_A}{R_1} = \frac{v_A}{R_2} + \frac{v_A}{R_3 + R_4}$$

**Figura 8.13** Análisis de nodos



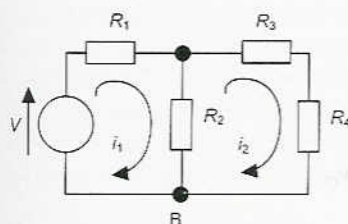


Figura 8.14 Análisis de malla

Para ejemplificar el uso del análisis de malla en el circuito de la figura 8.13 suponga que las corrientes que fluyen por cada malla son como las de la figura 8.14. A cada malla se aplica la segunda ley de Kirchhoff. En la primera malla, la corriente que pasa por  $R_1$  es  $i_1$  y por  $R_2$ ,  $(i_1 - i_2)$ , por lo tanto:

$$v = i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_2$$

De manera similar, en la segunda malla con corriente  $i_2$ , dado que no hay fuente de voltaje, se tiene:

$$0 = i_2 R_3 + i_2 R_4 + (i_2 - i_1) R_2$$

Tenemos así dos ecuaciones simultáneas que se pueden resolver para obtener las corrientes de las dos mallas y, por lo tanto, las corrientes de cada rama del circuito. En general, cuando la cantidad de nodos en un circuito es menor que la cantidad de mallas, es más fácil aplicar el análisis de nodos.

Considere ahora un sistema eléctrico sencillo con una resistencia y un capacitor conectados en serie, como muestra la figura 8.15. Al aplicar a esta malla la segunda ley de Kirchhoff se obtiene:

$$v = v_R + v_C$$

donde  $v_R$  es la diferencia de potencial en la resistencia y  $v_C$  la que hay en el capacitor. Dado que sólo hay una malla, la corriente  $i$  que pasa por todos los elementos del circuito es la misma. Si la salida del circuito es la diferencia de potencial en el capacitor,  $v_C$ , entonces, dado que  $v_R = iR$  y que  $i = C(dv_C/dt)$ , se obtiene:

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$

Esta ecuación indica la relación entre la salida,  $v_C$ , y la entrada,  $v$ , y representa una ecuación diferencial de primer orden.

La figura 8.16 muestra un circuito RLC. Al aplicar a la malla la segunda ley de Kirchhoff:

$$v = v_R + v_L + v_C$$

donde  $v_R$  es la diferencia de potencial en la resistencia,  $v_L$  la del inductor y  $v_C$  la del capacitor. Puesto que sólo hay una malla, la corriente,  $i$ , es la misma en todos los elementos del circuito. Si la salida del circuito es la diferencia de potencial en el capacitor,  $v_C$ , y dado que  $v_R = iR$  y  $v_L = L(di/dt)$ , entonces:

$$v = iR + L \frac{di}{dt} + v_C$$

Pero como  $i = C(dv_C/dt)$  y también:

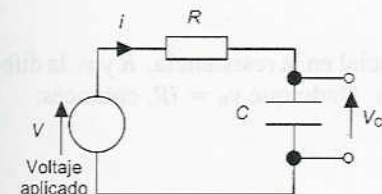


Figura 8.15 Circuito RC (resistencia-capacitancia)

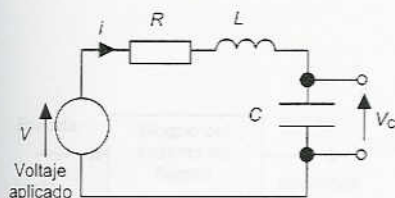
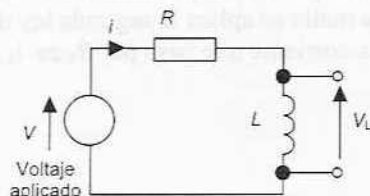


Figura 8.16 Circuito RLC (resistencia-inductancia-capacitancia)



**Figura 8.17** Circuito RL  
(resistencia-inductancia)

$$\frac{di}{dt} = C \frac{d(dv_C/dt)}{dt} = C \frac{d^2 v_C}{dt^2}$$

Por lo tanto:

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + LC \frac{d^2 v_C}{dt^2} + v_C$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden.

Para ilustrar lo anterior, considere la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial del inductor,  $v_L$ , y la entrada,  $v$ , en el circuito de la figura 8.17. Aplicando a la malla del circuito la segunda ley de Kirchhoff:

$$v = v_R + v_L$$

donde  $v_R$  es la diferencia de potencial en la resistencia,  $R$  y  $v_L$  la diferencia de potencial en el inductor. Dado que  $v_R = iR$ , entonces:

$$v = iR + v_L$$

Puesto que:

$$i = \frac{1}{L} \int v_L dt$$

la relación entre la entrada y la salida es:

$$v = \frac{R}{L} \int v_L dt + v_L$$

Otro ejemplo es el de la relación entre la salida, dada por la diferencia de potencial,  $v_C$ , en el capacitor y la entrada  $v$ , del circuito de la figura 8.18. Al aplicar el análisis de nodos, el nodo B se toma como nodo de referencia y el nodo A se considera con un potencial  $v_A$  respecto a B. Al aplicar la primera ley de Kirchhoff al nodo A se obtiene:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

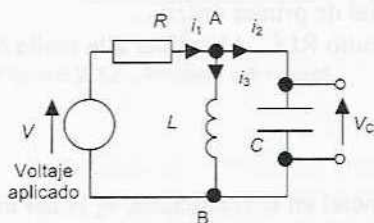
Pero:

$$i_1 = \frac{v - v_A}{R}$$

$$i_2 = \frac{1}{L} \int v_A dt$$

$$i_3 = C \frac{dv_A}{dt}$$

Por lo tanto:



**Figura 8.18** Circuito RCL  
(resistencia-capacitancia-inductancia)



$$\frac{v - v_A}{R} = \frac{1}{L} \int v_A dt + C \frac{dv_A}{dt}$$

Pero como  $v_C = v_A$ , entonces, reordenando términos:

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C + \frac{R}{L} \int v_C dt$$

Al utilizar el análisis de malla se obtendría el mismo resultado.

### 8.3.2 Analogías eléctricas y mecánicas

Los elementos básicos de los sistemas eléctricos y mecánicos presentan muchas similitudes. Por ejemplo, una resistencia eléctrica no acumula energía sino que la disipa con la corriente  $i = v/R$ , donde  $R$  es una constante y la potencia disipada,  $P$ , es  $P = v^2/R$ . La analogía mecánica de la resistencia es el amortiguador. Éste tampoco almacena energía; también la disipa y la fuerza,  $F$ , está relacionada con la velocidad,  $v$ , por  $F = cv$ , donde  $c$  es una constante y la potencia,  $P$ , disipada es  $P = cv^2$ . Los dos juegos de ecuaciones anteriores tienen una forma similar. Al compararlas y considerando la corriente análoga a la fuerza, la diferencia de potencial es análoga a la velocidad y la constante de amortiguamiento,  $c$ , es análoga a la inversa de la resistencia, es decir,  $(1/R)$ . Las analogías entre corriente y fuerza, diferencia de potencial y velocidad, también son válidas para otros elementos básicos, como el resorte de la inductancia y la masa de la capacitancia.

La analogía entre corriente y fuerza es la que más se utiliza; sin embargo, también existen otras analogías que se pueden deducir de la diferencia de potencial y la fuerza.

## 8.4 Elementos básicos en sistemas de fluidos

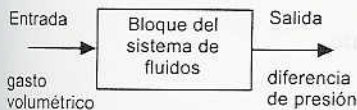


Figura 8.19 Elemento básico de un sistema de fluido

En los sistemas de fluidos hay tres elementos básicos que se pueden considerar los equivalentes de la resistencia eléctrica, la capacitancia y la inductancia. En estos sistemas (figura 8.19), la entrada, el equivalente de la corriente eléctrica, es el flujo volumétrico,  $q$ , y la salida, el equivalente de diferencia de potencial, es la diferencia de presión,  $(p_1 - p_2)$ . Se puede considerar que los sistemas de fluidos pertenecen a dos categorías: *hidráulicos*, donde el fluido es un líquido no compresible; y *neumáticos*, los cuales contienen gases compresibles que, por lo tanto, experimentan cambios de densidad.

La *resistencia hidráulica* es la que presenta un líquido cuando fluye a través de una válvula o debido a los cambios en el diámetro de la tubería (figura 8.20). La relación entre el gasto volumétrico de un líquido,  $q$ , que pasa por un elemento de resistencia, y la diferencia de presión resultante,  $(p_1 - p_2)$ , es:

$$p_1 - p_2 = Rq$$

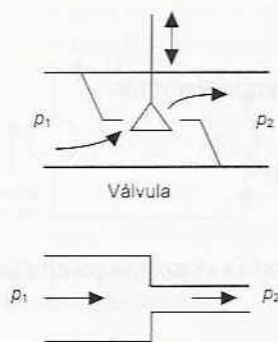


Figura 8.20 Ejemplos de resistencia hidráulica

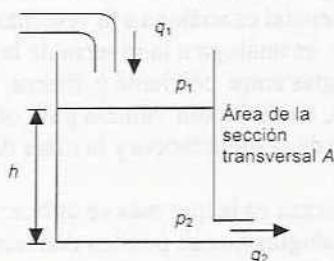


Figura 8.21 Capacitancia hidráulica

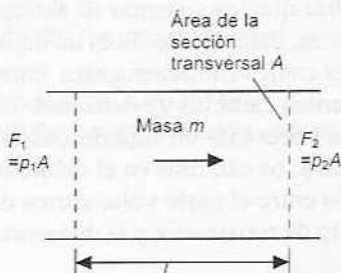


Figura 8.22 Inercia hidráulica

donde  $R$  es una constante denominada resistencia hidráulica. Mientras mayor sea la resistencia, mayor será la diferencia de presión para un flujo dado. Esta ecuación, al igual que la de la resistencia eléctrica de la ley de Ohm, supone una relación lineal. Estas resistencias lineales hidráulicas ocurren cuando hay un flujo ordenado a través de tubos capilares y tapones porosos; las resistencias no lineales resultan con flujos que pasan por orificios con bordes filosos o se tienen de flujos turbulentos.

*Capacitancia hidráulica* es el término que describe la energía almacenada en un líquido cuando éste se almacena en forma de energía potencial (figura 8.21); es decir, lo que se conoce como carga de agua, una modalidad de este almacenamiento de energía. En la capacitancia, la razón de cambio del volumen,  $V$ , del recipiente, es decir,  $dV/dt$ , es igual a la diferencia entre el flujo volumétrico de entrada al recipiente  $q_1$ , y el flujo de salida del mismo,  $q_2$ , es decir:

$$q_1 - q_2 = \frac{dV}{dt}$$

Pero  $V = Ah$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal del recipiente y  $h$ , la altura del líquido en el recipiente. Por lo tanto:

$$q_1 - q_2 = \frac{d(Ah)}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

Pero la diferencia de presión entre la entrada y la salida es  $p$ , donde  $p = h\rho g$ ;  $\rho$  es la densidad del líquido y  $g$  la aceleración de la gravedad. Por lo tanto, suponiendo que el líquido es incompresible, es decir, su densidad no cambia con la presión, entonces:

$$q_1 - q_2 = A \frac{d(p/\rho g)}{dt} = \frac{A}{\rho g} \frac{dp}{dt}$$

Si la capacitancia hidráulica  $C$  se define como:

$$C = \frac{A}{\rho g}$$

Entonces:

$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

Integrando esta ecuación se obtiene:

$$p = \frac{1}{C} \int (q_1 - q_2) dt$$

La *inercia hidráulica* es el equivalente de la inductancia en un sistema eléctrico o de un resorte en los sistemas mecánicos. Para acelerar un fluido y así aumentar su velocidad, se requiere una fuerza. Considere un bloque de masa líquida,  $m$  (figura 8.22). La fuerza neta que actúa sobre el líquido es:

$$F_1 - F_2 = p_1 A - p_2 A = (p_1 - p_2) A$$



donde  $(p_1 - p_2)$  es la diferencia de presión y  $A$  el área de la sección transversal. Esta fuerza neta acelera la masa con una aceleración  $a$ , y, por lo tanto:

$$(p_1 - p_2)A = ma$$

Pero  $a$  es la razón de cambio de la velocidad,  $dv/dt$  y, de este modo:

$$(p_1 - p_2)A = m \frac{dv}{dt}$$

La masa del líquido en cuestión tiene un volumen igual a  $AL$ , donde  $L$  es la longitud del bloque de líquido o la distancia entre los puntos del líquido en donde se midieron los valores de presión  $p_1$  y  $p_2$ . Si la densidad del líquido es  $\rho$ , entonces  $m = AL\rho$  y, por lo tanto:

$$(p_1 - p_2)A = AL\rho \frac{dv}{dt}$$

El gasto volumétrico es  $q = Av$ , entonces:

$$(p_1 - p_2)A = L\rho \frac{dq}{dt}$$

$$p_1 - p_2 = I \frac{dq}{dt}$$

donde la inercia hidráulica,  $I$ , se define como:

$$I = \frac{L\rho}{A}$$

En los *sistemas neumáticos* los tres elementos básicos son, al igual que los sistemas hidráulicos, la resistencia, la capacitancia y la inercia. Sin embargo, los gases difieren de los líquidos por su compresibilidad; es decir, un cambio de presión modifica el volumen y, por lo tanto, su densidad. La *resistencia neumática*,  $R$ , se define en función del gasto másico  $dm/dt$  (note que esta expresión con frecuencia se escribe como una  $m$  con un punto arriba para indicar que el símbolo se refiere al flujo másico, no sólo a la masa) y la diferencia de presión,  $(p_1 - p_2)$ , como:

$$p_1 - p_2 = R \frac{dm}{dt} = R\dot{m}$$

La *capacitancia neumática*,  $C$ , se debe a la compresibilidad del gas y es comparable a la forma en que la compresión de un resorte almacena energía. Si el flujo másico que entra a un recipiente cuyo volumen,  $V$ , es  $dm_1/dt$  y el flujo másico que sale de dicho recipiente es  $dm_2/dt$ , la razón de cambio de la masa del recipiente es  $(dm_1/dt - dm_2/dt)$ . Si la densidad del gas del recipiente es  $\rho$ , la razón de cambio de la masa del recipiente es:

$$\text{razón de cambio de la masa en el recipiente} = \frac{d(\rho V)}{dt}$$

Pero, dado que el gas es compresible, tanto  $\rho$  como  $V$  pueden variar respecto al tiempo. Por lo tanto:

$$\text{razón de cambio de la masa en el recipiente} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt}$$

Dado que  $(dV/dt) = (dV/dp)(dp/dt)$  y, en caso de un gas ideal,  $pV = mRT$ , entonces  $p = (m/V)RT = \rho RT$  y  $dp/dt = (1/RT)(dp/dt)$ , entonces:

$$\text{razón de cambio de la masa en el recipiente} = \rho \frac{dV}{dp} \frac{dp}{dt} + \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt}$$

donde  $R$  es la constante de gas y  $T$  la temperatura que se supone constante en la escala Kelvin; entonces:

$$\frac{dm_1}{dt} - \frac{dm_2}{dt} = \left( \rho \frac{dV}{dp} + \frac{V}{RT} \right) \frac{dp}{dt}$$

La capacitancia neumática que produce el cambio de volumen del recipiente  $C_1$  se define como:

$$C_1 = \rho \frac{dV}{dp}$$

y la capacitancia neumática debida a la compresibilidad del gas,  $C_2$ , es:

$$C_2 = \frac{V}{RT}$$

Por lo tanto:

$$\frac{dm_1}{dt} - \frac{dm_2}{dt} = (C_1 + C_2) \frac{dp}{dt}$$

o

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{C_1 + C_2} \int (\dot{m}_1 - \dot{m}_2) dt$$

La *inercia neumática* se debe a la caída de presión necesaria para acelerar un bloque de gas. De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza neta es  $ma = d(mv)/dt$ . Dado que la fuerza proviene de la diferencia de presión,  $(p_1 - p_2)$ , entonces, si  $A$  es el área transversal del bloque de gas que se acelera,

$$(p_1 - p_2)A = \frac{d(mv)}{dt}$$



Pero  $m$ , la masa del gas que se acelera, es  $\rho LA$ , donde  $\rho$  es la densidad del gas y  $L$  la longitud del bloque de gas que se está acelerando, pero el gasto volumétrico  $q = Av$ , donde  $v$  es la velocidad, se tiene:

$$mv = \rho LA \frac{q}{A} = \rho Lq$$

y:

$$(p_1 - p_2)A = L \frac{d(\rho q)}{dt}$$

Pero  $\dot{m} = \rho q$  y por lo tanto:

$$p_1 - p_2 = \frac{L}{A} \frac{d(\dot{m})}{dt}$$

$$p_1 - p_2 = I \frac{d(\dot{m})}{dt}$$

siendo la inercia neumática igual a:

$$I = \frac{L}{A}$$

La tabla 8.3 muestra las características de los elementos básicos, tanto hidráulicos como neumáticos.

**Tabla 8.3** Elementos básicos hidráulicos y neumáticos

Elemento básico	Ecuación que lo describe	Energía almacenada o potencia disipada
<i>Hidráulico</i>		
Inercia	$q = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$	$E = \frac{1}{2} I q^2$
Capacitancia	$q = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$
Resistencia	$q = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$
<i>Neumático</i>		
Inercia	$\dot{m} = \frac{1}{L} \int (p_1 - p_2) dt$	$E = \frac{1}{2} I \dot{m}^2$
Capacitancia	$\dot{m} = C \frac{d(p_1 - p_2)}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C (p_1 - p_2)^2$
Resistencia	$\dot{m} = \frac{p_1 - p_2}{R}$	$P = \frac{1}{R} (p_1 - p_2)^2$

El gasto volumétrico en los elementos hidráulicos y el gasto másico en los elementos neumáticos son análogos a la corriente eléctrica de un sistema eléctrico; asimismo, en ambos casos la diferencia de presión es análoga a la diferencia de potencial de los sistemas eléctricos. Compare la tabla 8.3 con la 8.2. Tanto la inercia como la

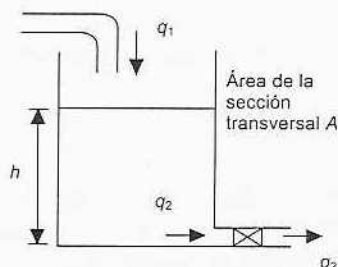


Figura 8.23 Sistema hidráulico

capacitancia hidráulica y neumática son elementos que almacenan energía, mientras que la resistencia hidráulica y neumática son disipadores de energía.

#### 8.4.1 Obtención de un modelo para sistemas de fluidos

La figura 8.23 ilustra un sistema hidráulico simple donde un líquido entra y sale de un recipiente. Se puede considerar que este sistema está compuesto de un capacitor, que es el líquido en el recipiente, y una resistencia, dada por la válvula. También se puede considerar que la inercia es despreciable, dado que los gastos cambian de manera muy lenta. Para el capacitor se puede escribir:

$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente,  $q_2$ , es igual a la que sale en la válvula. Por lo tanto, en caso de la resistencia:

$$p_1 - p_2 = Rq_2$$

La diferencia de presión,  $(p_1 - p_2)$ , es igual a la presión que produce la altura de líquido en el recipiente, es decir,  $h\rho g$ . De este modo,  $q_2 = h\rho g/R$ , por lo que, sustituyendo  $q_2$  en la primera ecuación se obtiene:

$$q_1 - \frac{h\rho g}{R} = C \frac{d(h\rho g)}{dt}$$

y dado que  $C = A/\rho g$ ,

$$q_1 = A \frac{dh}{dt} + \frac{\rho gh}{R}$$

Esta ecuación describe cómo la altura del líquido en el recipiente depende del gasto con el que el líquido entra al recipiente.

Un fuelle es un ejemplo de un sistema neumático sencillo (figura 8.24). El sistema está constituido por la resistencia, representada por la reducción del diámetro a la entrada del tubo, la cual genera una disminución en el gasto del flujo de gas, y la capacitancia, está representada por el mismo fuelle. Se considera que la inercia es despreciable, ya que el gasto cambia en forma muy lenta.

El gasto másico del tubo está dado por:

$$p_1 - p_2 = R\dot{m}$$

donde  $p_1$  es la presión antes de la reducción de diámetro y  $p_2$  es la presión después de ésta, es decir, la presión en el fuelle. El gas que entra al fuelle permanece allí, ya que no tiene salida. La capacitancia del fuelle está dada por la expresión:

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = (C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt}$$

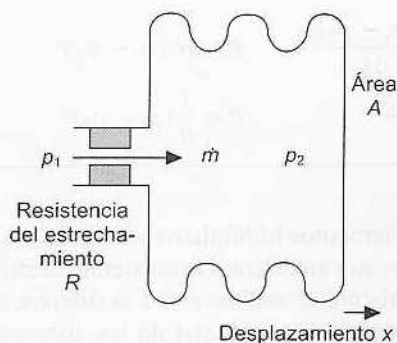


Figura 8.24 Sistema neumático



Teniendo en cuenta que el gasto másico que entra al fuelle se expresa por la ecuación de la resistencia y tomando en cuenta que la masa que sale del tubo es cero, entonces:

$$\frac{p_1 - p_2}{R} = (C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt}$$

Por lo tanto:

$$p_1 = R(C_1 + C_2) \frac{dp_2}{dt} + p_2$$

Esta ecuación describe cómo la presión en el tubo,  $p_2$ , varía respecto al tiempo cuando la entrada es una presión,  $p_1$ .

El fuelle se expande o contrae como resultado de los cambios de presión en su interior. Los fuelles son una forma de resorte, por lo que es posible afirmar que  $F = kx$ , donde  $F$  es la fuerza que causa una expansión o contracción,  $x$  es el desplazamiento producido y  $k$  la constante de resorte del fuelle. Dado que la fuerza,  $F$ , depende de la presión,  $p_2$ , es decir,  $p_2 = F/A$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal del fuelle, entonces  $p_2 A = F = kx$ . Por lo tanto, sustituyendo  $p_2$  en la ecuación anterior se obtiene lo siguiente:

$$p_1 = R(C_1 + C_2) \frac{k}{A} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{A} x$$

La anterior es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo la extensión o contracción del fuelle  $x$ , cambia en función del tiempo, cuando en la entrada hay una presión,  $p_1$ . La capacitancia neumática debida al cambio de volumen en el recipiente,  $C_1$ , es  $\rho dV/dp_2$  y, dado que  $V = Ax$ ,  $C_1$  es  $\rho A dx/dp_2$ . Pero en éste caso,  $p_2 A = kx$ , por lo tanto:

$$C_1 = \rho A \frac{dx}{d(kx/A)} = \frac{\rho A^2}{k}$$

$C_2$ , la capacitancia neumática debida a la compresibilidad del aire, es  $V/RT = Ax/RT$ .

El siguiente es un ejemplo de como modelar el sistema hidráulico mostrado en la figura 8.25; obtenga las relaciones que describen cómo el nivel del líquido en dos recipientes varía en función del tiempo. Considere que la inercia es despreciable.

El recipiente 1 es un capacitor y, por lo tanto:

$$q_1 - q_2 = C_1 \frac{dp}{dt}$$

donde  $p = h_1 \rho g$  y  $C_1 = A_1/\rho g$ , en consecuencia:

$$q_1 - q_2 = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

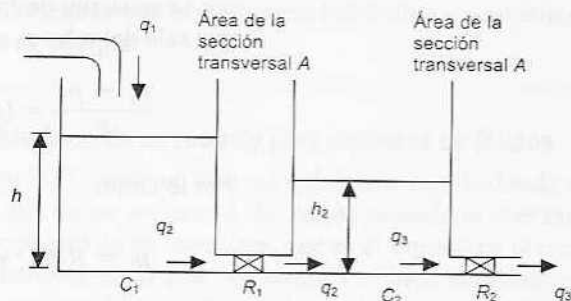


Figura 8.25 Sistema de fluido

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente,  $q_2$ , es igual a la que sale de la válvula,  $R_1$ . Por lo tanto, para la resistencia:

$$p_1 - p_2 = R_1 q_2$$

Las presiones son  $h_1 \rho g$  y  $h_2 \rho g$ , entonces:

$$(h_1 - h_2) \rho g = R_1 q_2$$

Con base en el valor de  $q_2$  de la ecuación anterior y sustituyéndolo en la ecuación que describe al capacitor,  $C_1$ , se obtiene:

$$q_1 - \frac{(h_1 - h_2) \rho g}{R_1} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

Esta ecuación describe cómo el nivel del líquido en el recipiente 1 depende del gasto del flujo de entrada.

Para el recipiente 2, se puede obtener un conjunto de ecuaciones similar. Así, para el capacitor  $C_2$ :

$$q_2 - q_3 = C_2 \frac{dp}{dt}$$

donde  $p = h_2 \rho g$  y  $C_2 = A_2 / \rho g$  y, por lo tanto:

$$q_2 - q_3 = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

La velocidad con la que el líquido sale del recipiente,  $q_3$ , es igual a la que sale de la válvula  $R_2$ . Por lo tanto, la resistencia  $R_2$  se puede describir como:

$$p_2 - 0 = R_2 q_3$$

Esto supone que el líquido sale a la atmósfera. Por lo tanto, despejando el valor  $q_3$  de la ecuación anterior y sustituyéndolo en la ecuación que describe al capacitor,  $C_2$ , se obtiene:



$$q_2 - \frac{h_2 \rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Sustituyendo el valor de  $q_2$  con el de la expresión derivada para el primer recipiente, se obtiene:

$$\frac{(h_1 - h_2) \rho g}{R_1} - \frac{h_2 \rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Esta ecuación describe cómo varía el nivel del líquido en el recipiente 2.

## 8.5 Elementos básicos de los sistemas térmicos

Los elementos básicos de los sistemas térmicos son dos: resistencia y capacitancia. Existe un flujo neto de calor entre dos puntos si entre ellos hay una diferencia de temperatura. El equivalente eléctrico de lo anterior es que sólo existe una corriente neta,  $i$ , entre dos puntos cuando existe una diferencia de potencial,  $v$ , entre ellos; la relación entre corriente y diferencia de potencial es  $i = v/R$ , donde  $R$  es la resistencia eléctrica entre ambos puntos. Con una relación similar se define la *resistencia térmica*,  $R$ . Si  $q$  es la velocidad del flujo calorífico y  $(T_1 - T_2)$  la diferencia de las temperaturas, entonces.

$$q = \frac{T_2 - T_1}{R}$$

El valor de la resistencia depende del modo de la transferencia calorífica. En una conducción a través de un sólido, y suponiendo una conducción unidireccional:

$$q = Ak \frac{T_1 - T_2}{L}$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal del material a través del cual se conduce calor,  $L$  la longitud del material entre los puntos correspondientes a las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ , y  $k$  la conductividad térmica. Por lo tanto, con este modo de transferencia de calor, se obtiene:

$$R = \frac{L}{Ak}$$

Cuando el modo de transferencia de calor es por convección, como con líquidos y gases, entonces:

$$q = Ah(T_2 - T_1)$$

donde  $A$  es el área de la superficie donde hay diferencia de temperatura y  $h$  el coeficiente de transferencia calorífica. Por lo tanto, con este modo de transferencia de calor, se obtiene:

$$R = \frac{1}{Ah}$$

La *capacitancia térmica* es la medida de almacenamiento de energía interna en un sistema. Por consiguiente, si la velocidad del flujo de calor en un sistema es  $q_1$ , y la velocidad del flujo de salida  $q_2$ , entonces:

$$\text{Relación de cambio de la energía interna} = q_1 - q_2$$

Un aumento de la energía interna implica un incremento de la temperatura. Por lo tanto:

$$\text{Cambio de energía interna} = mc \times \text{cambio de temperatura}$$

donde  $m$  es la masa y  $c$  el calor específico del material, además:

$$\text{Cambio de energía interna} = mc \times \text{razón de cambio de la temperatura}$$

Por lo tanto:

$$q_1 - q_2 = mc \frac{dT}{dt}$$

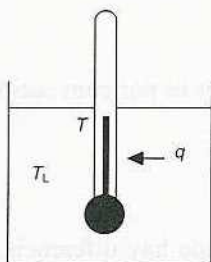
En donde  $dT/dt$  es la tasa de cambio de la temperatura. Esta ecuación se puede escribir como:

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

$C$  es la capacitancia térmica descrita como  $C = mc$ . La tabla 8.4 resume los elementos básicos térmicos.

**Tabla 8.4** Elementos básicos térmicos

Elemento básico	Ecuación que lo describe	Energía almacenada
Capacitancia	$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$	$E = CT$
Resistencia	$q = \frac{T_1 - T_2}{R}$	



**Figura 8.26** Sistema térmico

### 8.5.1 Obtención de modelos para sistemas térmicos

Considere un termómetro a temperatura  $T$  que se introduce en un líquido a una temperatura  $T_L$  (figura 8.26). Si  $R$  es la resistencia térmica que se opone al flujo calorífico del líquido del termómetro, entonces:

$$q = \frac{T_L - T}{R}$$



donde  $q$  es la razón neta de flujo calorífico del líquido al termómetro. La capacitancia térmica  $C$  del termómetro está dada por la ecuación:

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

Dado que sólo existe un flujo neto calorífico del líquido al termómetro,  $q_1 = q$  y  $q_2 = 0$ ; por lo tanto:

$$q = C \frac{dT}{dt}$$

Sustituyendo el valor de  $q$  en la ecuación anterior se obtiene:

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{T_L - T}{R}$$

Reordenando términos en esta ecuación se obtiene:

$$RC \frac{dT}{dt} + T = T_L$$

Esta es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo la temperatura que indica el termómetro,  $T$ , varía en función del tiempo al introducir el termómetro en un líquido caliente.

En el sistema térmico anterior los parámetros se consideraron como concentrados. Esto significa, por ejemplo, que tanto el termómetro como el líquido sólo tienen una temperatura, es decir, las temperaturas son función exclusiva del tiempo y no de la posición dentro de un cuerpo.

Para ilustrar lo anterior considere la figura 8.27, donde se muestra un sistema térmico que consiste en un calentador eléctrico el cual está dentro de una habitación. El calentador emite calor a razón de  $q_1$  y la habitación lo disipa a razón de  $q_2$ . Suponiendo que el aire de la habitación está a una temperatura uniforme,  $T$ , y que sus paredes no almacenan calor, deduzca la ecuación que describe cómo la temperatura de la habitación cambia respecto al tiempo:

Si el aire en la habitación tiene una capacidad térmica  $C$ , entonces:

$$q_1 - q_2 = C \frac{dT}{dt}$$

Si la temperatura en el interior de la habitación es  $T$  y la del exterior es  $T_0$ , entonces:

$$q_2 = \frac{T - T_0}{R}$$

donde  $R$  es la resistividad de los muros. Sustituyendo  $q_2$  en la primera ecuación se obtiene:

$$q_1 - \frac{T - T_0}{R} = C \frac{dT}{dt}$$

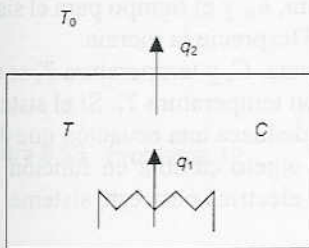


Figura 8.27 Sistema térmico

Por lo tanto:

$$RC \frac{dT}{dt} + T = Rq_1 + T_0$$

## Problemas

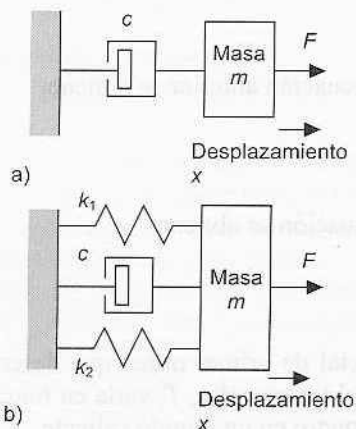


Figura 8.28 Problema 1

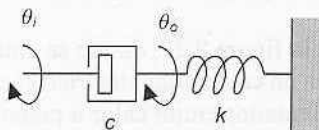


Figura 8.29 Problema 3

1. Deduzca una ecuación que relacione la fuerza  $F$ , de entrada, con la salida dada por el desplazamiento  $x$ , de los sistemas que describe la figura 8.28.
2. Proponga un modelo para la rueda metálica de un vagón de ferrocarril que se desliza sobre un riel metálico.
3. Deduzca una ecuación que relacione la entrada dada por un desplazamiento angular  $\theta_i$  y la salida representada por el desplazamiento angular  $\theta_o$  del sistema de rotación que ilustra la figura 8.29.
4. Proponga un modelo para un eje escalonado (es decir, uno que tiene un cambio súbito de diámetro) que se utiliza para girar una masa y deduzca una ecuación mediante la que relacione el par de rotación de entrada y la rotación angular. Puede considerar que el amortiguamiento es despreciable.
5. Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial en la resistencia,  $R$ , cuyo valor es  $v_R$  y la entrada,  $v$ , del circuito de la figura 8.30, donde hay una resistencia en serie con un capacitor.
6. Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial de la resistencia,  $R$ , la cual es  $v_R$ , y la entrada,  $v$ , del circuito en serie  $RLC$  de la figura 8.31.
7. Deduzca la relación entre la salida dada por la diferencia de potencial en el capacitor,  $C$ , la cual es  $v_C$ , y la entrada,  $v$ , del circuito de la figura 8.32.
8. Deduzca la relación entre la altura,  $h_2$ , y el tiempo para el sistema hidráulico de la figura 8.33. Desprecie la inercia.
9. Un objeto caliente, con capacitancia,  $C$ , y temperatura  $T$ , se enfría en una habitación amplia, con temperatura  $T_r$ . Si el sistema térmico tiene una resistencia,  $R$ , deduzca una ecuación que describa cómo la temperatura del objeto cambia en función del tiempo y proponga una analogía eléctrica para este sistema.

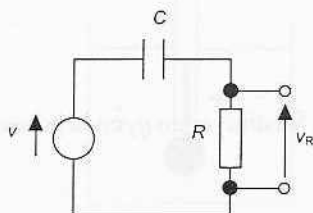


Figura 8.30 Problema 5

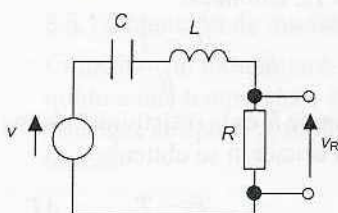


Figura 8.31 Problema 6

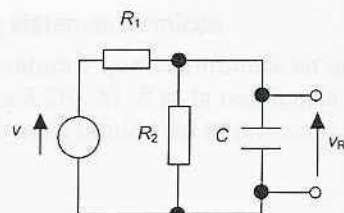


Figura 8.32 Problema 7



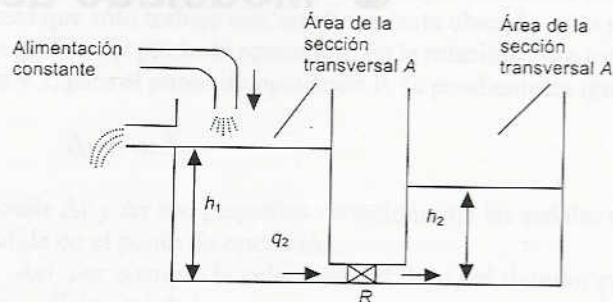


Figura 8.33 Problema 8

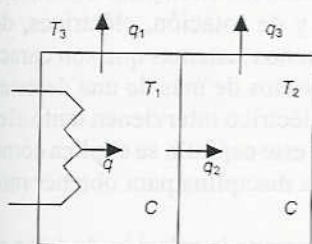


Figura 8.34 Problema 10

10. La figura 8.34 muestra un sistema térmico con dos compartimentos; uno de ellos contiene un calentador. Si la temperatura del compartimento del calentador es  $T_1$ , si la temperatura del otro es  $T_2$  y la temperatura alrededor de ambos es  $T_3$ , obtenga las ecuaciones que describan cómo las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$  varían respecto al tiempo. Todas las paredes de los recipientes tienen la misma resistencia y no almacenan calor; los dos recipientes tienen la misma capacidad  $C$ .
11. Deduzca la ecuación diferencial que relaciona la entrada dada por la presión,  $p$ , del diafragma del actuador (como en la figura 5.22) y el desplazamiento  $x$  del vástago.
12. Deduzca la ecuación diferencial de un motor que mueve una carga a través de un sistema de engranes (figura 8.35) relacionando el desplazamiento angular de la carga respecto al tiempo.

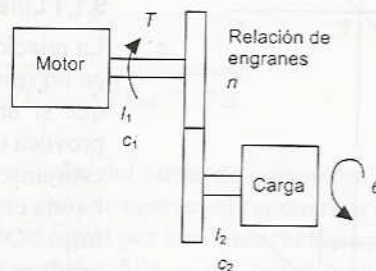


Figura 8.35 Problema 12

# 9 Modelado de sistemas

## 9.1 Sistemas en ingeniería

En el capítulo 8 se estudiaron por separado los elementos básicos de los sistemas mecánicos de traslación y de rotación, eléctricos, de fluidos y térmicos; sin embargo, en muchos sistemas que son característicos en ingeniería intervienen aspectos de más de una de estas disciplinas. Por ejemplo, en un motor eléctrico intervienen tanto elementos eléctricos como mecánicos. En este capítulo se explica cómo combinar los elementos básicos de una disciplina para obtener modelos de sistemas multidisciplinarios.

Al combinar los elementos se supone que la relación de éstos es lineal. A continuación se aborda el tema de linealidad y se explica porque si bien muchos elementos de ingeniería en realidad no son lineales, se puede suponer su comportamiento lineal recurriendo a una aproximación.

### 9.1.1 Linealidad

La relación entre la fuerza,  $F$ , y el estiramiento,  $x$ , que ésta provoca en un resorte ideal es lineal, y está dada por:  $F = kx$ . Esto significa que si una fuerza  $F_1$  produce un estiramiento  $x_1$  y la fuerza  $F_2$  provoca un estiramiento  $x_2$ , una fuerza igual a  $(F_1 + F_2)$  producirá un estiramiento  $(x_1 + x_2)$ . Esto se le llama *principio de superposición* y es una condición necesaria para que un sistema se considere *sistema lineal*. Otra condición para un sistema lineal es que si una entrada  $F_1$  produce un estiramiento  $x_1$ , entonces una entrada  $cF_1$  producirá una salida  $cx_1$ , en la cual  $c$  es un factor constante. La curva que resulta al graficar la fuerza  $F$  en función del estiramiento  $x$  es una línea recta, la cual pasa por el origen cuando la relación es lineal (figura 9.1a).

Los resortes reales, como muchos otros componentes reales, no son del todo lineales (figura 9.1b). Sin embargo, con frecuencia existe un rango de funcionamiento en el que se puede considerar lineal. Así para el resorte cuya gráfica es la de la figura 9.1b, se puede suponer una linealidad siempre que el resorte se utilice sólo en la parte central de la gráfica. En muchos componentes de sistemas es posible suponer la linealidad del funcionamiento dentro de un rango de valores de la variable en torno a cierto punto de operación dado.

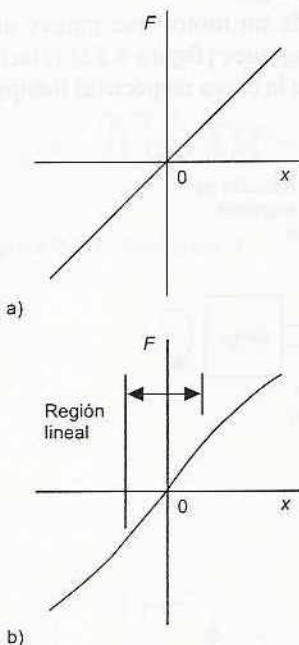


Figura 9.1 Resortes: a) ideal, b) real



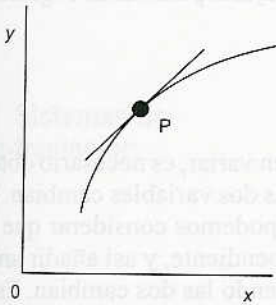


Figura 9.2 Relación no lineal

En algunos componentes de sistemas (figura 9.2) la relación es no lineal; para tales componentes lo mejor es obtener una relación lineal que sólo trabaje con una línea recta ubicada en la pendiente de la gráfica del punto de operación. En la relación entre  $y$  y  $x$  de la figura 9.2, para el punto de operación  $P$ , la pendiente es igual a  $m$ :

$$\Delta y = m \Delta x$$

donde  $\Delta y$  y  $\Delta x$  son pequeñas variaciones en las señales de entrada y salida en el punto de operación.

Así, por ejemplo la velocidad del flujo del líquido,  $q$ , a través de un orificio está dada por:

$$q = c_d A \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

donde  $c_d$  es una constante denominada coeficiente de descarga,  $A$  el área de la sección transversal del orificio,  $\rho$  la densidad del fluido y  $(p_1 - p_2)$  la diferencia de presión. Para un área de sección transversal y densidad constantes, la ecuación se reduce a:

$$q = C \sqrt{p_1 - p_2}$$

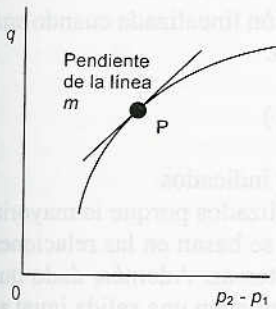


Figura 9.3 Flujo a través de un orificio

donde  $C$  es una constante. Ésta es una relación no lineal entre el gasto y la diferencia de presión. Se puede obtener una relación lineal considerando la línea recta que representa la pendiente en la gráfica de la relación gasto/diferencia de presión (figura 9.3). La pendiente  $m$  es  $dq/d(p_1 - p_2)$  y su valor es:

$$m = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{C}{2\sqrt{p_{o1} - p_{o2}}}$$

donde  $(p_{o1} - p_{o2})$  es el valor del punto de operación. Para variaciones ligeras en torno al punto de operación suponemos que es posible reemplazar la gráfica no lineal por una línea recta de pendiente  $m$ , y entonces afirmar que  $m = \Delta q / \Delta(p_1 - p_2)$ , por lo tanto:

$$\Delta q = m \Delta(p_1 - p_2)$$

De ahí que, si tuviéramos  $C = 2 \text{ m}^3/\text{s}$  por  $\text{kPa}$ , es decir,  $q = 2(p_1 - p_2)$ , entonces para un punto de operación de  $(p_1 - p_2) = 4 \text{ kPa}$ , con  $m = 2/(2\sqrt{4}) = 0.5$ , la versión linealizada de la ecuación sería:

$$\Delta q = 0.5 \Delta(p_1 - p_2)$$

En la explicación anterior se supuso que el flujo se produce a través de un orificio cuya sección transversal tiene un área constante, pero esto no es válido si el orificio es una válvula de control; en este

caso el área de la sección transversal se ajusta para variar el gasto. En esta situación:

$$q = CA\sqrt{p_1 - p_2}$$

Dado que tanto  $A$  como  $(p_1 - p_2)$  pueden variar, es necesario obtener la ecuación linealizada cuando una o las dos variables cambian. Con base en el principio de superposición podemos considerar que ambas variables cambian de manera independiente, y así añadir ambos resultados para obtener la ecuación cuando las dos cambian. Es decir, los cambios que se producen alrededor del punto de operación, la pendiente de una curva de  $q$  en función de  $A$  es:

$$m_1 = \frac{dq}{dA} = C\sqrt{p_{o1} - p_{o2}}$$

y, por lo tanto,  $\Delta q = m_1 \Delta A$ . El subíndice "o" indica que los valores son del punto de operación. En el caso de una curva de  $q$  en función de  $(p_1 - p_2)$ :

$$m_2 = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{CA_o}{2\sqrt{p_{o1} - p_{o2}}}$$

y, por eso,  $\Delta q = m_2 \Delta(p_1 - p_2)$ . La versión linealizada cuando ambas variables pueden variar es, por lo tanto:

$$\Delta q = m_1 \Delta A + m_2 \Delta(p_1 - p_2)$$

donde  $m_1$  y  $m_2$  tienen los valores antes indicados.

Se usan modelos matemáticos linealizados porque la mayoría de las técnicas de los sistemas de control se basan en las relaciones lineales de los elementos de dichos sistemas. Además, dado que la mayoría de los sistemas de control mantienen una salida igual a determinado valor de referencia y que las desviaciones de este valor en general son pequeñas, el modelo linealizado es muy adecuado.

Como ejemplo, considere un termistor para medir la temperatura en un sistema de control. La relación entre la resistencia,  $R$ , del termistor y su temperatura,  $T$ , está dada por:

$$R = k e^{-cT}$$

Esta ecuación se puede linealizar en torno al punto de operación  $T_o$ . La pendiente  $m$  de la gráfica de  $R$  en función de  $T$  en el punto de operación  $T_o$  está dada por  $dR/dT$ . De esta manera:

$$m = \frac{dR}{dT} = -k c e^{-cT_o}$$

Por lo tanto:



$$\Delta R = m \Delta T = (-kce^{-cT_o}) \Delta T$$

## 9.2 Sistemas de giro-traslación

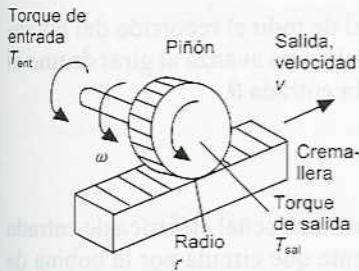


Figura 9.4 Piñón y cremallera

Existen diversos mecanismos para convertir un movimiento rotacional en uno traslacional y viceversa. Por ejemplo, piñón y cremallera, ejes y tornillo de avance, sistemas de cable y polea, etcétera.

Un ejemplo de cómo se pueden analizar estos sistemas es un sistema de piñón y cremallera (figura 9.4). El movimiento rotacional del piñón se transforma en un movimiento traslacional de la cremallera. Considere primero el piñón: el torque neto que actúa en él es  $(T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}})$ . Por lo tanto, al considerar el momento de inercia del elemento y suponiendo que el amortiguamiento es despreciable:

$$T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}} = I \frac{d\omega}{dt}$$

donde  $I$  es el momento de inercia del piñón y  $\omega$  su velocidad angular. La rotación del piñón produce la velocidad de traslación  $v$  de la cremallera. Si el piñón tiene un radio,  $r$ , entonces  $v = r\omega$ . Por lo tanto:

$$T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}} = \frac{I}{r} \frac{dv}{dt}$$

Ahora consideremos la cremallera. Existe una fuerza  $T/r$  que actúa en ésta producida por el piñón. Si la fuerza de fricción es  $cv$ , la fuerza neta es:

$$\frac{T_{\text{sal}}}{r} - cv = m \frac{dv}{dt}$$

Eliminando  $T_{\text{sal}}$  de las dos ecuaciones, se obtiene:

$$T_{\text{ent}} - rcv = \left( \frac{I}{r} + mr \right) \frac{dv}{dt}$$

por lo tanto:

$$\frac{dv}{dt} = \left( \frac{r}{I + mr^2} \right) (T_{\text{ent}} - rcv)$$

El resultado es una ecuación diferencial de primer orden que describe cómo están relacionadas la salida y la entrada.

## 9.3 Sistemas electromecánicos

Los dispositivos electromecánicos, como potenciómetros, motores y generadores, transforman señales eléctricas en movimientos rotacionales o viceversa. En esta sección se explica cómo deducir modelos para estos sistemas. Un potenciómetro tiene como entrada un movimiento rotacional y como salida una diferencia de potencial. Un motor eléctrico tiene como entrada una diferencia de potencial y como salida movimiento rotacional de su eje. Un generador tiene co-

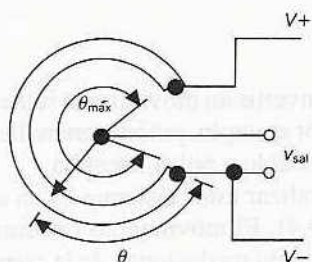


Figura 9.5 Potenciómetro rotacional

mo entrada el movimiento rotacional de su eje y como salida una diferencia de potencial.

### 9.3.1 Potenciómetro

El *potenciómetro rotacional* (figura 9.5) es un divisor de voltaje y, por lo tanto:

$$\frac{v_{sal}}{V} = \frac{\theta}{\theta_{máx}}$$

donde  $V$  es la diferencia de potencial de todo el recorrido del potenciómetro y  $\theta_{máx}$  es el ángulo total que la guía avanza al girar de uno al otro extremo. La salida es  $v_{sal}$  para la entrada  $\theta$ .

### 9.3.2 Motor de cd

El motor de cd se utiliza para convertir una señal eléctrica de entrada en una de salida mecánica; la corriente que circula por la bobina de la armadura del motor produce la rotación del eje, y con ésta, el giro de la carga (figura 9.6). En esencia el motor consiste de una bobina, la bobina de la armadura que puede girar libremente. Ésta se encuentra dentro del campo magnético producido por la corriente que circula en las bobinas de campo o por un imán permanente. Cuando una corriente,  $i_a$ , fluye por el devanado de la armadura entonces, dado que se encuentra en un campo magnético, sobre él actúan fuerzas que provocan que gire (figura 9.7). La fuerza,  $F$ , que actúa en un alambre de longitud,  $L$ , por el que circula una corriente,  $i_a$ , dentro de un campo magnético con densidad de flujo  $B$  perpendicular al alambre, está dada por la ecuación  $F = Bi_aL$ ; si los alambres son  $N$ , entonces  $F = Nbi_aL$ . Las fuerzas en los alambres de la bobina de la armadura producen un torque,  $T$ , donde  $T = Fb$ , siendo  $b$  el ancho de la bobina. Por lo tanto:

$$T = NBi_aLb$$

El torque resultante es proporcional a  $(Bi_a)$ ; los demás factores son constantes. Entonces:

$$T = k_1 Bi_a$$

Dado que la armadura es una bobina que gira en un campo magnético, en ella se induce un voltaje como resultado de la inducción electromagnética. Este voltaje tiene una dirección tal que se opone al cambio que lo produce y que se conoce como fuerza contraelectromotriz (f.c.e.m.). Esta f.c.e.m.,  $v_b$ , es proporcional a la velocidad de rotación de la armadura y al flujo asociado a la bobina dado por la densidad de flujo,  $B$ . Por lo tanto:

$$v_b = k_2 B \omega$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular del eje y  $k_2$  una constante.

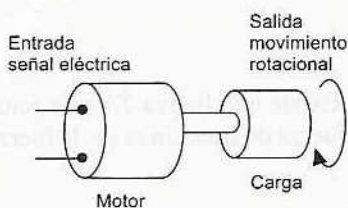


Figura 9.6 Motor moviendo una carga

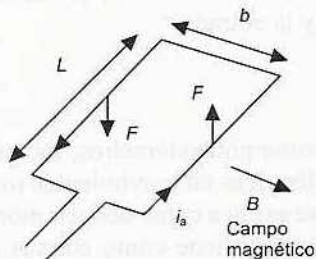


Figura 9.7 Un alambre de bobina de armadura



Suponga un motor de cd con una bobina de campo y una de armadura que se excitan por separado (ver la figura 7.22d, así como la explicación respectiva). En un *motor controlado por armadura* la corriente de campo,  $i_f$ , se mantiene constante y el motor se controla ajustando el voltaje de armadura,  $v_a$ . Una corriente de campo constante significa una densidad de flujo magnético constante,  $B$ , en la bobina de la armadura. Por lo tanto:

$$v_b = k_2 B \omega = k_3 \omega$$

donde  $k_3$  es una constante. Al circuito de armadura se le puede considerar como una resistencia,  $R_a$ , conectada en serie con una inductancia,  $L_a$  (figura 9.8). Si  $v_a$  es el voltaje aplicado al circuito de la armadura, entonces existe una fuerza contraelectromotriz que corresponde a  $v_b$ , y de esta manera se obtiene:

$$v_a - v_b = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

Esta ecuación se puede visualizar mediante un diagrama de bloques como muestra la figura 9.9a.

Figura 9.8 Circuitos de un motor de cd

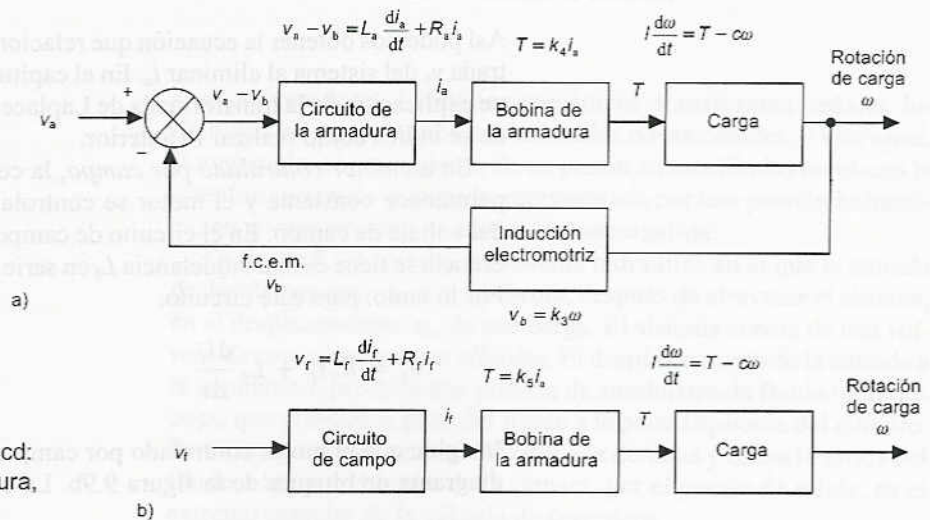
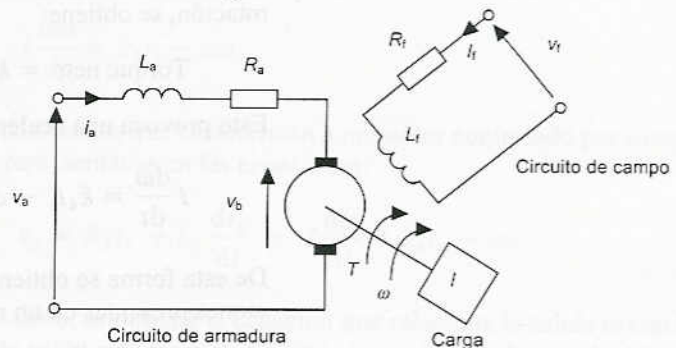


Figura 9.9 Motores de cd:  
a) controlado por armadura,  
b) controlado por campo

La entrada al motor es  $v_a$ , y a ésta se suma una señal de retroalimentación de la fuerza contraelectromotriz  $v_b$  para dar una señal de error que es la entrada del circuito de la armadura. La ecuación anterior describe la relación entre la entrada de la señal de error en la bobina de la armadura y la salida de la corriente de la armadura,  $i_a$ . Sustituyendo  $v_b$  se obtiene:

$$v_a - k_3\omega = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

La corriente,  $i_a$ , de la armadura produce un torque,  $T$ . Entonces, en el motor controlado por armadura,  $B$  es constante, entonces:

$$T = k_1 B i_a = k_4 i_a$$

donde  $k_4$  es una constante. Este torque se convierte en la entrada de la carga. El torque neto que actúa sobre la carga es:

$$\text{Torque neto} = T - \text{torque de amortiguamiento}$$

El torque de amortiguamiento es  $c\omega$ , donde  $c$  es una constante. Por lo tanto, si se desprecian los efectos de resortes torsionales del eje de rotación, se obtiene:

$$\text{Torque neto} = k_4 i_a - c\omega$$

Esto provoca una aceleración angular  $d\omega/dt$ , por lo tanto:

$$I \frac{d\omega}{dt} = k_4 i_a - c\omega$$

De esta forma se obtienen dos ecuaciones que describen las condiciones presentes en un motor controlado por armadura, es decir:

$$v_a - k_3\omega = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a \quad \text{y} \quad I \frac{d\omega}{dt} = k_4 i_a - c\omega$$

Así podemos obtener la ecuación que relaciona la salida  $\omega$  con la entrada  $v_a$  del sistema al eliminar  $i_a$ . En el capítulo 10 consulte una breve explicación de la transformada de Laplace, o en el apéndice, donde se indica cómo realizar lo anterior.

En un *motor controlado por campo*, la corriente de la armadura permanece constante y el motor se controla mediante la variación del voltaje de campo. En el circuito de campo (figura 9.8), lo que en esencia se tiene es una inductancia  $L_f$  en serie con una resistencia,  $R_f$ . Por lo tanto, para este circuito:

$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

Imagine que el motor controlado por campo es el que representa el diagrama de bloques de la figura 9.9b. La entrada al sistema es  $v_f$ ,



que el circuito de campo convierte en una corriente  $i_f$ , la relación entre  $v_f$  e  $i_f$  está dada por la ecuación anterior. Esta corriente produce un campo magnético y, en consecuencia, un torque que actúa en la bobina de la armadura descrita como  $T = k_1 B i_a$ . Pero la densidad de flujo,  $B$ , es proporcional a la corriente de campo,  $i_f$ , y como  $i_a$  es constante, se tiene:

$$T = k_1 B i_a = k_5 i_f$$

donde  $k_5$  es una constante. La carga del sistema convierte al torque de salida en una velocidad angular  $\omega$ . Al igual que antes, el torque neto que actúa sobre la carga es:

$$\text{Torque neto} = T - \text{torque de amortiguamiento}$$

El amortiguamiento torsional es  $c\omega$ , donde  $c$  es una constante. Por lo tanto, si los efectos de los resortes torsionales del eje son despreciables, se tiene:

$$\text{Torque neto} = k_5 i_f - c\omega$$

Esto provocará una aceleración angular de  $d\omega/dt$ , y por lo tanto:

$$I \frac{d\omega}{dt} = k_5 i_f - c\omega$$

Las condiciones que caracterizan a un motor controlado por campo están representadas en las ecuaciones:

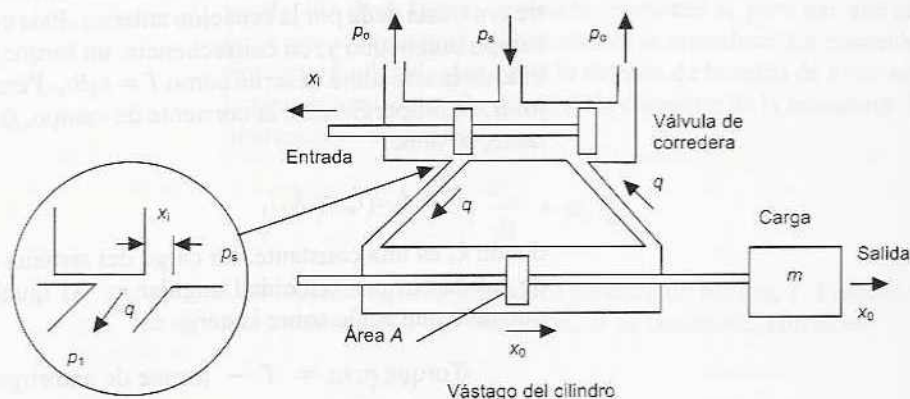
$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad \text{y} \quad I \frac{d\omega}{dt} = k_5 i_f - c\omega$$

Por lo tanto, se obtiene la ecuación que relaciona la salida  $\omega$  con la entrada  $v_f$  del sistema al eliminar  $i_f$ . Consulte en el capítulo 10 una breve explicación sobre la transformada de Laplace, o en el apéndice, donde se indica cómo realizar lo anterior.

## 9.4 Sistemas hidráulico-mecánicos

Los convertidores hidráulico-mecánicos transforman señales hidráulicas en movimientos traslacionales o rotacionales, y viceversa. Por ejemplo, el movimiento de un pistón en un cilindro involucra la transformación de la entrada, representada por una presión hidráulica, en un movimiento de traslación como salida.

La figura 9.10 muestra un sistema hidráulico en el que la entrada de desplazamiento  $x_i$ , se transforma, después de atravesar el sistema, en el desplazamiento  $x_o$ , de una carga. El sistema consta de una *válvula de corredera* y de un *cilindro*. El desplazamiento de la entrada a la izquierda  $x_i$  produce una presión de suministro de fluido hidráulico  $p_s$ , que provoca el paso del fluido a la parte izquierda del cilindro. Esto empuja al vástago del cilindro a la derecha y causa la salida del fluido a la parte derecha de la cámara, por el puerto de salida, en el extremo derecho de la válvula de corredera.



**Figura 9.10** Sistema hidráulico y carga

El gasto del fluido que entra y sale de la cámara depende de que tanto el movimiento de entrada haya descubierto los puertos para permitir la entrada o salida del fluido de la válvula de corredera. Cuando el desplazamiento de entrada,  $x_i$ , es a la derecha, la válvula de corredera permite que el fluido pase al extremo derecho del cilindro y, de esta manera, provoca el movimiento del pistón a la izquierda.

El gasto del fluido,  $q$ , que pasa por un orificio, siendo estos los que vienen a ser los puertos de la válvula de corredera, es una relación no lineal (ver la sección 9.1.1), dependiendo de la diferencia de presión entre los dos lados del orificio y de su área transversal  $A$ . No obstante, es posible utilizar una versión linealizada de la ecuación (en la sección 9.1.1 consulte la deducción respectiva).

$$\Delta q = m_1 \Delta A + m_2 \Delta(\text{diferencia de presión})$$

donde  $m_1$  y  $m_2$  son constantes en el punto de operación. La diferencia de presión del fluido cuando entra en la cámara es  $(p_s - p_1)$  y cuando sale,  $(p_2 - p_0)$ . Si el punto de operación en torno al cual se considera a la ecuación como lineal se toma como el punto en el que la válvula de corredera está en su posición central y los puertos que conectan a ésta con el cilindro están ambos cerrados,  $q$  es cero y, por lo tanto,  $\Delta q = q$ ,  $A$  es proporcional a  $x_s$ , suponiendo que  $x_s$  se mide a partir de su posición central, y el cambio de presión en el lado de entrada del pistón es  $-\Delta p_1$  referida a  $p_s$ , y en el lado de salida  $\Delta p_2$  referida a  $p_0$ . Por lo tanto, la ecuación correspondiente al puerto de entrada es:

$$q = m_1 x_i + m_2 (-\Delta p_1)$$

y para el puerto de salida es:

$$q = m_1 x_i + m_2 \Delta p_2$$



Sumando ambas ecuaciones se obtiene:

$$2q = 2m_1 x_i - m_2 (\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

$$q = m_1 x_i - m_3 (\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

donde  $m_3 = m_2/2$ .

Para el cilindro, la variación en el volumen del fluido que entra en la parte izquierda de la cámara, o que sale por el lado derecho, cuando el pistón se desplaza una distancia,  $x_o$ , es  $Ax_o$ , donde  $A$  es el área de la sección transversal del pistón. Por lo tanto, la tasa de variación del volumen es  $A(dx_o/dt)$ . La tasa de entrada del fluido en la parte izquierda del cilindro es  $q$ . Sin embargo, dado que cierta cantidad de fluido que se fuga de un lado del pistón pasa al otro:

$$q = A \frac{dx_o}{dt} + q_L$$

donde  $q_L$  es la tasa de la fuga. Sustituyendo  $q$ , se obtiene:

$$m_1 x_i - m_3 (\Delta p_1 - \Delta p_2) = A \frac{dx_o}{dt} + q_L$$

La tasa de la fuga de fluido,  $q_L$ , es un flujo que pasa por un orificio, es decir, el espacio entre el vástago y el cilindro. El orificio tiene una sección transversal constante y una diferencia de presión de  $(\Delta p_1 - \Delta p_2)$ . Por lo tanto, al emplear la ecuación linealizada en este tipo de flujo:

$$q_L = m_4 (\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

Y, usando esta ecuación para substituir  $q_L$ :

$$m_1 x_i - m_3 (\Delta p_1 - \Delta p_2) = A \frac{dx_o}{dt} + m_4 (\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

$$m_1 x_i - (m_3 + m_4) (\Delta p_1 - \Delta p_2) = A \frac{dx_o}{dt}$$

La diferencia de presión en el pistón se produce como resultado de la fuerza que se ejerce en la carga, siendo dicha fuerza igual a  $(\Delta p_1 - \Delta p_2)A$ . También existe un movimiento amortiguador, es decir, de fricción, debido a la masa. Éste es proporcional a la velocidad de la masa, es decir,  $(dx_o/dt)$ . Por lo tanto, la fuerza neta que se ejerce sobre la carga es:

$$\text{Fuerza neta} = (\Delta p_1 - \Delta p_2)A - c \frac{dx_o}{dt}$$

Esta fuerza neta causa la aceleración de la masa, y como la aceleración es  $(d^2x_o/dt^2)$ , entonces:

$$m \frac{d^2x_o}{dt^2} = (\Delta p_1 - \Delta p_2)A - c \frac{dx_o}{dt}$$

Reordenando la ecuación se obtiene:

$$\Delta p_1 - \Delta p_2 = \frac{m}{A} \frac{d^2 x_o}{dt^2} + \frac{c}{A} \frac{dx_o}{dt}$$

Usando esta ecuación para substituir las diferencias de presión en la ecuación anterior:

$$m_1 x_i - (m_3 + m_4) \left( \frac{m}{A} \frac{d^2 x_o}{dt^2} + \frac{c}{A} \frac{dx_o}{dt} \right) = A \frac{dx_o}{dt}$$

Reordenando se obtiene:

$$\frac{(m_3 + m_4)m}{A} \frac{d^2 x_o}{dt^2} + \left( A + \frac{c(m_3 + m_4)}{A} \right) \frac{dx_o}{dt} = m_1 x_i$$

y reordenando esta ecuación se obtiene:

$$\frac{(m_3 + m_4)m}{A^2 + c(m_3 + m_4)} \frac{d^2 x_o}{dt^2} + \frac{dx_o}{dt} = \frac{Am_1}{A^2 + c(m_3 + m_4)} x_i$$

Para simplificar esta ecuación se utilizan dos constantes,  $k$  y  $\tau$ , esta última se conoce como constante de tiempo (ver el capítulo 10). Por lo tanto:

$$\tau \frac{d^2 x_o}{dt^2} + \frac{dx_o}{dt} = k x_i$$

Entonces, la relación entre la entrada y la salida se representa por una ecuación diferencial de segundo orden.

## Problemas

1. La relación entre una fuerza  $F$ , que estira un resorte una distancia  $x$ , está dada por:

$$F = kx^2$$

donde  $k$  es una constante. Linealice esta ecuación para el punto de operación  $x_o$ .

2. La relación entre la f.e.m.  $E$  producida por un termopar y la temperatura  $T$  es la siguiente:

$$E = aT + bT^2$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes. Linealice esta ecuación para un punto de operación cuya temperatura es  $T_o$ .

3. La relación entre el torque  $T$  aplicado a un péndulo simple y la desviación angular (figura 9.11) es la siguiente:

$$T = mgL \sin \theta$$

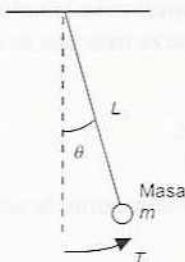


Figura 9.11 Problema 3



donde  $m$  es la masa de la pesa,  $L$  la longitud del péndulo y  $g$  la aceleración debida a la gravedad. Linealice esta ecuación para el ángulo de equilibrio  $\theta$  de  $0^\circ$ .

4. Deduzca la ecuación diferencial que relaciona el voltaje de entrada para un servomotor de cd y la velocidad angular de salida, suponiendo que el motor es de armadura controlada y el circuito equivalente del motor tiene una armadura que únicamente tiene resistencia, su inductancia es despreciable.
5. Deduzca las ecuaciones diferenciales de un generador de cd. Suponga que el generador tiene un campo magnético constante. El circuito de la armadura tiene una bobina de armadura con resistencia e inductancia en serie con la carga. Suponga que la carga tiene resistencia e inductancia.
6. Deduzca las ecuaciones diferenciales de un motor de cd de imán permanente.
7. Considere un actuador de solenoide por el cual pasa una corriente que produce el movimiento de una varilla que entra o sale del solenoide. Proponga modelos del arreglo anterior que se puedan utilizar en la deducción de una ecuación diferencial que relacione la entrada de la corriente, con la salida de desplazamiento.

# 10 Respuestas dinámicas de sistemas

## 10.1 Modelado de sistemas dinámicos

La función más importante de un modelo diseñado como sistema de medición o de control es predecir qué salida se obtendrá con determinada entrada. No sólo se está interesado en una situación estática, es decir, después de que se alcanza un estado estacionario y hay una salida de  $x$  correspondiente a una entrada de  $y$ . También es necesario considerar cómo la salida varía con el tiempo cuando la entrada cambia, o bien cuando ésta varía con el tiempo. Por ejemplo, ¿cómo varía con el tiempo la temperatura de un sistema controlado por temperatura cuando su termostato se fija a una nueva temperatura de referencia? En un sistema de control, ¿cómo cambiará con el tiempo la salida del sistema al definir un nuevo valor de ajuste, o cuando éste aumenta de manera constante?

Los capítulos 8 y 9 se refieren a modelos de sistemas en los que la entrada varía con el tiempo y los resultados respectivos se expresan con ecuaciones diferenciales. Este capítulo trata cómo usar dichos modelos para predecir la forma en que las salidas cambian con el tiempo cuando la entrada varía con el tiempo.

### 10.1.1 Ecuaciones diferenciales

Para describir la relación entre la entrada de un sistema y su salida se debe describir la relación entre las entradas y salidas utilizando expresiones que sean funciones del tiempo. Para ello se recurre a una ecuación que exprese cómo la salida del sistema varía con el tiempo cuando la entrada también se modifica con el tiempo. Para este fin se utiliza la *ecuación diferencial*. En esta ecuación figuran derivadas respecto al tiempo que permiten conocer cómo la respuesta de un sistema varía con el tiempo. La derivada  $dx/dt$  describe la tasa de variación de  $x$  en función del tiempo, la derivada  $d^2x/dt^2$  describe el cambio de  $dx/dt$  con respecto al tiempo. Las ecuaciones diferenciales se clasifican en ecuaciones de *primer orden*, *segundo orden*, *tercer orden*, etcétera, según sea la derivada de mayor orden en ellas.



El orden máximo de una ecuación de primer orden es el de  $dx/dt$ , el de una de segundo orden es el de  $d^2x/dt^2$ , el de una de tercer orden es el de  $d^3x/dt^3$  y el de una de enésimo orden es el de  $d^n x/dt^n$ .

Este capítulo analiza los tipos de respuesta que se pueden obtener con los sistemas de primer y segundo orden, así como su solución y, de esta manera, obtener las respuestas del sistema para diversos tipos de entrada. Para encontrar la solución de una ecuación en este capítulo se utiliza el método de 'prueba una solución'; en el capítulo 11 se presenta el método de la transformada de Laplace, que en el apéndice se explica con mayor detalle. Para un estudio más minucioso de las ecuaciones diferenciales se sugiere consultar *Ordinary Differential Equations* de W. Bolton (Longman, 1994), y para la transformada de Laplace, *Laplace and z-Transforms* de W. Bolton (Longman, 1994); ambos textos de la serie Matemáticas para Ingenieros de la misma editorial.

### 10.1.2 Respuestas natural y forzada

Un ejemplo de sistema de primer orden es el agua que sale de un tanque (figura 10.1). En este caso se tiene que:

$$p_1 - p_2 = Rq$$

donde  $R$  es la resistencia hidráulica. Ahora bien,  $p_1 - p_2 = h\rho g$ , en donde  $\rho$  es la densidad del agua y  $q$  es el gasto de salida del agua del tanque, que también es  $-dV/dt$ , donde  $V$  es el volumen de agua del tanque, que también es igual a  $Ah$ . Por lo tanto,  $q = -d(Ah)/dt = -A dh/dt$ . De esta manera, la ecuación anterior se expresa como:

$$h\rho g = -RA \frac{dh}{dt}$$

El margen de cambio de la variable  $h$  es proporcional a la variable y se conoce como *respuesta natural*, dado que las entradas del sistema no fuerzan la variable para que cambie. Para constatar lo anterior, basta escribir la ecuación diferencial con todos los términos de la salida, es decir,  $h$ , en el mismo lado de la ecuación, es decir:

$$RA \frac{dh}{dt} + (\rho g)h = 0$$

En la sección 8.4.1 se dedujo una ecuación diferencial para un tanque del cual salía y entraba agua (figura 10.2). Esta ecuación tiene una función forzada de  $q_1$ , que se expresa como:

$$RA \frac{dh}{dt} + (\rho g)h = q_1$$

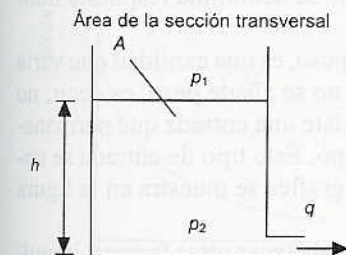


Figura 10.1 Agua que sale de un tanque

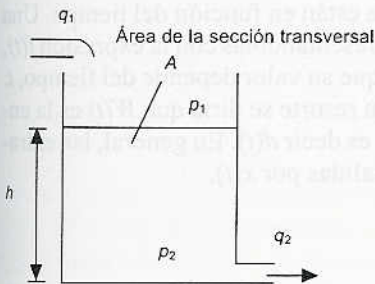


Figura 10.2 Agua que sale de un tanque con entrada forzada

En otro ejemplo, considere un termómetro que se coloca en un líquido caliente, a cierta temperatura,  $T_L$ . La tasa de variación con el

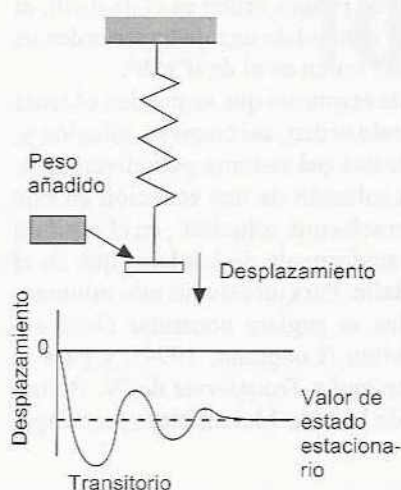


Figura 10.3 Respuestas transitoria y de estado estacionario de un sistema de resorte



Figura 10.4 Entrada tipo escalón en el tiempo 0

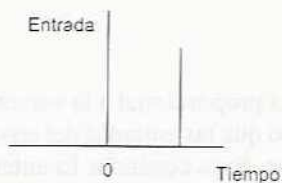


Figura 10.5 Impulso



Figura 10.6 Entrada tipo rampa en el tiempo 0

## 10.2 Sistemas de primer orden

tiempo en la lectura del termómetro,  $T$ , deducida en la sección 8.5.1, está dada por la siguiente ecuación diferencial:

$$RC \frac{dT}{dt} + T = T_L$$

Esta ecuación diferencial tiene una entrada forzada de  $T_L$ .

### 10.1.3 Respuestas transitoria y de estado estacionario

Se considera que la respuesta total de un sistema de control, o del elemento de un sistema, está formada por dos aspectos: la respuesta en estado estacionario y la respuesta transitoria. La *respuesta transitoria* es la parte de la respuesta de un sistema que se produce cuando hay un cambio en la entrada y que desaparece después de un breve lapso. La *respuesta de estado estacionario* es la respuesta que permanece una vez que desaparecen todas las respuestas transitorias.

Un ejemplo sencillo es el comportamiento de un resorte suspendido en forma vertical (figura 10.3) cuando de él se suspende de improviso un peso. La elongación del resorte aumenta de manera abrupta y puede oscilar hasta que después de cierto tiempo alcance un valor estacionario. A éste se le conoce como respuesta en estado estacionario del sistema del resorte. La oscilación que se produce antes de alcanzar el estado estacionario se denomina respuesta transitoria.

La entrada al sistema de resorte, el peso, es una cantidad que varía con el tiempo. Durante cierto tiempo no se añade peso, es decir, no hay entrada; transcurrido ese lapso existe una entrada que permanece constante durante el resto del tiempo. Este tipo de entrada se conoce como *entrada tipo escalón* y su gráfica se muestra en la figura 10.4.

La señal que entra a los sistemas puede tener otras formas: impulso, rampa y senoidal. El impulso es una entrada de breve duración (figura 10.5); una rampa es una entrada que aumenta de manera constante (figura 10.6), y se le representa por la ecuación  $y = kt$ , donde  $k$  es una constante; la entrada senoidal se representa por la ecuación  $y = k \sin \omega t$ , donde  $\omega$  es la frecuencia angular, e igual a  $2\pi f$ , en donde  $f$  es la frecuencia.

Tanto la entrada como la salida están en función del tiempo. Una forma de indicar lo anterior es representándolas con la expresión  $f(t)$ , donde  $f$  es la función y  $(t)$  indica que su valor depende del tiempo,  $t$ . Para el peso,  $W$ , de un sistema con resorte se diría que  $W(t)$  es la entrada y la salida, la elongación,  $d$ , es decir  $d(t)$ . En general, las entradas se representan por  $y(t)$  y las salidas por  $x(t)$ .

Considere un sistema de primer orden (figura 10.7) en el cual  $y(t)$  es la entrada al sistema y  $x(t)$ , la salida; tiene una entrada forzada,  $b_0 y$ , y se representa por la siguiente ecuación diferencial:



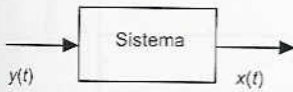


Figura 10.7 Sistema

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

donde  $a_1$ ,  $a_0$  y  $b_0$  son constantes.

Una forma de resolver una ecuación de primer orden para obtener una ecuación que indique en forma directa cómo varía la salida con el tiempo, es identificar el tipo de solución que corresponde a la ecuación diferencial y luego demostrar que dicha solución es en realidad válida.

La entrada  $y(t)$  puede asumir diversas formas. Considere primero el caso cuando la entrada es 0. Ya que nada entra al sistema, no hay una señal que lo fuerce a responder de otra manera que no sea su respuesta natural en ausencia de entrada. La ecuación diferencial es:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0$$

Probemos con una solución de la forma  $x = A e^{st}$ , donde  $A$  y  $s$  son constantes. Por lo tanto,  $dx/dt = sA e^{st}$ ; sustituyendo estos valores en la ecuación diferencial se obtiene:

$$a_1 s A e^{st} + a_0 A e^{st} = 0$$

y  $a_1 s + a_0 = 0$  y  $s = -a_0/a_1$ . Por lo tanto, la solución es:

$$x = A e^{-a_0 t/a_1}$$

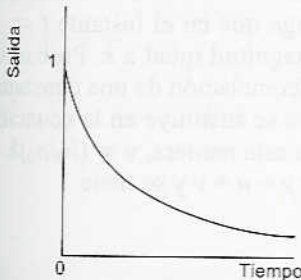


Figura 10.8 Respuesta natural

La expresión anterior se conoce como *respuesta natural* dado que no hay una función forzante. Para determinar el valor de la constante  $A$  suponga algunas condiciones iniciales (condiciones límite o de frontera). Si  $x = 1$  cuando  $t = 0$ , entonces  $A = 1$ . La figura 10.8 ilustra la respuesta natural que corresponde a una disminución exponencial.

Ahora considere una ecuación diferencial con una *función forzante*, es decir:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

Considere que la solución a esta ecuación consta de dos partes:  $x = u + v$ . Una de ellas representa la parte transitoria de la solución y la otra, el estado estacionario. Sustituyendo en la ecuación diferencial se obtiene:

$$a_1 \frac{d(u + v)}{dt} + a_0 (u + v) = b_0 y$$

Reagrupando se tiene que:

$$\left( a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u \right) + \left( a_1 \frac{dv}{dt} + a_0 v \right) = b_0 y$$

Si se hace

$$a_1 \frac{dv}{dt} + a_0 v = b_0 y$$

entonces se tiene:

$$a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u = 0$$

es decir, dos ecuaciones diferenciales; una que contiene una función forzante y otra que es la ecuación de la respuesta natural. Ésta es la ecuación natural que antes se resolvió en esta sección y su solución es del tipo:

$$u = A e^{-a_0 t/a_1}$$

La otra ecuación diferencial contiene la función forzante  $y$ . En esta ecuación diferencial el tipo de solución que se intente dependerá de la forma de la señal de entrada,  $y$ . Para una entrada escalón, donde  $y$  es constante y mayor que 0 en todo momento, es decir,  $y = k$ , se puede probar una solución como  $v = A$ , donde  $A$  es una constante. Si la señal de entrada es de la forma  $y = a + bt + ct^2 + \dots$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes que también pueden valer cero, se puede probar una solución de la forma  $v = A + Bt + Ct^2 + \dots$ . Para una señal senoidal se puede intentar una solución de la forma:  $v = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ .

Para ejemplificar lo anterior, suponga que en el instante  $t = 0$  existe una entrada tipo escalón, con magnitud igual a  $k$ . Probamos una solución de la forma  $v = A$ . La diferenciación de una constante da 0; por lo tanto, cuando esta solución se sustituye en la ecuación diferencial se obtiene  $a_0 A = b_0 k$  y, de esta manera,  $v = (b_0/a_0)k$ .

La solución completa está dada por  $y = u + v$  y se tiene

$$y = A e^{-a_0 t/a_1} + \frac{b_0}{a_0} k$$

Podemos determinar el valor de la constante  $A$  suponiendo determinadas condiciones iniciales (límite). En consecuencia, si la salida  $y = 0$  cuando  $t = 0$ , entonces:

$$0 = A + \frac{b_0}{a_0} k$$

Por lo tanto,  $A = -(b_0/a_0)k$ . La solución se convierte en:

$$x = \frac{b_0}{a_0} k (1 - e^{-a_0 t/a_1})$$

Cuando  $t \rightarrow \infty$  el término exponencial tiende a 0. El término exponencial contiene la parte de la respuesta que es la solución transitoria. La respuesta en estado estacionario es el valor de  $x$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , y así es  $(b_0/a_0)k$ . Por lo tanto, la ecuación se puede expresar como:

$$x = \text{valor en estado estacionario} \times (1 - e^{-a_0 t/a_1})$$



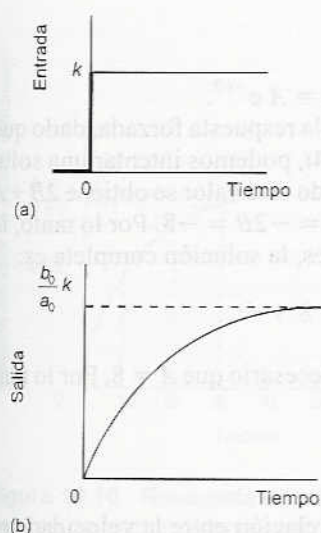


Figura 10.9 (a) Entrada tipo escalón,  
(b) salida correspondiente

La figura 10.9 muestra la gráfica de cómo la salida  $x$  varía con el tiempo en una entrada tipo escalón.

Como ejemplos adicionales, considere los siguientes:

1. Un sistema de transductor eléctrico que consta de una resistencia en serie con un capacitor. Cuando se le aplica una entrada tipo escalón de magnitud  $V$  produce la salida de una diferencia de potencial en el capacitor,  $v$ , la cual se obtiene por la ecuación diferencial:

$$RC \frac{dv}{dt} + v = V$$

¿Cuál es la solución de la ecuación diferencial, es decir, cuál es la respuesta del sistema y cómo varía  $v$  con el tiempo?

Al comparar la ecuación diferencial con la ecuación antes resuelta:  $a_1 = RC$ ,  $a_0 = 1$  y  $b_0 = 1$ . Por lo tanto, la solución es de la forma:

$$v = V(1 - e^{-t/RC})$$

2. Considere un circuito eléctrico que consta de una resistencia de  $1 \text{ M}\Omega$  en serie con una capacitancia de  $2 \mu\text{F}$ . En el instante  $t = 0$ , el circuito recibe un voltaje tipo rampa de  $4t \text{ V}$ , es decir, el voltaje aumenta a una tasa de  $4 \text{ V}$  cada segundo. Determine cómo varía el voltaje del capacitor en función del tiempo.

La ecuación diferencial tiene una forma similar a la del ejemplo anterior, pero en vez del voltaje,  $V$ , se utiliza el voltaje tipo rampa,  $4t$ , es decir,:

$$RC \frac{dv}{dt} + v = 4t$$

Utilizando los valores correspondientes:

$$2 \frac{dv}{dt} + v = 4t$$

Suponiendo que  $v = v_n + v_f$ , es decir, la suma de las respuestas natural y forzada, para la respuesta natural se tiene:

$$2 \frac{dv_n}{dt} + v_n = 0$$

y para la respuesta forzada:

$$2 \frac{dv_f}{dt} + v_f = 4t$$

Para la ecuación diferencial de la respuesta natural se puede intentar una solución de la forma  $v_n = A e^{st}$ . Por lo tanto, utilizando este valor:

$$2Ase^{st} + Ae^{st} = 0$$

De esta manera  $s = -1/2$  y, así,  $v_n = Ae^{-t/2}$ .

Para la ecuación diferencial de la respuesta forzada, dado que el lado derecho de la ecuación es  $4t$ , podemos intentar una solución de la forma  $v_f = A + Bt$ . Usando este valor se obtiene  $2B + A + Bt = 4t$ . Por lo tanto,  $B = 4$  y  $A = -2B = -8$ . Por lo tanto, la solución es  $v_f = -8 + 4t$ . Entonces, la solución completa es:

$$v = v_n + v_f = Ae^{-t/2} - 8 + 4t$$

Dado que  $v = 0$  cuando  $t = 0$ , es necesario que  $A = 8$ . Por lo tanto

$$v = 8e^{-t/2} - 8 + 4t$$

3. Considere un motor en el que la relación entre la velocidad angular de salida,  $\omega$ , y el voltaje de entrada,  $v$ , está dada por:

$$\frac{IR}{k_1 k_2} \frac{d\omega}{dt} + \omega = \frac{1}{k_1} v$$

¿Cuál será el valor de estado estacionario de la velocidad angular cuando la entrada es un escalón de magnitud 1 V?

Comparando la ecuación diferencial con la ecuación antes resuelta, tenemos,  $a_1 = IR/k_1 k_2$ ,  $a_0 = 1$  y  $b_0 = 1/k_1$ . El valor de estado estacionario para una entrada tipo escalón es  $(b_0/a_0) = 1/k_1$ .

### 10.2.1 La constante de tiempo

Para un sistema de primer orden sometido a una entrada tipo escalón de magnitud  $k$  se obtiene una salida,  $y$ , que varía con el tiempo,  $t$ , de acuerdo con:

$$x = \frac{b_0}{a_0} k (1 - e^{-a_0 t/a_1})$$

o bien:

$$x = \text{valor de estado estacionario} \times (1 - e^{-a_0 t/a_1})$$

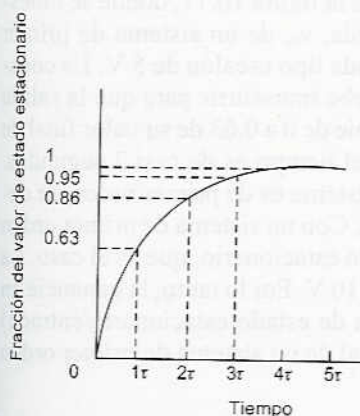
Cuando el instante es  $t = (a_1/a_0)$ , el término exponencial tiene un valor  $e^{-1} = 0.37$  y

$$x = \text{valor de estado estacionario} \times (1 - 0.37)$$

En este instante el valor de la salida aumentó a 0.63 de su valor de estado estacionario. Al lapso transcurrido se le llama *constante de tiempo*  $\tau$ .

$$\tau = \frac{a_1}{a_0}$$





**Figura 10.10** Respuesta de un sistema de primer orden a una entrada tipo escalón

En un tiempo  $2(a_1/a_0) = 2\tau$ , el término exponencial se convierte en  $e^{-2} = 0.14$  y, de esta manera:

$$x = \text{valor de estado estacionario} \times (1 - 0.14)$$

En este instante la salida aumentó a 0.86 de su valor de estado estacionario. De igual manera se calculan los valores de la salida después de  $3\tau$ ,  $4\tau$ ,  $5\tau$ , etcétera. La tabla 10.1 muestra los resultados de estos cálculos y la figura 10.10, la gráfica de cómo varía la salida con el tiempo para una entrada tipo escalón unitario.

**Tabla 10.1** Respuesta de un sistema de primer orden a una entrada tipo escalón

Tiempo $t$	Fracción de la salida del estado estacionario
0	0
$1\tau$	0.63
$2\tau$	0.86
$3\tau$	0.95
$4\tau$	0.98
$5\tau$	0.99
$\infty$	1

En función de la constante de tiempo,  $\tau$ , la ecuación que describe la respuesta de un sistema de primer orden se puede expresar como:

$$x = \text{valor de estado estacionario} \times (1 - e^{-t/\tau})$$

La constante de tiempo,  $\tau$ , es  $(a_1/a_0)$ , entonces podemos expresar la forma general de la ecuación diferencial de primer orden:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

como

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = \frac{b_0}{a_0} y$$

Pero  $b_0/a_0$  es el factor por el que se multiplica la entrada,  $y$ , para obtener el valor de estado estacionario. Es correcto llamar a este factor *ganancia de estado estacionario*, dado que es el factor que indica cuántas veces es mayor la salida que la entrada en condiciones de estado estacionario. Si esta ganancia se representa por  $G_{ss}$ , la ecuación diferencial se puede expresar en la forma:

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = G_{ss} y$$

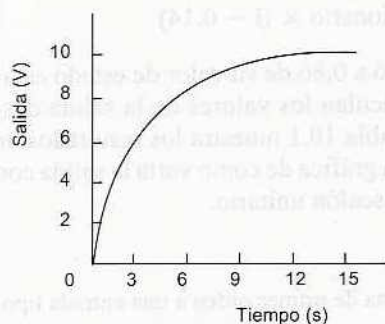


Figura 10.11 Ejemplo

Para ilustrar lo anterior considere la figura 10.11, donde se muestra cómo varía en el tiempo la salida,  $v_o$ , de un sistema de primer orden cuando se somete a una entrada tipo escalón de 5 V. La constante de tiempo es el tiempo que debe transcurrir para que la salida de un sistema de primer orden cambie de 0 a 0.63 de su valor final de estado estacionario. En este caso, el tiempo es de casi 3 segundos. Para verificar este valor, y que el sistema es de primer orden, se determina el valor para 2, es decir, 6 s. Con un sistema de primer orden el valor será 0.86 del valor de estado estacionario, que es el caso. La salida del estado estacionario es de 10 V. Por lo tanto, la ganancia en estado estacionario,  $G_{ss}$ , es (salida de estado estacionario/entrada) =  $10/5 = 2$ . La ecuación diferencial de un sistema de primer orden se puede expresar como:

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = G_{ss}x$$

Por lo tanto, para este sistema, se tiene:

$$3 \frac{dv_o}{dt} + v_o = 2v_i$$

### 10.3 Sistemas de segundo orden

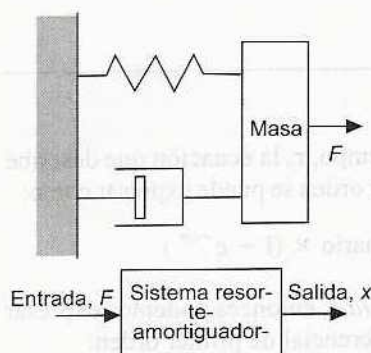


Figura 10.12 Sistema resorte-amortiguador-masa

Muchos sistemas de segundo orden se pueden considerar, en esencia, como un resorte estirado por una masa y provisto de un medio amortiguador. La figura 10.12 muestra el sistema básico anterior, el cual se analizó en la sección 8.2.2. La ecuación que describe la relación entre la entrada, una fuerza  $F$ , y la salida, un desplazamiento  $x$ , es la siguiente:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

donde  $m$  es la masa,  $c$  la constante de amortiguamiento y  $k$  la constante del resorte.

La manera como el desplazamiento obtenido,  $x$ , varía con el tiempo dependerá de la magnitud de amortiguamiento presente en el sistema. De esta manera, si la fuerza aplicada fue una entrada de tipo escalón y no hay amortiguamiento, la masa puede oscilar en forma libre en el resorte y las oscilaciones continuarán de manera indefinida. Si no hay amortiguamiento, entonces  $c = 0$ , por lo que el término  $dx/dt$  es igual a 0. Sin embargo, cuando hay amortiguamiento las oscilaciones tienden a desaparecer hasta que se obtiene un desplazamiento estable de la masa. Si el amortiguamiento es suficiente, no se producen oscilaciones y el desplazamiento de la masa aumenta poco a poco con el tiempo y la masa se mueve de manera gradual en torno a su posición de desplazamiento estable. La figura 10.13 muestra la forma general en que los desplazamientos, para una entrada tipo escalón, varían con el tiempo con varios grados de amortiguamiento.

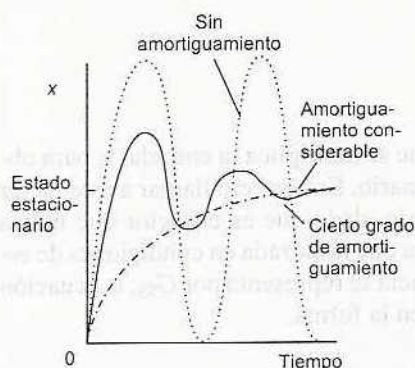


Figura 10.13 Efecto del amortiguamiento

#### 10.3.1 La ecuación diferencial de segundo orden

Considere una masa suspendida del extremo de un resorte. En ausencia de amortiguamiento y permitiendo que oscile en forma libre



sin forzarla, la salida de este sistema de segundo orden es una oscilación continua (movimiento armónico simple). Suponga que esta oscilación se describe por la ecuación:

$$x = A \sin \omega_n t$$

donde  $x$  es el desplazamiento en el instante  $t$ ,  $A$  la amplitud de la oscilación y  $\omega_n$  la frecuencia angular de las oscilaciones libres no amortiguadas. Diferenciando, se obtiene:

$$\frac{dx}{dt} = \omega_n A \cos \omega_n t$$

Al diferenciar la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_n^2 A \sin \omega_n t = -\omega_n^2 x$$

Reordenando términos, se obtiene la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_n^2 x = 0$$

Pero para una masa  $m$  suspendida en un resorte con rigidez  $k$ , se produce una fuerza de restauración,  $kx$ , y, por lo tanto:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

Esta ecuación se puede expresar como:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

Al comparar ambas ecuaciones diferenciales, se tiene:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

y  $x = A \sin \omega_n t$  es la solución de la ecuación diferencial.

Suponga que ahora sí existe amortiguamiento. El movimiento de la masa, se describe por:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

Esta ecuación diferencial de segundo orden se puede resolver con el método que antes se utilizó para la ecuación diferencial de primer orden. Suponga que la solución consta de dos elementos: una respuesta transitoria y una respuesta forzada, es decir,  $x = x_n + x_f$ . Sustituyendo  $x$  en la ecuación anterior se obtiene:

$$m \frac{d^2 (x_n + x_f)}{dt^2} + c \frac{d(x_n + x_f)}{dt} + k(x_n + x_f) = F$$

Si consideramos que:

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} + c \frac{dx_n}{dt} + kx_n = 0$$

entonces se obtiene:

$$m \frac{d^2 x_f}{dt^2} + c \frac{dx_f}{dt} + kx_f = F$$

Para resolver la ecuación transitoria intentemos una solución de la forma  $x_n = A e^{st}$ . De esta manera se obtiene  $dx_n/dt = As e^{st}$  y  $d^2x_n/dt^2 = As^2 e^{st}$ . Por lo tanto, al sustituir estos valores en la ecuación diferencial se obtiene:

$$mAs^2 e^{st} + cAse^{st} + kAse^{st} = 0$$

$$ms^2 + cs + k = 0$$

Por lo tanto  $x_n = A e^{st}$  es una solución válida sólo cuando la ecuación anterior sea igual a 0. A esta ecuación se llama *ecuación auxiliar*. Las raíces se obtienen por factorización o utilizando la fórmula para obtener las raíces de una ecuación cuadrática. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} s &= \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \\ &= -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{k}{m} \left(\frac{c^2}{4mk}\right) - \frac{k}{m}} \end{aligned}$$

Pero,  $\omega_n^2 = k/m$  y, de esta manera, si  $\xi^2 = c^2/4mk$ , la ecuación anterior se convierte en:

$$s = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

a  $\xi$  se le conoce como *factor de amortiguamiento*.

El valor de  $s$  que se obtiene con la ecuación anterior depende en gran medida del valor del término de la raíz cuadrada. Por lo tanto, cuando  $\xi^2$  es mayor que 1, en el término de la raíz cuadrada hay un número positivo; cuando  $\xi^2$  es menor a 1 se obtiene la raíz cuadrada de un número negativo. El factor de amortiguamiento determina si el término de la raíz cuadrada es un número positivo o negativo y, en consecuencia, la forma de la salida del sistema.

Cuando  $\xi > 1$ , existen dos raíces reales y diferentes,  $s_1$  y  $s_2$ :

$$s_1 = -\xi\omega_n + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$s_2 = -\xi\omega_n - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

y, por lo tanto, la solución general de  $x_n$  es:



$$x_n = A e^{s_1 t} + B e^{s_2 t}$$

En estas condiciones se dice que el sistema está *sobreamortiguado*.

Cuando  $\zeta = 1$ , existen dos raíces iguales,  $s_1 = s_2 = -\omega_n$ . Con esta condición, conocida como *críticamente amortiguado*:

$$x_n = (At + B)e^{-\omega_n t}$$

Aparentemente la solución en este caso sería  $x_n = A e^{s_1 t}$ , pero para ello se requieren dos constantes, por lo que la solución es de esta forma (consulte la explicación correspondiente en *Ordinary Differential Equations* de W. Bolton, Longman, 1994).

Cuando  $\zeta < 1$  hay dos raíces complejas, dado que en ambas está presente la raíz cuadrada de  $(-1)$ .

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{-1} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

si se sustituye  $\sqrt{-1}$  por  $j$ :

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Si se sustituye:

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

por lo tanto, podemos decir que  $s = -\zeta\omega_d \pm j\omega$  y, de esta manera, las raíces son:

$$s_1 = -\zeta\omega_d + j\omega \quad y \quad s_2 = -\zeta\omega_d - j\omega$$

El término  $\omega$  es la frecuencia angular del movimiento cuando está en la condición de amortiguamiento, especificada por  $\zeta$ . En estas condiciones, la solución es:

$$x_n = A e^{(-\zeta\omega_n + j\omega)t} + B e^{(-\zeta\omega_n - j\omega)t} = e^{-\zeta\omega_n t} (A e^{j\omega t} + B e^{-j\omega t})$$

Pero:  $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$  y  $e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$ . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} x_n &= e^{-\zeta\omega_n t} (A \cos \omega t + jA \sin \omega t + B \cos \omega t - jB \sin \omega t) \\ &= e^{-\zeta\omega_n t} [(A+B) \cos \omega t + j(A-B) \sin \omega t] \end{aligned}$$

Si las constantes  $P$  y  $Q$  se sustituyen por  $(A+B)$  y  $j(A-B)$ , respectivamente:

$$x_n = e^{-\zeta\omega_n t} (P \cos \omega t + Q \sin \omega t)$$

En estas condiciones se dice que el sistema está *subamortiguado*.

De la manera anterior se han obtenido las soluciones de la parte natural de la solución total. Para resolver la ecuación de la parte forzante

$$m \frac{d^2 x_f}{dt^2} + c \frac{dx_f}{dt} + kx_f = F$$

es necesario considerar una forma particular de señal de entrada y, entonces, intentar una solución. Para una entrada tipo escalón de magnitud  $F$  en el instante  $t = 0$  probaremos con la solución  $x_f = A$ , donde  $A$  es una constante (en la explicación de la solución de las ecuaciones diferenciales de primer orden, consulte cómo elegir entre las diversas soluciones posibles). Por lo tanto,  $dx_f/dt = 0$  y  $d^2x_f/dt^2 = 0$ . Cuando estas expresiones se sustituyen en la ecuación diferencial  $0 + 0 + kA = F$  y, así,  $A = F/k$  y  $x_f = F/k$ . La solución completa, que es la suma de las soluciones natural y forzada, para el sistema sobreamortiguado es:

$$x = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} + \frac{F}{k}$$

para el sistema críticamente amortiguado:

$$x = (At + B)e^{-\omega_n t} + \frac{F}{k}$$

y para el sistema subamortiguado:

$$x = e^{-\zeta \omega_n t} (P \cos \omega t + Q \sin \omega t) + \frac{F}{k}$$

Cuando  $t \rightarrow \infty$  las tres ecuaciones anteriores conducen a la solución  $x = F/k$ . A la anterior se denomina condición de estado estacionario.

Por lo tanto, una ecuación diferencial de segundo orden de la forma:

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

consta de:

$$\omega_n^2 = \frac{a_0}{a_2}$$

y de:

$$\zeta^2 = \frac{a_1^2}{4a_2 a_0}$$

Los siguientes ejemplos permiten ilustrar los puntos antes mencionados:

1. Considere un circuito en serie  $RLC$  (figura 10.14) donde  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 2.0 \text{ H}$  y  $C = 20 \mu\text{F}$ . La corriente del circuito,  $i$ , está dada por (consulte el pie de la figura 8.16):

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{V}{LC}$$

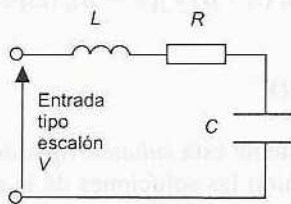


Figura 10.14 Sistema  $RLC$



cuando se presenta una entrada tipo escalón  $V$ . Si comparamos esta ecuación con la ecuación diferencial general de segundo orden:

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

la frecuencia angular natural está dada por:

$$\omega_n^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{2.0 \times 20 \times 10^{-6}}$$

y, de esta manera  $\omega_n = 158$  Hz. Al comparar con la ecuación general de segundo orden se obtiene:

$$\zeta^2 = \frac{(R/L)^2}{4 \times (1/LC)} = \frac{R^2 C}{4L} = \frac{100^2 \times 20 \times 10^{-6}}{4 \times 2.0}$$

Por lo tanto,  $\zeta = 0.16$ . Dado que  $\zeta$  es menor que 1, el sistema está subamortiguado. La frecuencia de oscilación amortiguada,  $\omega$ , está dada por:

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 158 \sqrt{1 - 0.16^2} = 156 \text{ Hz}$$

Dado que el sistema está subamortiguado, la solución tendrá la misma forma que:

$$x = e^{-\zeta \omega_n t} (P \cos \omega t + Q \sin \omega t) + \frac{F}{k}$$

y, por lo tanto:

$$i = e^{-0.16 \times 158 t} (P \cos 156 t + Q \sin 156 t) + V$$

Dado que  $i = 0$  cuando  $t = 0$ , entonces  $0 = 1(P + 0) + V$ . De esta manera,  $P = -V$ . Puesto que  $di/dt = 0$  cuando  $t = 0$ , diferenciando la ecuación anterior e igualándola a cero se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= e^{-\zeta \omega_n t} (\omega P \sin \omega t - \omega Q \cos \omega t) \\ &\quad - \zeta \omega_n e^{-\zeta \omega_n t} (P \cos \omega t + Q \sin \omega t) \end{aligned}$$

Por lo tanto:  $0 = 1(0 - \omega Q) - \zeta \omega_n (P + 0)$  y así:

$$Q = \frac{\zeta \omega_n P}{\omega} = -\frac{\zeta \omega_n V}{\omega} = -\frac{0.16 \times 158 V}{156} \approx -0.16 V$$

Entonces, la solución de la ecuación diferencial es:

$$i = V - V e^{-25.3 t} (\cos 156 t - 0.16 \sin 156 t)$$

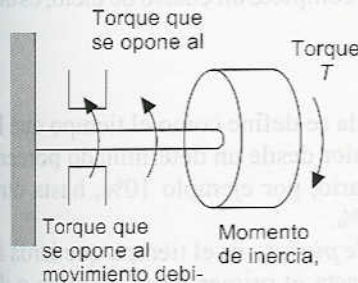


Figura 10.15 Sistema torsional

2. Considere el sistema mostrado en la figura 10.15. La entrada, un torque  $T$ , se aplica a un disco con un momento de inercia  $I$ , alrededor del eje. Éste gira en forma libre en el extremo del disco,

pero está fijo en su otro extremo. Al giro del eje se opone la rigidez a la torsión del eje, un torque de magnitud  $k\theta_o$  que se produce cuando el giro de entrada es  $\theta_o$ ; donde  $k$  es una constante. Las fuerzas de fricción amortiguan el giro del eje y representan un torque que se opone con magnitud  $c \, d\theta_o/dt$ , donde  $c$  es una constante. ¿En qué condiciones este sistema estará críticamente amortiguado?

Lo primero que se necesita obtener es la ecuación diferencial del sistema. El torque neto es igual a:

$$\text{Torque neto} = T - c \frac{d\theta_o}{dt} - k\theta_o$$

El torque neto es  $I \, d^2\theta_o/dt^2$ , y por lo tanto:

$$I \frac{d^2\theta_o}{dt^2} = T - c \frac{d\theta_o}{dt} - k\theta_o$$

$$I \frac{d^2\theta_o}{dt^2} + c \frac{d\theta_o}{dt} + k\theta_o = T$$

La condición para el amortiguamiento crítico se presenta cuando la tasa de amortiguamiento  $\xi$  es igual a 1. Al comparar la ecuación diferencial anterior con la forma general de una ecuación diferencial de segundo orden, se tiene:

$$\xi^2 = \frac{a_1^2}{4a_2a_0} = \frac{c^2}{4Ik}$$

Por lo tanto, para un amortiguamiento crítico tendremos que  $c = \sqrt{4Ik}$ .

#### 10.4 Formas de medir el comportamiento de los sistemas de segundo orden

La figura 10.16 muestra la forma característica de la respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado para una entrada tipo escalón. Para describir este comportamiento se utilizan ciertos términos específicos.

El *tiempo de subida*,  $t_r$ , es el tiempo que tarda la respuesta  $x$  para aumentar su valor de 0 al de estado estacionario,  $x_{ss}$ , y es una medida de cuán rápido el sistema responde a la entrada. Es el tiempo necesario para que la respuesta oscilante complete un cuarto de ciclo, es decir,  $\frac{1}{2}\pi$ . Por lo tanto:

$$\omega t_r = 1/2\pi$$

En ocasiones este tiempo de subida se define como el tiempo que la respuesta tarda en aumentar su valor desde un determinado porcentaje del valor de estado estacionario, por ejemplo 10%, hasta otro porcentaje dado, por ejemplo, 90%.

El *tiempo de valor máximo* o *de pico*,  $t_p$ , es el tiempo que tarda la respuesta en aumentar desde 0 hasta el primer valor máximo o de pico. Es el tiempo necesario para que la respuesta oscilante complete un medio ciclo, es decir,  $\pi$ . Por lo tanto:



$$\omega t_p = \pi$$

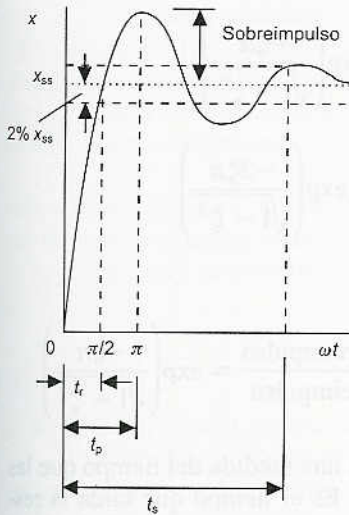


Figura 10.16 Respuesta de un sistema subamortiguado a una entrada tipo escalón

El *sobreimpulso* es la cantidad máxima que la respuesta sobrepasa al valor de estado estacionario. Es decir, es la amplitud de la primera cresta. El sobreimpulso en general se expresa como un porcentaje del valor del estado estacionario. Para las oscilaciones subamortiguadas de un sistema se tiene que:

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} (P \cos \omega t + Q \sin \omega t) + \text{valor de estado estacionario}$$

Dado que  $x = 0$  cuando  $t = 0$ , entonces  $0 = 1(P + 0) + x_{ss}$  y, por lo tanto,  $P = -x_{ss}$ . El sobreimpulso se produce cuando  $\omega t = \pi$  y, entonces:

$$x = e^{-\zeta\omega_n \pi/\omega} (P + 0) + x_{ss}$$

El sobreimpulso es la diferencia entre la salida en ese tiempo y el valor de estado estacionario. Es así que:

$$\text{Sobreimpulso} = x_{ss} e^{-\zeta\omega_n \pi/\omega}$$

Dado que  $\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ , se puede expresar:

$$\begin{aligned} \text{Sobreimpulso} &= x_{ss} \exp\left(\frac{-\zeta\omega_n \pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \\ &= x_{ss} \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \end{aligned}$$

Expresado como un porcentaje de  $x_{ss}$ ,

$$\text{Porcentaje de sobreimpulso} = \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \times 100\%$$

La tabla 10.2 proporciona los valores del porcentaje de sobreimpulso para diversos valores de amortiguamiento

Tabla 10.2 Porcentaje de sobreimpulso

Tasa de amortiguamiento	Porcentaje de sobreimpulso
0.2	52.7
0.4	25.4
0.6	9.5
0.8	1.5

La *tasa de descenso* o *decremento* es una indicación de la rapidez de la disminución en la amplitud de las oscilaciones. Es igual a la amplitud del segundo sobreimpulso dividido entre la del primer so-

breimpulso. El primero se produce cuando  $\omega t = \pi$ , y el segundo, cuando  $\omega t = 2\pi$ . Por lo tanto:

$$\text{Primer sobreimpulso} = x_{ss} \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

$$\text{Segundo sobreimpulso} = x_{ss} \exp\left(\frac{-2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

y, por lo tanto:

$$\text{Tasa de descenso} = \frac{\text{segundo sobreimpulso}}{\text{primer sobreimpulso}} = \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

El *tiempo de estabilización*,  $t_s$ , es una medida del tiempo que las oscilaciones tardan en desaparecer. Es el tiempo que tarda la respuesta en llegar a determinado valor y permanecer dentro de cierto porcentaje especificado, por ejemplo, 2%, del valor de estado estacionario (ver la figura 10.15). Esto significa que la amplitud de la oscilación debe ser menor al 2% de  $x_{ss}$ . Se tiene entonces que:

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} (P \cos \omega t + Q \sin \omega t) + \text{valor de estado estacionario}$$

y, como antes se obtuvo,  $P = -x_{ss}$ . La amplitud de la oscilación es  $(x - x_{ss})$  donde  $x$  es el valor máximo. Los valores máximos se producen cuando  $\omega t$  es un múltiplo de  $\pi$  y, por lo tanto,  $\cos \omega t = 1$  y  $\sin \omega t = 0$ . Para 2% del tiempo de estabilización, el tiempo de estabilización,  $t_s$ , se produce cuando la amplitud máxima es 2% de  $x_{ss}$ , es decir,  $0.02x_{ss}$ . Entonces:

$$0.02x_{ss} = e^{-\zeta\omega_n t_s} (x_{ss} \times 1 + 0)$$

Aplicando logaritmos,  $\ln 0.02 = -\zeta\omega_n t_s$  y dado que  $\ln 0.02 = -3.9$ , o aproximadamente 4, se tiene:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

El anterior es el valor del tiempo de estabilización si el porcentaje especificado es 2%. Si el porcentaje es 5%, la ecuación es ahora:

$$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n}$$

Puesto que el tiempo necesario para completar un ciclo, es decir, el tiempo del periodo, es  $1/f$ , donde  $f$  es la frecuencia, y dado que  $\omega = 2\pi f$ , entonces el tiempo para completar un ciclo es  $2\pi/f$ . Durante el tiempo de estabilización  $t_s$ , el número de oscilaciones producidas es:



$$\text{Número de oscilaciones} = \frac{\text{tiempo de estabilización}}{\text{tiempo del periodo}}$$

y, por lo tanto, para un tiempo de estabilización definido por el 2% del valor del estado estacionario:

$$\text{Número de oscilaciones} = \frac{4/\zeta\omega_n}{2\pi/\omega}$$

Dado que  $\omega = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$ , entonces:

$$\text{Número de oscilaciones} = \frac{2\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}}{\pi\zeta\omega_n} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1}{\zeta^2} - 1}$$

Para ilustrar lo anterior, considere un sistema de segundo orden cuya frecuencia angular natural es de 2.0 Hz y tiene una frecuencia amortiguada de 1.8 Hz. Dado que  $\omega = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$ , el factor de amortiguamiento es:

$$1.8 = 2.0\sqrt{1 - \zeta^2}$$

y  $\zeta = 0.44$ . Puesto que  $\omega t_r = \frac{1}{2}\pi$ , entonces el 100% del tiempo de establecimiento es igual a:

$$t_r = \frac{\pi}{2 \times 1.8} = 0.87 \text{ s}$$

El porcentaje del sobreimpulso está dado por:

$$\begin{aligned} \text{Porcentaje del sobreimpulso} &= \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \times 100\% \\ &= \exp\left(\frac{-0.44\pi}{\sqrt{1 - 0.44^2}}\right) \times 100\% \end{aligned}$$

El porcentaje de sobreimpulso es entonces 21%. El 2% del tiempo de estabilización está dado por:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0.44 \times 2.0} = 4.5 \text{ s}$$

El número de oscilaciones que ocurren dentro del 2% del tiempo de estabilización, está dado por:

$$\begin{aligned} \text{Número de oscilaciones} &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1}{\zeta^2} - 1} \\ &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1}{0.44^2} - 1} = 1.3 \end{aligned}$$

## Problemas

1. La constante de tiempo de un sistema de primer orden es de 4 s y su función de transferencia de estado estacionario es 6. ¿Qué forma tiene la ecuación diferencial del sistema?
2. La constante de tiempo de un termómetro de mercurio en tubo de vidrio es de 10 s. Si en forma súbita se le lleva a una temperatura de 20 °C y se le sumerge en agua caliente a 80 °C, ¿cuál será la temperatura que indique el termómetro después de a) 10 s, b) 20 s?
3. Un circuito consta de una resistencia,  $R$ , en serie con un inductor,  $L$ . Cuando en el instante  $t = 0$  se le aplica un voltaje de entrada tipo escalón,  $V$ , la ecuación diferencial del sistema es:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V}{L}$$

- ¿Cuál es a) la solución de esta ecuación diferencial, b) la constante de tiempo, c) la corriente de estado estacionario  $i$ ?
4. Describa cómo la salida de un sistema de segundo orden varía con el tiempo después de aplicarle una entrada tipo escalón; con un factor de amortiguamiento de: a) 0, b) 0.5, c) 1.0 y d) 1.5.
  5. Un circuito  $RLC$  tiene una corriente,  $i$ , que varía con el tiempo,  $t$ , cuando se somete a una entrada tipo escalón de magnitud  $V$ , y está descrita por:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 10 \frac{di}{dt} + 16i = 16V$$

Determine a) frecuencia no amortiguada, b) la tasa de amortiguamiento, c) la solución de la ecuación si  $i = 0$  donde  $t = 0$  y  $di/dt = 0$  cuando  $t = 0$ .

6. Un sistema tiene una salida,  $x$ , que varía con el tiempo,  $t$ , cuando se somete a una entrada tipo escalón,  $y$ , que está descrita por:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 10 \frac{dx}{dt} + 25x = 50y$$

Determine a) la frecuencia sin amortiguamiento, b) la tasa de amortiguamiento, c) la solución de la ecuación si  $x = 0$  cuando  $t = 0$  y  $dx/dt = -2$  cuando  $t = 0$  y hay una entrada tipo escalón de magnitud igual a 3 unidades.

7. Un acelerómetro (instrumento para medir la aceleración) tiene una frecuencia angular no amortiguada de 100 Hz y un factor de amortiguamiento de 0.6. ¿Cuál será a) el sobreimpulso de porcentaje máximo y b) el tiempo de subida cuando se produzca un cambio súbito en la aceleración?
8. ¿Cuál será a) la frecuencia angular no amortiguada, b) el factor de amortiguamiento, c) la frecuencia angular amortiguada, d) el tiempo de subida, e) sobreimpulso máximo de porcentaje y f) el tiempo de estabilización del 0.2% para un sistema que



produce la siguiente ecuación diferencial cuando la entrada,  $y$ , es un escalón?

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 5 \frac{dx}{dt} + 16x = 16y$$

9. Cuando en forma súbita se aplica un voltaje de 10 V a un voltímetro con bobina móvil se observa que la aguja del instrumento alcanza una lectura de 11 V antes de disminuir y establecerse en una lectura de 10 V. Determine a) el factor de amortiguamiento y b) el número de oscilaciones de la aguja antes de que se sitúe dentro del 0.2% de su valor de estado estacionario.

# 11 Funciones de transferencia de sistemas

## 11.1 La función de transferencia

En relación con los sistemas de amplificadores es común hablar de la *ganancia* del amplificador. La ganancia indica qué tan grande es la señal de salida respecto de la señal de entrada; mediante ella se puede calcular la salida para determinadas entradas. Por ejemplo, si a un amplificador con ganancia en voltaje de 10 se le suministra un voltaje de entrada de 2 mV, la salida será de 20 mV; si la entrada es de 1 V, la salida será de 10 V. La ganancia indica la relación matemática entre la salida y la entrada de un bloque.

$$\text{Ganancia} = \frac{\text{salida}}{\text{entrada}}$$

Sin embargo, para muchos sistemas la relación entre la salida y la entrada adopta la forma de una ecuación diferencial, por lo que no es posible expresar la función mediante un número, como, decir que tiene una ganancia de 10. No es posible dividir la salida entre la entrada, ya que la relación es una ecuación diferencial y no una algebraica. Sin embargo, en estos casos la ecuación diferencial se puede transformar en una ecuación algebraica utilizando lo que se conoce como *transformada de Laplace*. Las ecuaciones diferenciales describen el comportamiento de los sistemas en función del tiempo y la transformada de Laplace las convierte en ecuaciones algebraicas sencillas, que no incluyen el tiempo y en las cuales se pueden llevar a cabo manipulaciones algebraicas de las cantidades. Se dice que el comportamiento en el *dominio del tiempo* se transforma al *dominio de s*. Así es posible definir la relación entre la salida y la entrada mediante una *función de transferencia*. Ésta define la relación entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada, es decir:

$$\text{Función de transferencia} = \frac{\text{transformada de Laplace de la salida}}{\text{transformada de Laplace de la entrada}}$$



Para indicar que una señal está en el dominio del tiempo, es decir, que es una función del tiempo, se representa como  $f(t)$ . Cuando está en el dominio de  $s$ , dado que es función de  $s$ , se expresa como  $F(s)$ . Es común utilizar una letra  $F$  mayúscula para indicar una transformada de Laplace y una  $f$  minúscula para indicar una función que varía con el tiempo  $f(t)$ .

Suponga que la transformada de Laplace de un sistema lineal tiene una entrada  $Y(s)$  y que la transformada de Laplace de la salida es  $X(s)$ . La *función de transferencia*  $G(s)$  del sistema se define como:

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}$$

con todas las condiciones iniciales iguales a cero; es decir, se supone que la salida es cero cuando la entrada es cero, una tasa de variación de la salida en el tiempo de cero cuando la tasa de variación de la entrada en el tiempo también es cero. Por lo tanto, la transformada de salida es  $X(s) = G(s)Y(s)$ , es decir, es el producto de la transformada de entrada y la función de transferencia. Si el sistema se representa por un diagrama de bloques (figura 11.1), entonces  $G(s)$  es la función en la caja que recibe una entrada  $Y(s)$  y la convierte en una salida  $X(s)$ .

En este capítulo se indica cómo usar las transformadas de Laplace en relación a las funciones de transferencia de los sistemas. Para mayores detalles se sugiere consultar el apéndice, o *Laplace and z-Transforms* de W. Bolton (Longman, 1994), de la serie Matemáticas para Ingenieros de la misma editorial.

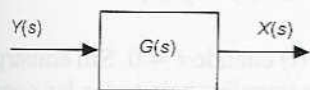


Figura 11.1 Diagrama de bloques

### 11.1.1 Transformadas de Laplace

Para obtener la transformada de Laplace de una ecuación diferencial, la cual incluye magnitudes que son función del tiempo, se puede recurrir a tablas y aplicar algunas reglas básicas (en el apéndice se incluye esta tabla y se dan detalles sobre las reglas). Las siguientes son algunas transformadas básicas de dicha tabla, para entradas comunes:

1. La transformada de una señal de impulso unitario que ocurre en el tiempo  $t = 0$ , es igual a 1.
2. La transformada de una señal tipo escalón unitario, es decir, una señal que aumenta al valor constante de 1 en el instante  $t = 0$ , es igual a  $1/s$ .
3. La transformada de una señal de rampa unitaria que se inicia en el instante  $t = 0$ , es decir, que está descrita por la ecuación de entrada  $= 1t$ , es  $1/s^2$ .
4. La transformada de una señal de onda senoidal de amplitud unitaria descrita por la ecuación de entrada  $= 1 \sin \omega t$ , es igual a  $\omega/(s^2 + \omega^2)$ .
5. La transformada de una señal de onda cosenoidal de amplitud unitaria descrita por la ecuación de entrada  $= 1 \cos \omega t$ , es igual a  $s/(s^2 + \omega^2)$ .

Las siguientes son algunas reglas básicas que se aplican cuando se trabaja con transformadas de Laplace:

1. Si una función de tiempo se multiplica por una constante, la transformada de Laplace también se multiplica por la misma constante. Por ejemplo, la transformada de Laplace de una entrada tipo escalón de 6 V a un sistema eléctrico es 6 veces la transformada de un escalón unitario, es decir,  $6/s$ .
2. Si una ecuación incluye la suma de, por ejemplo, dos cantidades independientes y ambas son función del tiempo, la transformada de la ecuación será la suma de cada una de las dos transformadas de Laplace.

3. La transformada de Laplace de la primera derivada de una función es:

$$\text{Transformada de } \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} = sF(s) - f(0)$$

donde  $f(0)$  es el valor inicial de  $f(t)$  cuando  $t = 0$ . Sin embargo, cuando se trata de una función de transferencia todas las condiciones iniciales son cero.

4. La transformada de Laplace de la segunda derivada de una función es:

$$\text{Transformada de } \left\{ \frac{d^2}{dt^2} f(t) \right\} = s^2 F(s) - s f(0) - \frac{d}{dt} f(0)$$

donde  $df(0)/dt$  es el valor inicial de la primera derivada de  $f(t)$  cuando  $t = 0$ . Sin embargo, cuando se trata de funciones de transferencia todas las condiciones iniciales son cero.

5. La transformada de Laplace de la integral de una función es:

$$\text{Transformada de } \left\{ \int_0^t f(t) dt \right\} = \frac{1}{s} F(s)$$

Cuando se han realizado manipulaciones algebraicas en el dominio de  $s$ , es posible volver a transformar el resultado al dominio de tiempo utilizando la tabla de transformadas de manera inversa, es decir, buscando la función en el dominio del tiempo que corresponde al resultado en el dominio de  $s$ . Es posible que se necesite reordenar la transformada para que tenga la misma forma que aparece en la tabla. Las siguientes son algunas inversiones útiles de este tipo. En la tabla del apéndice podrá consultar otras más.

1. Con  $\frac{1}{s+a}$  se obtiene  $e^{-at}$
2. Con  $\frac{a}{s(s+a)}$  se obtiene  $(1 - e^{-at})$
3. Con  $\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$  se obtiene  $e^{-at} - e^{-bt}$



4. Con  $\frac{s}{(s+a)^2}$  se obtiene  $(1-at)e^{-at}$

5. Con  $\frac{a}{s^2(s+a)}$  se obtiene  $t - \frac{1-e^{-at}}{a}$

En las siguientes secciones se ilustra la aplicación de lo anterior en sistemas de primer y segundo orden.

## 11.2 Sistemas de primer orden

Considere un sistema donde la relación entre la entrada y la salida está representada por una ecuación diferencial de primer orden, como la siguiente:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

donde  $a_1$ ,  $a_0$  y  $b_0$  son constantes,  $y$  es la entrada y  $x$  la salida, ambas funciones del tiempo. La transformada de Laplace de ésta, suponiendo que todas las condiciones iniciales son cero, es:

$$a_1 sX(s) + a_0 X(s) = b_0 Y(s)$$

y entonces, la función de transferencia  $G(s)$  se expresa como:

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_0}{a_1 s + a_0}$$

Al reordenar la ecuación anterior se obtiene:

$$G(s) = \frac{b_0/a_0}{(a_1/a_0)s + 1} = \frac{G}{\tau s + 1}$$

donde  $G$  es la *ganancia* del sistema cuando existen condiciones de estado estacionario, es decir, no tiene término  $dx/dt$ . ( $a_1/a_0$ ) es la constante de tiempo,  $\tau$ , del sistema (consulte la sección 10.2.3).

Cuando un sistema de primer orden se somete a una entrada tipo escalón unitario,  $Y(s) = 1/s$  y la transformada de la salida,  $X(s)$ , es:

$$X(s) = G(s)Y(s) = \frac{G}{s(\tau s + 1)} = G \frac{(1/\tau)}{s(s + 1/\tau)}$$

Por lo tanto, dado que la transformada tiene la forma  $a/s(s+a)$ , mediante la segunda transformada inversa de la lista de la sección anterior se obtiene:

$$x = G(1 - e^{-t/\tau})$$

Los siguientes ejemplos ilustran los puntos anteriores, considerando la función de transferencia de un sistema de primer orden y observando su comportamiento cuando se somete a una entrada tipo escalón.

1. Considere un circuito que tiene una resistencia,  $R$ , en serie con una capacitancia,  $C$ . La entrada del circuito es  $v$  y la salida es la diferencia de potencial en el capacitor,  $v_C$ . La ecuación diferencial que relaciona la entrada y la salida es:

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$

Determine la función de transferencia.

Reemplazando la transformada de Laplace y suponiendo que todas las condiciones iniciales son cero, entonces:

$$V(s) = RCsV_C(s) + V_C(s)$$

Por lo tanto, la función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{V_C(s)}{V(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

2. Considere un termopar cuya función de transferencia, que vincula la salida de voltaje,  $V$ , con la entrada de temperatura es:

$$G(s) = \frac{30 \times 10^{-6}}{10s + 1} \text{ V/}^\circ\text{C}$$

Determine la respuesta del sistema cuando se somete a una entrada tipo escalón de magnitud  $100^\circ\text{C}$  y del tiempo que tarda en llegar al 95% del valor de estado estacionario.

Puesto que la transformada de la salida es igual al producto de la función de transferencia y la transformada de la entrada, entonces:

$$V(s) = G(s) \times \text{entrada}(s)$$

La entrada escalón de  $100^\circ\text{C}$ , es decir, la temperatura del termopar se aumenta en forma abrupta en  $100^\circ\text{C}$ , es  $100/s$ . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} V(s) &= \frac{30 \times 10^{-6}}{10s + 1} \times \frac{100}{s} = \frac{30 \times 10^{-4}}{10s(s + 0.1)} \\ &= 30 \times 10^{-4} \frac{0.1}{s(s + 0.1)} \end{aligned}$$

El elemento fraccionario es de la forma  $a/s(s + a)$ , por lo que su transformada inversa es:

$$V = 30 \times 10^{-4} (1 - e^{-0.1t}) \text{ V}$$

El valor final, es decir, el valor de estado estacionario, se alcanza cuando  $t \rightarrow \infty$ , y es así cuando el término exponencial es cero. El valor final es, por lo tanto,  $30 \times 10^{-4} \text{ V}$ . De esta manera, el tiempo para alcanzar el 95% está expresado por:



$$0.95 \times 30 \times 10^{-4} = 30 \times 10^{-4} (1 - e^{-0.1t})$$

Por lo tanto,  $0.05 = e^{-0.1t}$  y  $\ln 0.05 = -0.1t$ . El tiempo es, por lo tanto, 30 s.

3. Suponga que el sistema anterior de termopar está sujeto a una entrada tipo rampa de  $5t$  °C/s, es decir, la temperatura aumenta 5 °C cada segundo. Determine cómo varía el voltaje del termopar con el tiempo y cuál es el voltaje después de 12 s.

La transformada de la señal tipo rampa es  $5/s^2$ . Por lo tanto:

$$V(s) = \frac{30 \times 10^{-6}}{10s + 1} \times \frac{5}{s^2} = 150 \times 10^{-6} \frac{0.1}{s^2(s + 0.1)}$$

Para obtener la transformada se utiliza el elemento 5 de la lista presentada en la sección anterior. Por lo tanto:

$$V = 150 \times 10^{-6} \left( t - \frac{1 - e^{-0.1t}}{0.1} \right)$$

Después de 12 s se tiene:  $V = 7.5 \times 10^{-4}$  V.

4. Considere una entrada tipo impulso de magnitud 100 °C, es decir, el termopar se somete a un aumento de temperatura momentáneo de 100 °C. Determine cómo varía el voltaje del termopar en función del tiempo y cuánto vale el voltaje después de 2 s.

La transformada del impulso es igual a 100. Por lo tanto:

$$V(s) = \frac{30 \times 10^{-6}}{10s + 1} \times 100 = 3 \times 10^{-4} \frac{1}{s + 0.1}$$

Por lo tanto,  $V = 3 \times 10^{-4} e^{-0.1t}$  V. Después de 2 s, el voltaje del termopar es  $V = 1.8 \times 10^{-4}$  V.

### 11.3 Sistemas de segundo orden

Para un sistema de segundo orden, la relación entre la entrada,  $y$ , y la salida,  $x$ , está representada por una ecuación diferencial de la forma:

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

donde  $a_2$ ,  $a_1$ ,  $a_0$  y  $b_0$  son constantes. La transformada de Laplace de esta ecuación, cuando todas las condiciones iniciales son cero, es:

$$a_2 s^2 X(s) + a_1 s X(s) + a_0 X(s) = b_0 Y(s)$$

Por lo tanto:

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Otra forma de representar la ecuación diferencial de un sistema de segundo orden es:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = b_0\omega_n^2 y$$

donde  $\omega_n$  es la frecuencia angular natural con la que oscila el sistema y  $\zeta$  el coeficiente de amortiguamiento. La transformada de Laplace de esta ecuación es:

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_0\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Las anteriores son las formas generales de la función de transferencia de un sistema de segundo orden.

Cuando un sistema de segundo orden se somete a una entrada tipo escalón unitario, es decir,  $Y(s) = 1/s$ , la transformada de la salida es:

$$X(s) = G(s)Y(s) = \frac{b_0\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

La cual se reagrupa de la siguiente manera:

$$X(s) = \frac{b_0\omega_n^2}{s(s + p_1)(s + p_2)}$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son las raíces de la ecuación

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

De esta manera, usando la ecuación para las raíces de una ecuación cuadrática:

$$p = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{4\zeta^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2}}{2}$$

y, por lo tanto:

$$p_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad \text{y} \quad p_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Cuando  $\zeta > 1$  el término de la raíz cuadrada es real y el sistema está sobreamortiguado. Para determinar la transformada inversa se puede recurrir a fracciones parciales (consulte el apéndice) para desglosar la expresión en varias fracciones simples, o utilizar el elemento 14 de la tabla de transformadas del apéndice; en ambos casos, el resultado es:

$$x = \frac{b_0\omega_n^2}{p_1 p_2} \left[ 1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} e^{-p_2 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{-p_1 t} \right]$$

Cuando  $\zeta = 1$  el término de la raíz cuadrada es cero y, por lo tanto,  $p_1 = p_2 = -\omega_n$ . El sistema está críticamente amortiguado. La ecuación es ahora:



$$X(s) = \frac{b_0 \omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2}$$

Esta ecuación se puede descomponer en fracciones parciales (consulte el apéndice), para obtener:

$$X(s) = b_0 \omega_n^2 \left[ \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_n} - \frac{\omega_n}{(s + \omega_n)^2} \right]$$

Por lo tanto:

$$x = b_0 \omega_n^2 [1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t}]$$

Cuando  $\xi < 1$ , empleando el elemento 28 de la tabla del apéndice, se obtiene:

$$x = b_0 \left[ 1 - \frac{e^{-\xi \omega_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \left( \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi \right) \right]$$

donde  $\cos \phi = \xi$ . Ésta es una oscilación subamortiguada.

Los siguientes ejemplos ilustran lo anterior:

1. ¿Cuál es el estado de amortiguamiento de un sistema que tiene una entrada tipo escalón unitario y su función de transferencia es la siguiente?

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 8s + 16}$$

Para una entrada tipo escalón unitario  $Y(s) = 1/s$ , por lo que la transformada de la salida es:

$$X(s) = G(s)Y(s) = \frac{1}{s(s^2 + 8s + 16)} = \frac{1}{s(s + 4)(s + 4)}$$

Las raíces de  $s^2 + 8s + 16$  son  $p_1 = p_2 = -4$ . Ambas raíces son reales e iguales, por lo que el sistema está críticamente amortiguado.

2. La siguiente función de transferencia del brazo de un robot está sometida a una entrada tipo rampa unitaria. ¿Cuál será la salida?

$$G(s) = \frac{K}{(s + 3)^2}$$

La transformada de la salida  $X(s)$  es:

$$X(s) = G(s)Y(s) = \frac{K}{(s + 3)^2} \times \frac{1}{s^2}$$

Utilizando fracciones parciales (consulte el apéndice), se obtiene:

$$X(s) = -\frac{2K}{27s} + \frac{K}{9s^2} + \frac{2K}{27(s + 3)} + \frac{K}{9(s + 3)^2}$$

Y la transformada inversa es:

$$x = -\frac{2}{27}K + \frac{1}{9}Kt + \frac{2}{27}Ke^{-3t} + \frac{1}{9}Kte^{-3t}$$

## 11.4 Sistemas en serie

Cuando un sistema está formado por varios subsistemas en serie, como en la figura 11.2, la función de transferencia del sistema,  $G(s)$ , es la siguiente:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{X_1(s)}{Y(s)} \times \frac{X_2(s)}{X_1(s)} \times \frac{X(s)}{X_2(s)} \\ &= G_1(s) \times G_2(s) \times G_3(s) \end{aligned}$$

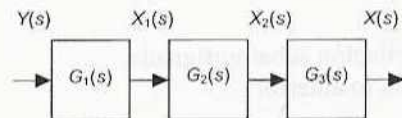


Figura 11.2 Sistemas en serie

La función de transferencia del sistema como un todo es el producto de las funciones de transferencia de cada elemento de la serie. Se supone que cuando los subsistemas están enlazados, los bloques no interactúan entre sí, lo cual produciría cambios en las funciones de transferencia. Así, si los subsistemas son circuitos eléctricos puede haber problemas cuando los circuitos interactúan y se cargan entre sí.

Los siguientes ejemplos ilustran lo anterior:

1. ¿Cuál es la función de transferencia de un sistema que está formado por tres elementos conectados en serie, siendo las funciones de transferencia de éstos 10,  $2/s$  y  $4/(s+3)$ ?

Con base en la ecuación deducida anteriormente:

$$G(s) = 10 \times \frac{2}{s} \times \frac{4}{s+3} = \frac{80}{s(s+3)}$$

2. Un motor de cd controlado por campo está formado por tres subsistemas conectados en serie: el circuito de campo, la bobina de la armadura y la carga. En la figura 11.3 se ilustra el arreglo anterior y las funciones de transferencia de cada uno de los subsistemas. Determine la función de transferencia total del sistema.

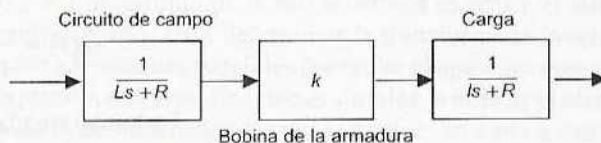


Figura 11.3 Motor de cd controlado por campo

La función de transferencia total es el producto de las funciones de transferencia de los elementos en serie. Por lo tanto:

$$G(s) = \frac{1}{Ls+R} \times k \times \frac{1}{Is+c} = \frac{k}{(Ls+R)(Is+c)}$$



## 11.5 Sistemas con lazos de retroalimentación

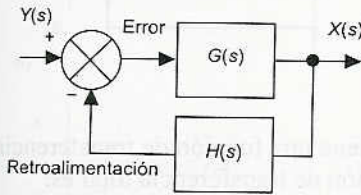


Figura 11.4 Sistema de retroalimentación negativa

La figura 11.4 muestra un sistema sencillo con retroalimentación negativa. Cuando existe *retroalimentación negativa* la entrada del sistema y las señales de retroalimentación se restan en el punto de suma. El término *ruta en sentido directo* designa la ruta en que aparece la función de transferencia  $G(s)$  en la figura; y *ruta de retroalimentación* es la que contiene a  $H(s)$ . A todo el sistema se le conoce como *sistema de lazo cerrado*.

Para el sistema de retroalimentación negativa, la entrada al subsistema que contiene la función de transferencia de la ruta en sentido directo,  $G(s)$ , es  $Y(s)$  menos la señal de retroalimentación. El lazo de retroalimentación contiene la función de transferencia  $H(s)$  y su entrada es  $X(s)$ , por lo tanto, la señal de retroalimentación es  $H(s)X(s)$ . Así, el elemento  $G(s)$  tiene una entrada de  $Y(s) - H(s)X(s)$  y una salida de  $X(s)$ , por lo tanto:

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s) - H(s)X(s)}$$

Al reordenar la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Por lo tanto, la función de transferencia general del sistema de retroalimentación negativa,  $T(s)$ , es:

$$T(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Los siguientes ejemplos ilustran lo anterior:

1. ¿Cuál será la función de transferencia general de un sistema de lazo cerrado cuya función de transferencia de ruta en sentido directo es  $2/(s+1)$  y la función de transferencia de la ruta de retroalimentación negativa es  $5s$ ?

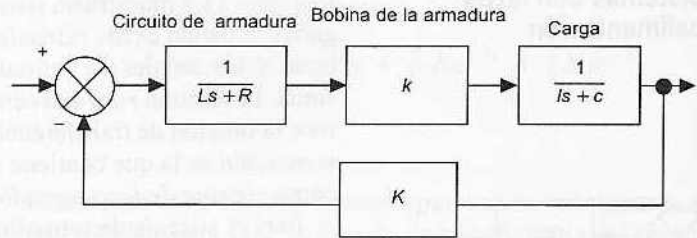
Con base en la ecuación antes deducida:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{2/(s+1)}{1 + [2/(s+1)]5s} = \frac{2}{11s+1}$$

2. Considere un motor de cd controlado por armadura (figura 11.5). Su ruta en sentido directo consta de tres elementos: el circuito de la armadura, cuya función de transferencia es  $1/(Ls + R)$ , la bobina de la armadura con una función de transferencia  $k$  y la carga con una función de transferencia  $1/(Js + c)$ . Hay una ruta de retroalimentación negativa con una función de transferencia  $K$ . Determine la función de transferencia total del sistema.

La función de transferencia de la ruta en sentido directo de los elementos en serie es:

$$G(s) = \frac{1}{Ls + R} \times k \times \frac{1}{Js + c} = \frac{k}{(Ls + R)(Js + c)}$$

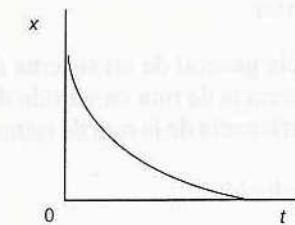


**Figura 11.5** Motor de cd controlado por armadura

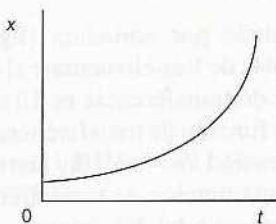
La ruta de retroalimentación tiene una función de transferencia igual a  $K$ . Por lo tanto, la función de transferencia total es:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{\frac{k}{(Ls + R)(Is + c)}}{1 + \frac{kK}{(Ls + R)(Is + c)}} = \frac{k}{(Ls + R)(Is + c) + kK}$$

### 11.6 Efecto de la ubicación de los polos en la respuesta transitoria



a)



b)

**Figura 11.6** Sistemas de primer orden: a) cuando la raíz es negativa; b) cuando la raíz es positiva

Considere un sistema de primer orden cuya función de transferencia es  $1/(s + 1)$  y que está sometido a una entrada tipo impulso unitario. La salida del sistema  $X(s) = [1/(s + 1)] \times 1$  y, por lo tanto,  $x = e^{-t}$ . Al pasar el tiempo,  $t$ , la salida disminuye hasta que se convierte en cero. Ahora considere la entrada tipo impulso unitario de un sistema cuya función de transferencia es  $1/(s - 1)$ . La salida es, entonces,  $x = e^t$ . Conforme  $t$  aumenta, también aumenta la salida. Así, un impulso momentáneo que entra al sistema ha producido una salida creciente; el sistema que tiene este valor como polo es inestable. Entonces, en general, en un sistema de primer orden cuya función de transferencia es  $1/(s + p)$ , el sistema es estable si el polo  $p$  es positivo, e inestable si es negativo (figura 11.6).

Para un sistema de segundo orden con función de transferencia

$$G(s) = \frac{b_0 \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

cundo el sistema está sometido a una entrada tipo impulso unitario:

$$X(s) = \frac{b_0 \omega_n^2}{(s + p_1)(s + p_2)}$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son las raíces de la ecuación:

$$s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Con base en la ecuación para determinar las raíces de una ecuación cuadrática:



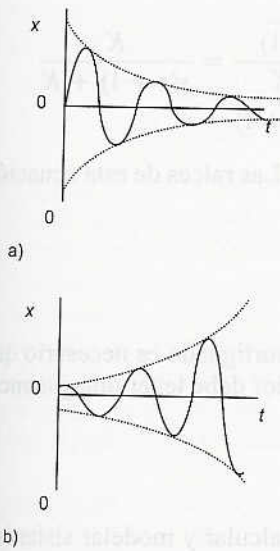


Figura 11.7 Sistemas de segundo orden

$$p = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{4\zeta^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Dependiendo del valor del factor de amortiguamiento, el término dentro del radical puede ser real o imaginario. Si es imaginario, en la salida está presente una oscilación. Por ejemplo, supongamos un sistema de segundo orden cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{1}{[s - (-2 + j1)][s - (-2 - j1)]}$$

es decir,  $p = -2 \pm j1$ . Cuando el sistema recibe una entrada tipo impulso unitario, la salida es  $e^{-2t} \sin t$ . La amplitud de la oscilación, es decir,  $e^{-2t}$ , disminuye conforme aumenta el tiempo, por lo que el efecto del impulso es una oscilación que disminuye de manera gradual (figura 11.7a). El sistema es estable.

Supongamos ahora un sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{1}{[s - (2 + j1)][s - (2 - j1)]}$$

es decir,  $p = +2 \pm j1$ . Cuando este sistema recibe una entrada tipo impulso unitario, la salida es  $e^{2t} \sin t$ . La amplitud de la oscilación, es decir,  $e^{2t}$ , aumenta cuando el tiempo aumenta (figura 11.7b). El sistema es inestable.

En general, cuando al sistema se aplica un impulso, la salida adquiere la forma de la suma de diversos términos exponenciales. Si sólo uno de estos términos es de crecimiento exponencial, la salida continúa creciendo y el sistema es inestable. Cuando hay pares de polos en los que hay términos imaginarios  $\pm$ , la salida es una oscilación.

### 11.6.1 Compensación

La salida de un sistema puede ser inestable, o quizás la respuesta sea demasiado lenta, o haya demasiado sobreimpulso. Para modificar las respuestas de los sistemas a determinadas entradas se utilizan *compensadores*. Un compensador es un bloque que se incorpora al sistema para modificar la función de transferencia total del sistema y así poder obtener las características requeridas.

Como ejemplo del uso de un compensador, considere un sistema de control de posición que tiene una retroalimentación negativa con función de transferencia de 1 y dos subsistemas en su ruta en sentido directo: un compensador con una función de transferencia igual a  $K$  y un sistema motor/actuador con función de transferencia  $1/s(s+1)$ . ¿Qué valor de  $K$  se necesita para que el sistema esté críticamente amortiguado? La trayectoria directa tiene función de transferencia de  $K/s(s+1)$  y la ruta de retroalimentación tiene una función de transferencia igual a 1. Por lo tanto, la función de transferencia total del sistema es:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+1)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)}} = \frac{K}{s(s+1) + K}$$

El denominador es, entonces,  $s^2 + s + K$ . Las raíces de esta ecuación son:

$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4K}}{2}$$

Para que sea un sistema críticamente amortiguado es necesario que  $1 - 4K = 0$  y, por lo tanto, el compensador debe tener una ganancia proporcional de  $K = 1/4$ .

## 11.7 MATLAB y SIMULINK

Existe software con el cual es posible calcular y modelar sistemas. Un programa que se usa con frecuencia es MATLAB. La siguiente es una breve introducción a MATLAB (una marca registrada de Mathworks, Inc.) versión 4.0, o posterior. Para información adicional se sugiere consultar la respectiva guía del usuario, u obras como *The MATLAB Handbook* de Eva Pärt-Enander, Anders Sjöberg, Bo Melin y Pernilla Isaksson (Addison-Wesley, 1996) y *Using MATLAB to Analyse and Design Control Systems*, 2ª. Ed., de Naomi Ehrlich Leonard y William S. Levone (Addison-Wesley, 1995).

Los comandos se introducen digitándolos en seguida del indicador (>, prompt) y oprimiendo la tecla intro (return), con lo cual se ejecuta el comando respectivo. En la siguiente explicación de los comandos no se repetirá la indicación para oprimir la tecla intro o return, sino que se dará por supuesta en todos los casos. Para iniciar MATLAB en los sistemas Windows o Macintosh, haga clic en el icono de MATLAB, o digite "matlab". En la pantalla aparecerá el indicador de MATLAB >>. Para salir de MATLAB digite "quit" o "exit" (salir) a continuación del indicador. Dado que MATLAB es un programa que distingue entre mayúsculas y minúsculas, para escribir todos los comandos deben usarse letras minúsculas.

Si digita "help" (ayuda) después del indicador, o selecciona "help" de la barra de menú en la parte superior de la ventana de MATLAB, aparecerá una lista de temas de ayuda sobre MATLAB. Para obtener información sobre un tema determinado de la lista, por ejemplo, exponentes, digite "help ex". Si digita "lookfor" (busca) y un tema determinado indicará a MATLAB que busque información sobre dicho tema, por ejemplo si digita "lookfor integ" aparecerán diversos comandos que sirven para integrar.

En general, las operaciones matemáticas se introducen en MATLAB de la misma manera que se escribirían en papel. Por ejemplo:

```
>> a = 4/2
```

da como respuesta:



```
a =
    2
```

y:

```
>> a = 3*2
```

da como respuesta:

```
a =
    6
```

Las operaciones se realizan de acuerdo con el siguiente orden: ^ potenciación, \* multiplicación, / división, + suma, - resta. El orden de precedencia de los operadores es de izquierda a derecha; mediante paréntesis se modifica el orden anterior. Por ejemplo:

```
>> a = 1+2^3/4*5
```

da como respuesta:

```
a =
   11
```

dado que  $2^3/4$  multiplicado por 5, a lo cual se suma 1; por otra parte:

```
>> a = 1+2^3/(4*5)
```

da como respuesta:

```
a =
   1.4
```

dado que  $2^3$  dividido por el producto de 4 por 5, y luego sumado a 1.

Las siguientes son algunas de las funciones matemáticas con las que cuenta MATLAB:

abs(x)	Da el valor absoluto de x, es decir,  x
exp(x)	Da la exponencial de x, es decir, $e^x$
log(x)	Da el logaritmo natural de x, es decir, $\ln x$
log10(x)	Da el logaritmo base 10 de x, es decir, $\log_{10} x = \log x$
sqrt(x)	Da la raíz cuadrada de x, es decir $\sqrt{x}$
sin(x)	Da el sen x, donde x está en radianes
cos(x)	Da el cos x, donde x está en radianes
tan(x)	Da la tan x, donde x está en radianes
asin(x)	Da el arcsen x, es decir, $\sin^{-1} x$
acos(x)	Da el arccos x, es decir, $\cos^{-1} x$
atan(x)	Da el arctan x, es decir, $\tan^{-1} x$
csc(x)	Da $1/\sin x$
sec(x)	Da $1/\cos x$
cot(x)	Da $1/\tan x$

para introducir  $\pi$  se escribe pi.

En vez de escribir una serie de comandos en el indicador, se puede preparar un archivo de texto y después ejecutarlos haciendo que MATLAB se refiera a dicho archivo. Para referirse a ellos se utiliza el término archivo-M, dado que estos archivos de texto con comandos MATLAB consecutivos tienen el sufijo .m. Al escribir este tipo de archivos, la primera línea debe iniciar con la palabra function

(función) seguida por una aseveración que identifique el nombre de la función (function name), y la entrada y la salida de la siguiente manera:

function [salida] = function name [entrada]

Por ejemplo, function y=cotan(x) es el archivo que se utiliza para determinar el valor de y dado por cotan x. Este archivo se puede invocar con una secuencia de comandos de MATLAB, escribiendo el nombre seguido de la entrada, por ejemplo, cotan(x). Esta función ya está incluida en MATLAB y se usa cuando se necesita la cotangente de x. Sin embargo, este archivo también lo puede preparar el usuario. Las funciones que tienen varias entradas deben especificarlas todas en el enunciado de la función. Por otra parte, cuando una función produce varios valores, será necesario listar todas las salidas posibles.

Las líneas que inician con % son líneas de comentarios; MATLAB no las interpreta como comandos. Por ejemplo, supongamos que preparamos un programa para calcular los valores de la raíz cuadrática media de una columna de datos. El programa sería el siguiente:

```
function y=rms(x)
% rms Root mean square
% rms(x) da el valor cuadrático medio de los
% elementos del vector columna x.
xs=x^2;
s=size(x);
y=sqrt(sum(xs)/s);
```

Se ha definido xs como los valores cuadráticos de cada valor de x. Con el comando s=size(x) se obtiene la magnitud, es decir, la cantidad de entradas de la columna de datos. Mediante el comando y=sqrt(sum(xs)/s(1)) se obtiene la raíz cuadrada de la suma de todos los valores xs dividida entre s. El comando ";" se coloca al final de cada línea del programa.

MATLAB cuenta con diversas cajas de herramientas que contienen colecciones de archivos M. De particular importancia para este libro es la caja de herramientas "Control System" (sistema de control), que permite obtener la respuestas en tiempo de un sistema que tiene entradas tipo impulso, escalón, rampa, etcétera, así como el análisis de Bode, Nyquist, lugar de las raíces, etcétera.

### 11.7.1 Graficación

Para producir gráficas lineales de dos dimensiones se utiliza el comando "plot(x,y)", el cual permite la graficación de los valores de x y y. Por ejemplo:

```
x=[0 1 2 3 4 5];
y=[0 1 4 9 16 25];
plot(x,y)
```



Para graficar una función, ya sea estándar o definida por el usuario, se utiliza el comando `fplot(function name,lim)`, donde `lim` define el intervalo de graficación, es decir, los valores máximo y mínimo de  $x$ .

El comando `"semilogx(x,y)"` genera una gráfica de los valores de  $x$  y  $y$  utilizando una escala logarítmica para  $x$  y una escala lineal para  $y$ . El comando `"semilogy(x,y)"` produce una gráfica de los valores de  $x$  y  $y$ , con una escala lineal para  $x$  y una escala logarítmica para  $y$ . El comando `"loglog(x,y)"` genera una gráfica de los valores de  $x$  y  $y$  en la cual las escalas para  $x$  y  $y$  son logarítmicas. El comando `"polar(theta,r)"` produce una gráfica en coordenadas polares, siendo  $\theta$  el argumento en radianes y  $r$  la magnitud.

Con el comando `"subplot"` se obtiene la división de la ventana de gráficas; y en cada subdivisión coloca gráficas. Por ejemplo:

```
x=[0 1 2 3 4 5 6 7];
y=exp(x);
subplot(2,1,1);plot(x,y);
subplot(2,1,2);semilogy(x,y);
```

En el comando `"subplot(m,n,p)"`; los dígitos  $m$  y  $n$  indican que la ventana de gráficas se dividirá en una cuadrícula de  $m \times n$  de ventanas más pequeñas;  $m$  es el número de hileras,  $n$  el número de columnas y el dígito  $p$  especifica que subventana se usa para la gráfica. Las subventanas se numeran por hilera, de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Por lo tanto, la secuencia de comandos anterior divide la ventana en dos partes, una gráfica arriba de la otra; la gráfica de arriba es una gráfica lineal y la inferior es una gráfica semilogarítmica.

El número y tipo de líneas de la cuadrícula, el color de la gráfica y la inclusión de texto en una gráfica se pueden seleccionar. El comando `"print"` (imprimir) se utiliza para imprimir una copia dura de una gráfica, ya sea en un archivo o en una impresora. Para ello, se elige el menú archivo (file) de la ventana de la figura y eligiendo la opción imprimir (print).

### 11.7.2 Funciones de transferencia

Las siguientes líneas de un programa MATLAB ilustran cómo especificar una función de transferencia y presentarla en pantalla:

```
% G(s)=4(s + 10)/(s + 5)(s + 15)
num=4*[1 10];
den=conv([1 5],[1 15]);
printsys(num,den,'s')
```

El comando `"num"` se usa para especificar el numerador de la función de transferencia, en potencias decrecientes de  $s$ . El comando `"den"` sirve para indicar el denominador en potencias decrecientes de  $s$  para cada uno de los dos polinomios del denominador. El comando `"conv"` multiplica dos polinomios, que en este caso son  $(s + 5)$  y  $(s + 15)$ . El comando `"printsys"` produce la presentación en

pantalla de la función de transferencia, con numerador y denominador especificados y escritos en el dominio de  $s$ .

En ocasiones la función de transferencia se presenta como el cociente de dos polinomios y es necesario determinar los polos y ceros. En este caso se utiliza:

```
% Encontrar los polos y ceros de la función de transferencia
%  $G(s) = (5s^2 + 3s + 4)/(s^3 + 2s^2 + 4s + 7)$ 
num=[5 3 4];
den=[1 2 4 7];
[z,p,k]=tf2zp(num,den)
```

$[z,p,k]=tf2zp(num,den)$  es el comando para determinar y presentar los ceros ( $z$ ), los polos ( $p$ ) y la ganancia ( $k$ ) de la función de transferencia introducida.

Con MATLAB es posible obtener gráficas en las que se muestra la respuesta de un sistema para diversas entradas. Por ejemplo, con el siguiente programa se obtiene la respuesta del sistema a una entrada tipo escalón unitario,  $u(t)$ , el cual tienen una función de transferencia dada:

```
% Muestra la respuesta a una entrada de escalón para un sistema
% con función de transferencia  $G(s) = 5/(s^2 + 3s + 12)$ 
num=5;
den=[1 3 12];
step(num,den)
```

### 11.7.3 Diagramas de bloques

Es común representar a los sistemas de control como una serie de bloques unidos entre sí, cada uno de los cuales tiene características específicas. Utilizando MATLAB se construyen los sistemas uniendo diversos bloques. Los comandos utilizados son “cloop” cuando un bloque que tiene determinada función de transferencia en lazo abierto tiene una retroalimentación unitaria. Si ésta no es unitaria, se utiliza el comando “feedback”. Por ejemplo, a la figura 11.8 corresponde el programa:

```
% Sistema con retroalimentación
ngo=[1 1];
dgo=conv([1 3],[1 4]);
nh=[1 3];
dh=[1 4];
[ngc2,dgc2]=feedback(ngo,dgo,nh,dh);
printsys(ngc2,dgc2,'s')
```

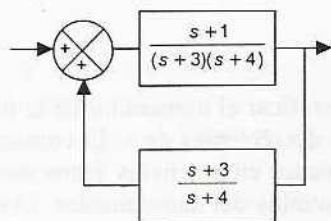


Figura 11.8 Diagrama de bloques

$ngo$  y  $dgo$  indican el numerador y denominador de la función de transferencia en lazo abierto,  $G_o(s)$ ,  $nh$  y  $dh$  son el numerador y denominador, respectivamente, de la función de transferencia del lazo de retroalimentación,  $H(s)$ . El programa presenta en pantalla la función de transferencia del sistema total.



El comando “series” (en serie) indica que dos bloques están en serie en determinada ruta; el comando “parallel” (en paralelo) indica que dichos bloques están en paralelo.

#### 11.7.4 SIMULINK

SIMULINK se utiliza con MATLAB para especificar sistemas ‘mediante la conexión’ de cajas en la pantalla, en vez de escribir una serie de comandos para producir la descripción del diagrama de bloques. Una vez iniciado MATLAB, se ejecuta SIMULINK con el comando “>simulink”. A continuación se abre la ventana de control del SIMULINK, y junto con ella aparecen sus iconos y menús desplegables en su barra superior. Haga clic en “file” (archivo), luego clic en “new” (nuevo) en el menú desplegable. Esto abre una ventana en la cual se armará el nuevo sistema.

Para iniciar el armado de los bloques necesarios, regrese a la ventana de control y haga doble clic en el icono “linear” (lineal). Haga clic y arrastre el icono “transfer Fcn” a la nueva ventana que todavía no tiene título. Si necesita un bloque para la ganancia, haga clic y arrastre el icono “gain” (ganancia) a la ventana sin título. Repita lo anterior con el icono “sum” (suma) y, quizás, también con el icono “integrator” (integrador). De esta misma manera, vaya arrastrando todos los iconos que necesite y déjelos en la ventana sin título. Ahora haga doble clic en el icono “Sources” (fuentes) y elija la fuente apropiada del menú, por ejemplo, la entrada “step” (escalón), arrástrelo a la ventana que no tiene nombre. Haga doble clic en el icono “sinks” (sumideros) y arrastre el icono “graph” (gráfica) hasta la ventana sin título. Para conectar los iconos, oprima el botón del ratón mientras la flecha del ratón está en el símbolo de salida de un icono y arrastre éste hasta el símbolo de entrada del icono que se desea conectar. Repita lo anterior con todos los iconos, hasta terminar de armar todo el diagrama de bloques.

Para asignar, a la caja de “transfer Fcn”, una determinada función de transferencia, haga doble clic en dicha caja. Aparecerá un cuadro de diálogo en la que puede introducir comandos de MATLAB para numerador y denominador. Haga clic en el numerador y si requiere  $(s + 1)$  digite [1 1]. Haga clic en el denominador y si necesita  $(s^2 + 2s + 3)$  digite [1 2 3]. Luego haga clic en el icono “done” (terminar). Haga doble clic en el icono “gain” ganancia y digite el valor de la ganancia. Haga doble clic en el icono “sum” suma y ponga los signos + o - según se necesite una retroalimentación positiva o negativa. Haga doble clic en el icono “graph” y defina los parámetros de la gráfica. Ahora ya tiene todo el diagrama de la simulación en la pantalla, el cual se muestra en la figura 11.9. Para borrar bloques o conexiones, selecciónelos haciendo clic sobre ellos y luego oprima la tecla <DEL>.

Para simular el comportamiento del sistema, haga clic en “Simulation” (simulación), para desplegar su menú. Seleccione “Parameters” (parámetros) y defina los momentos de inicio y de terminación de la simulación. En el menú “Simulation”, elija “Start” (inicio).

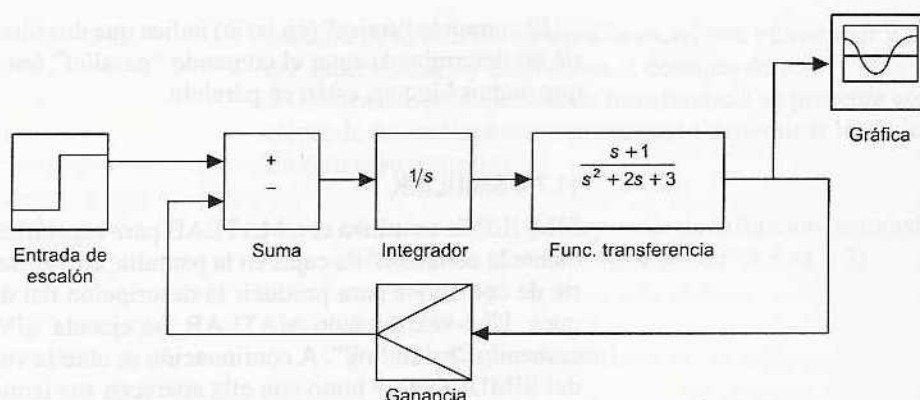


Figura 11.9 Ejemplo de empleo de SIMULINK

SIMULINK creará una ventana para graficación y presentará en forma visual la salida correspondiente del sistema. Ahora guarde el archivo seleccionando "File" (archivo) y haga clic en "SAVE AS" (GUARDAR COMO) en el menú desplegable. Inserte el nombre del archivo en el cuadro de diálogo y haga clic en "Done".

## Problemas

1. ¿Cuáles son las funciones de transferencia de los sistemas cuyas relaciones de entrada/salida son las siguientes?

a) Un sistema hidráulico cuya entrada es  $q$  y su salida  $h$ :

$$q = A \frac{dh}{dt} + \frac{\rho gh}{R}$$

b) Un sistema de resorte-amortiguador-masa, cuya entrada es  $F$  y su salida,  $x$ , donde:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

c) Un circuito  $RLC$  cuya entrada es  $v$  y su salida,  $v_C$ , donde:

$$v = RC \frac{dv_C}{dt} + LC \frac{d^2 v_C}{dt^2} + v_C$$

2. ¿Cuáles son las constantes de tiempo de los sistemas cuyas funciones de transferencia son las siguientes?

$$\text{a) } G(s) = \frac{5}{3s+1} \quad \text{y} \quad \text{b) } G(s) = \frac{3}{2s+3}$$

3. Determine cómo varían con el tiempo las salidas de los siguientes sistemas al someterlos a una entrada tipo escalón unitario en el instante  $t = 0$ .

$$\text{a) } G(s) = \frac{2}{s+2} \quad \text{y} \quad \text{b) } G(s) = \frac{10}{s+5}$$

4. ¿Cuál es el estado de amortiguamiento de los sistemas cuyas funciones de transferencia son las siguientes?



$$\text{a) } G(s) = \frac{5}{s^2 - 6s + 16} \quad \text{y} \quad \text{b) } G(s) = \frac{10}{s^2 + s + 100}$$

$$\text{c) } G(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + 2s + 1} \quad \text{y} \quad \text{d) } G(s) = \frac{3s + 20}{s^2 + 2s + 20}$$

5. ¿Cuál es la salida de un sistema con la siguiente función de transferencia y que se somete a una entrada tipo escalón unitario en el instante  $t = 0$ ?

$$G(s) = \frac{s}{(s + 3)^2}$$

6. ¿Cuál es la salida de un sistema cuya función de transferencia es la siguiente y que se somete a un impulso unitario?

$$G(s) = \frac{2}{(s + 3)(s + 4)}$$

7. ¿Cuáles son las funciones de transferencia totales de los siguientes sistemas de retroalimentación negativa?

$$\text{a) Ruta en sentido directo } G(s) = \frac{4}{s(s + 1)},$$

$$\text{ruta de retroalimentación } H(s) = \frac{1}{s}$$

$$\text{b) Ruta en sentido directo } G(s) = \frac{2}{s + 1},$$

$$\text{ruta de retroalimentación } H(s) = \frac{1}{s + 2},$$

$$\text{c) Ruta en sentido directo } G(s) = \frac{4}{(s + 2)(s + 3)},$$

$$\text{ruta de retroalimentación } H(s) = 5,$$

- d) Ruta en sentido directo con dos elementos en serie

$$G_1(s) = 2/(s + 2) \quad \text{y} \quad G_2(s) = 1/s.$$

$$\text{ruta de retroalimentación } H(s) = 10.$$

8. ¿Cuál es la función de transferencia total de un sistema de lazo cerrado cuya función de transferencia de ruta en sentido directo es  $5/(s + 3)$  y una función de transferencia de ruta de retroalimentación negativa igual a 10?

9. Un sistema de lazo cerrado tiene una ruta en sentido directo en la cual hay dos elementos en serie cuyas funciones de transferencia son 5 y  $1/(s + 1)$ . Si la ruta de retroalimentación tiene una función de transferencia  $2/s$ , ¿cuál es la función de transferencia total del sistema?

10. Un sistema de lazo cerrado tiene una ruta en sentido directo en la cual hay dos elementos en serie cuyas funciones de transferencia son 2 y  $1/(s + 1)$ . Si la función de transferencia de la ruta de retroalimentación es  $s$ , ¿cuál es la función de transferencia total del sistema?

# 12 Respuesta en frecuencia

## 12.1 Entrada senoidal

En los dos capítulos anteriores la atención se centró en la respuesta de los sistemas cuando las entradas son de tipo escalón, impulso y rampa. En este capítulo se ampliará el estudio y se considerarán entradas senoidales. Si bien en muchos sistemas de control no es frecuente encontrar entradas senoidales, éstas son útiles para realizar pruebas, ya que la forma en que el sistema responde a estas entradas es una muy buena fuente de información en la cual basar el diseño y el análisis de los sistemas.

Considere un sistema de primer orden que se describe por la siguiente ecuación diferencial:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

donde  $y$  es la entrada y  $x$  la salida. Suponga una entrada senoidal de amplitud unitaria  $y = \sin \omega t$ . ¿Cuál será la salida? Sabemos que cuando se suman  $a_1 dx/dt$  y  $a_0 x$  al final se obtiene la función senoidal  $b_0 \sin \omega t$ . Las senoides tienen la propiedad de que su diferenciación da como resultado también una senoide de la misma frecuencia [un coseno es una función senoidal:  $\sin(\omega t + 90^\circ)$ ]. El resultado es siempre el mismo, no importa cuántas veces se lleve a cabo la diferenciación. Por ello, es de esperar que la respuesta de estado estacionario de  $x$  también sea senoidal y con la misma frecuencia. La salida puede, sin embargo, diferir respecto de la entrada en la amplitud y la fase.

## 12.2 Fasores

Para estudiar las señales senoidales conviene utilizar *fasores*. Por ejemplo, la ecuación que representa una señal senoidal es  $v = V \sin(\omega t + \phi)$ , donde  $V$  es el valor pico,  $\omega$  la frecuencia angular y  $\phi$  el ángulo de fase. El fasor se representa por una línea de longitud  $|V|$



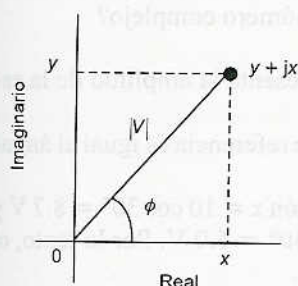


Figura 12.1 Representación compleja de un fasor

que forma un ángulo  $\phi$  con el eje de referencia. Las líneas  $|$  indican que al especificar la longitud del fasor lo único que nos interesa es su magnitud o tamaño. Al especificar una cantidad fasorial siempre hay que indicar la magnitud y el ángulo de fase correspondientes. La convención en general aceptada es representar al fasor con letras en negritas, no cursivas, por ejemplo:  $V$ . Cuando aparece este símbolo se entiende que existe una cantidad que tiene a la vez magnitud y ángulo.

Este fasor también se puede representar utilizando la notación de números complejos. Las magnitudes complejas se representan mediante  $(x + jy)$ , donde  $x$  es la parte real y  $y$  la parte imaginaria del número complejo. En una gráfica la parte imaginaria es el eje  $y$  y la parte real, el eje  $x$ ;  $x$  y  $y$  son las coordenadas cartesianas del punto que representa al número complejo (figura 12.1). Si consideramos la línea que une dicho punto con el origen de la gráfica como la representación del fasor, el ángulo de fase  $\phi$  del fasor es igual a:

$$\tan \phi = \frac{y}{x}$$

y, de acuerdo con el teorema de Pitágoras, su longitud es:

$$\text{Longitud del fasor } |V| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Puesto que  $x = |V| \cos \phi$  y  $y = |V| \sin \phi$ , se tiene que:

$$V = x + jy = |V| (\cos \phi + j \sin \phi)$$

Es decir, al especificar las partes real e imaginaria de un número complejo también se puede especificar un fasor.

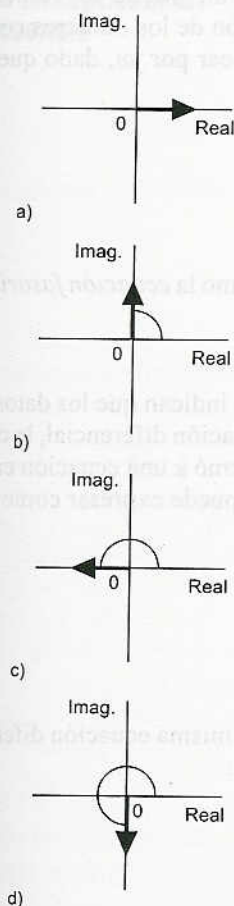
Considere un fasor de longitud 1 y ángulo de fase  $0^\circ$  (figura 12.2a). Su representación compleja es  $1 + j0$ . Ahora considere otro fasor con la misma longitud, pero con ángulo de fase de  $90^\circ$  (figura 12.2b). Su representación compleja es  $0 + j1$ . De esta manera, una rotación del fasor igual a  $90^\circ$  en sentido contrario a las manecillas del reloj corresponde a la multiplicación del fasor por  $j$ . Si este fasor se gira  $90^\circ$  más (figura 12.2c), de acuerdo con la misma regla de multiplicación, ahora el fasor original está multiplicado por  $j^2$ . El fasor es el mismo del principio, pero en dirección opuesta, es decir, multiplicado por  $-1$ . Por lo tanto,  $j^2 = -1$  y, así,  $j = \sqrt{-1}$ . La rotación del fasor original un total de  $270^\circ$ , es decir,  $3 \times 90^\circ$ , equivale a multiplicar el fasor original por  $j^3 = j(j^2) = -j$ .

Para un estudio más profundo de los números complejos y sus aplicaciones en la ingeniería, se recomienda consultar *Complex Numbers* de W. Bolton (Longman, 1994) de la serie Matemáticas para Ingenieros de la misma editorial.

Para ejemplificar lo anterior, suponga un voltaje,  $v$ , que varía en forma senoidal con el tiempo, de acuerdo con la ecuación:

$$v = 10 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$$

Figura 12.2 Rotación del fasor:  
a)  $0^\circ$ , b)  $90^\circ$ , c)  $180^\circ$ , d)  $270^\circ$



Si el voltaje anterior se representa mediante un fasor, ¿cuál es su a) longitud, b) su ángulo respecto al eje de referencia, c) su parte real e imaginaria cuando se representa como número complejo?

- El fasor tiene una longitud que representa la amplitud de la senoide  $y$ , por lo tanto, es 10 V.
- El ángulo del fasor respecto al eje de referencia es igual al ángulo de fase, es decir,  $30^\circ$ .
- La parte real se obtiene por la ecuación  $x = 10 \cos 30^\circ = 8.7$  V y la parte imaginaria por  $y = 10 \sin 30^\circ = 5.0$  V. Por lo tanto, el fasor se especifica por:  $8.7 + j5.0$  V.

### 12.2.1 Ecuaciones en forma fasorial

Considere un fasor que representa la senoide de amplitud unitaria de  $x = \sin \omega t$ . Al diferenciar la senoide se obtiene  $dx/dt = \omega \cos \omega t$ . Pero lo anterior también se puede expresar como  $dx/dt = \omega \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Es decir, la diferenciación sólo produce un fasor con una longitud aumentada por un factor igual a  $\omega$  y con un giro de  $90^\circ$  respecto del fasor original. Por lo tanto, en la notación de los números complejos, el fasor original se debe de multiplicar por  $j\omega$ , dado que la multiplicación por  $j$  equivale a girar  $90^\circ$ .

Por lo tanto, la ecuación diferencial:

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 y$$

se puede expresar, en notación compleja, como la *ecuación fasorial*:

$$j\omega a_1 \mathbf{X} + a_0 \mathbf{X} = b_0 \mathbf{Y}$$

donde las literales en negritas, sin cursivas, indican que los datos se refieren a fasores. Podemos decir que la ecuación diferencial, la cual estaba en el dominio del tiempo, se transformó a una ecuación en el *dominio de la frecuencia*. Ésta también se puede expresar como:

$$(j\omega a_1 + a_0) \mathbf{X} = b_0 \mathbf{Y}$$

$$\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{Y}} = \frac{b_0}{j\omega a_1 + a_0}$$

Sin embargo, en la sección 11.2, cuando la misma ecuación diferencial se expresó en el dominio de  $s$ , se tenía:

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{b_0}{a_1 s + a_0}$$

Sustituyendo  $s$  por  $j\omega$  se obtiene la misma ecuación. De aquí que, para pasar del dominio de  $s$  al dominio de la frecuencia, siempre puede hacerse lo anterior. Este resultado nos lleva a la definición de



función de respuesta en frecuencia o función de transferencia en frecuencia,  $G(j\omega)$ , del estado estacionario, como:

$$G(j\omega) = \frac{\text{fasor de salida}}{\text{fasor de entrada}}$$

Para ilustrar lo anterior se determinará la función de respuesta en frecuencia de un sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{1}{s + 1}$$

La función de respuesta en frecuencia se obtiene sustituyendo  $s$  por  $j\omega$ . Por lo tanto:

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 1}$$

## 12.3 Respuesta en frecuencia

La función de transferencia de un sistema de primer orden es:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \tau s}$$

donde  $\tau$  es la constante de tiempo del sistema (ver la sección 11.2). La función de respuesta en frecuencia,  $G(j\omega)$  se obtiene sustituyendo  $s$  por  $j\omega$ . Entonces:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

Para expresar esta ecuación en forma más adecuada, el numerador y el denominador se multiplican por  $(1 - j\omega\tau)$ :

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \times \frac{1 - j\omega\tau}{1 - j\omega\tau} = \frac{1 - j\omega\tau}{1 - j^2\omega^2\tau^2}$$

Pero  $j^2 = -1$ , por lo tanto:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} - j \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

Esta expresión es de la forma  $x + jy$ , puesto que  $G(j\omega)$  es el fasor de salida dividido entre el fasor de entrada, la magnitud del fasor de salida es proporcional a la del fasor de entrada por un factor igual a  $|G(j\omega)|$ , el cual es:

$$|G(j\omega)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \omega^2\tau^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

$|G(j\omega)|$  indica qué tanto es mayor o menor la amplitud de la salida respecto de la amplitud de la entrada. En general se le denomina *magnitud o ganancia*. La diferencia de fase,  $\phi$ , entre el fasor de salida y el fasor de entrada es:

$$\tan \phi = \frac{y}{x} = -\omega \tau$$

El signo negativo indica que el fasor de salida precede al fasor de entrada por ese ángulo.

Los siguientes ejemplos ilustran lo anterior:

1. Determine la función de respuesta en frecuencia, la magnitud y fase de un sistema (un circuito eléctrico que consta de una resistencia en serie con un capacitor del cual se toma la salida) cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

La función de respuesta en frecuencia se obtiene sustituyendo  $j\omega$  por  $s$ :

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega RC + 1}$$

Al multiplicar el numerador y el denominador de la ecuación anterior por  $1 - j\omega RC$  y reordenar términos, se obtiene:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 (RC)^2} - j \frac{\omega(RC)}{1 + \omega^2 (RC)^2}$$

Por lo tanto:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 (RC)^2}}$$

y

$$\tan \phi = -\omega RC$$

2. Determine la magnitud y la fase de la salida de un sistema cuya entrada es una señal senoidal de  $2 \sin(3t + 60^\circ)$  y tiene una función de transferencia

$$G(s) = \frac{4}{s + 1}$$



La función de respuesta en frecuencia se obtiene sustituyendo  $s$  por  $j\omega$ . Es decir:

$$G(j\omega) = \frac{4}{j\omega + 1}$$

Multiplicando el numerador y el denominador de la ecuación por  $(-j\omega + 1)$ :

$$G(j\omega) = \frac{-j4\omega + 4}{\omega^2 + 1} = \frac{4}{\omega^2 + 1} - j \frac{4\omega}{\omega^2 + 1}$$

La magnitud es, por lo tanto:

$$\begin{aligned} |G(j\omega)| &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{4^2}{(\omega^2 + 1)^2} + \frac{4^2 \omega^2}{(\omega^2 + 1)^2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{\omega^2 + 1}} \end{aligned}$$

y el ángulo de fase está dado por  $\tan \phi = y/x$  y, entonces,

$$\tan \phi = -\omega$$

Para la entrada específica,  $\omega = 3$  rad/s. La magnitud es, por lo tanto:

$$|G(j\omega)| = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 1}} = 1.3$$

y la fase es  $\tan \phi = -3$ . Por lo tanto,  $\phi = -72^\circ$ . Éste es el ángulo de fase entre la entrada y la salida. Por lo tanto, la salida es  $2.6 \sin(3t - 12^\circ)$ .

### 12.3.1 Respuesta en frecuencia de un sistema de segundo orden

Suponga que la función de transferencia de un sistema de segundo orden es la siguiente (ver la sección 11.3):

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

donde  $\omega_n$  es la frecuencia angular natural y  $\zeta$  el coeficiente o factor de amortiguamiento. Para obtener la función en respuesta a la frecuencia,  $s$  se reemplaza por  $j\omega$ . Es decir:

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= \frac{\omega_n^2}{-\omega^2 + j2\zeta\omega\omega_n + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta\omega\omega_n} \\ &= \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right] + j2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)} \end{aligned}$$

Multiplicando el numerador y el denominador de la expresión por

$$\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right] - j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

se obtiene:

$$G(j\omega) = \frac{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right] - j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}$$

La expresión anterior es de la forma  $x + jy$ , y así, puesto que  $G(j\omega)$  es el fasor de salida dividido entre el fasor de entrada, resulta que el tamaño o magnitud del fasor de salida es proporcional al del fasor de entrada por un factor dado por  $\sqrt{x^2 + y^2}$ , es decir:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}$$

La diferencia de fase,  $\phi$ , entre la entrada y la salida está dada por  $\tan \phi = x/y$  y, por lo tanto:

$$\tan \phi = -\frac{2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

El signo menos indica que la fase de salida está retrasada respecto de la entrada.

## 12.4 Gráficas de Bode

La respuesta en frecuencia de un sistema es el conjunto de valores de la magnitud,  $|G(j\omega)|$ , y el ángulo de fase  $\phi$  que ocurren cuando una señal senoidal de entrada varía en un intervalo de frecuencias. Esto se puede expresar como dos gráficas, una de la magnitud  $|G(j\omega)|$  graficada contra la frecuencia angular,  $\omega$ , y la otra de la fase,  $\phi$ , graficada contra  $\omega$ . La magnitud y la frecuencia angular se grafican en escalas logarítmicas. Estas dos gráficas se denominan *gráficas de Bode*.

La magnitud se expresa en unidades de decibels (dB)

$$|G(j\omega)| \text{ en dB} = 20 \log |G(j\omega)|$$

Por ejemplo, una magnitud de 20 dB significa que:

$$20 = 20 \log |G(j\omega)|$$

entonces  $1 = \log |G(j\omega)|$  y  $10^1 = |G(j\omega)|$ . De esta manera una magnitud de 20 dB significa que la magnitud es 10, por lo tanto la amplitud de salida es diez veces mayor que el de entrada. Una magnitud de



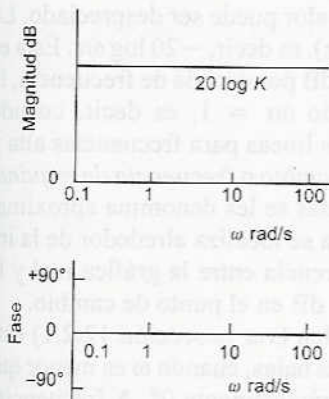


Figura 12.3 Gráfica de Bode para  $G(s) = K$

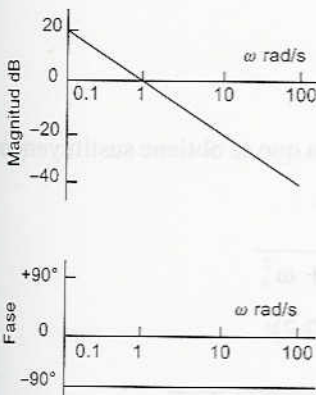


Figura 12.4 Gráfica de Bode para  $G(s) = 1/s$

40 dB significa una magnitud de 100 y que la amplitud de la salida es 100 veces mayor que la de la entrada.

### 12.4.1 Ejemplos de gráficas de Bode

Considere la gráfica de Bode de un sistema cuya función de transferencia es  $G(s) = K$ , donde  $K$  es una constante positiva. La función de respuesta en frecuencia es, por lo tanto,  $G(j\omega) = K$ . La magnitud es de  $|G(j\omega)| = K$ , y en decibels es  $|G(j\omega)| = 20 \log K$ . La gráfica de la magnitud es, por lo tanto, una línea de magnitud constante, y al cambiar  $K$  lo único que sucede es que la magnitud sube o baja cierto número de decibels. La fase es cero. La figura 12.3 muestra las gráficas de Bode.

Considere la gráfica de Bode de un sistema cuya función de transferencia es  $G(s) = 1/s$ . La función de respuesta en frecuencia,  $G(j\omega)$ , es  $1/j\omega$ . Multiplicando lo anterior por  $j/j$  se obtiene  $G(j\omega) = -j/\omega$ . La magnitud,  $|G(j\omega)|$ , es, por lo tanto  $1/\omega$ . En decibels es igual a  $20 \log(1/\omega) = -20 \log \omega$ . Cuando  $\omega = 1$  rad/s, la magnitud es 0. Cuando  $\omega = 10$  rad/s, es de -20 dB. Cuando  $\omega = 100$  rad/s es de -40 dB. Cada vez que la frecuencia angular aumenta diez veces, la magnitud disminuye -20 dB. La gráfica de la magnitud es por lo tanto una línea recta con pendiente de -20 dB por década de frecuencia y la cual pasa por 0 dB cuando  $\omega = 1$  rad/s. La fase de este sistema es:

$$\tan \phi = \frac{-1/\omega}{0} = -\infty$$

Por lo tanto,  $\phi = -90^\circ$  para todas las frecuencias. La figura 12.4 ilustra las gráficas de Bode.

Considere ahora la gráfica de Bode de un sistema de primer orden cuya función de transferencia está dada por:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

La función de respuesta en frecuencia es, por lo tanto:

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1}$$

La magnitud es entonces (ver la sección 12.2.1):

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$

que en decibels es:

$$20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \right)$$

Si  $\omega \ll 1/\tau$ , entonces  $\omega^2\tau^2$  es despreciable comparado con 1, por lo que la magnitud es  $20 \log 1 = 0$  dB. Por lo consiguiente, a frecuencias bajas la gráfica de la magnitud es una línea recta con valor cons-

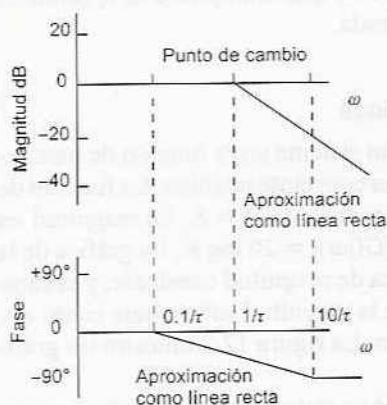


Figura 12.5 Gráfica de Bode para un sistema de primer orden

tante de 0 dB. Para frecuencias mayores, cuando  $\omega \gg 1/\tau$ ,  $\omega^2\tau^2$  es mucho mayor que 1, por lo que este valor puede ser despreciado. La magnitud es, por lo tanto,  $20 \log(1/\omega\tau)$ , es decir,  $-20 \log \omega\tau$ . Ésta es una línea recta con pendiente de  $-20$  dB por década de frecuencia, la cual intersecta la línea 0 dB cuando  $\omega\tau = 1$ , es decir, cuando  $\omega = 1/\tau$ . La figura 12.5 muestra estas líneas para frecuencias alta y baja y cuya intersección, o *punto de cambio* o *frecuencia de esquina*, está en  $\omega = 1/\tau$ . A las dos líneas rectas se les denomina *aproximación asintótica* de la gráfica real. Ésta se localiza alrededor de la intersección de las dos líneas. La diferencia entre la gráfica real y la aproximación es como máximo de 3 dB en el punto de cambio.

La fase del sistema de primer orden (ver la sección 12.2.1) está dada por  $\tan \phi = -\omega\tau$ . A frecuencias bajas, cuando  $\omega$  es menor que aproximadamente  $0.1/\tau$ , la fase es prácticamente  $0^\circ$ . A frecuencias mayores, cuando  $\omega$  es mayor que  $10/\tau$ , la fase es prácticamente  $-90^\circ$ . Entre estos dos extremos, se puede considerar que el ángulo de fase produce en la gráfica de Bode una línea que en forma razonable se puede considerar recta (figura 12.5). El error máximo que se produce con esta suposición es de  $5.5^\circ$ .

Considere un sistema de segundo orden cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

La función de respuesta a la frecuencia que se obtiene sustituyendo  $s$  por  $j\omega$  es:

$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{-\omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega + \omega_n^2}$$

La magnitud es (véase la sección 12.2.2):

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}$$

Por lo tanto, la magnitud en decibeles es:

$$\begin{aligned} 20 \log \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \\ = -20 \log \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \end{aligned}$$

Cuando  $(\omega/\omega_n) \ll 1$  la magnitud se aproxima a  $-20 \log 1$ , o 0 dB; para  $(\omega/\omega_n) \gg 1$  la magnitud se aproxima a  $-20 \log (\omega/\omega_n)^2$ . Por lo tanto, cuando  $\omega$  aumenta en un factor de 10, la magnitud aumenta en



un factor de  $-20 \log 100$  o  $-40$  dB. De esta manera, a frecuencias bajas la gráfica de la magnitud es una línea recta a  $0$  dB, en tanto que a frecuencias altas es una línea recta de  $-40$  dB por década de frecuencia. La intersección de estas dos líneas, es decir, el punto de cambio, se encuentra en  $\omega = \omega_n$ . La gráfica de la magnitud está, por lo tanto, dada en forma aproximada por estas dos líneas asintóticas. El valor real, sin embargo, dependerá del coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$ . La figura 12.6 muestra las dos líneas asintóticas y las gráficas reales con diversos factores de amortiguamiento.

La fase se obtiene (ver la sección 12.2.2) de la siguiente manera:

$$\tan \phi = - \frac{2\zeta \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}$$

Para  $(\omega/\omega_n) \ll 1$ , es decir,  $(\omega/\omega_n) = 0.2$ , la  $\tan \phi$  es casi  $0$  y, por lo tanto,  $\phi = 0^\circ$ . Para  $(\omega/\omega_n) \gg 1$ , por ejemplo, si  $(\omega/\omega_n) = 5$ ,  $\tan \phi$  es casi  $-\infty$  y, entonces,  $\phi = -180^\circ$ . Cuando  $\omega = \omega_n$ ,  $\tan \phi = -\infty$  y, así,  $\phi = -90^\circ$ . Una aproximación razonable es una línea recta que pasa por  $-90^\circ$  a  $\omega = \omega_n$  y los puntos  $0^\circ$  para  $(\omega/\omega_n) = 0.2$  y  $-180^\circ$  cuando  $(\omega/\omega_n) = 5$ . La figura 12.6 muestra la gráfica correspondiente.

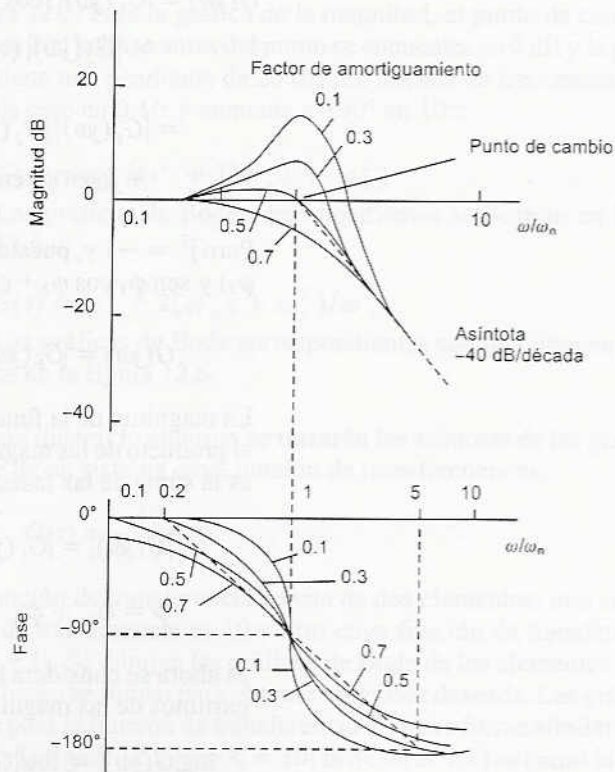


Figura 12.6 Gráfica de Bode para un sistema de segundo orden

### 12.4.2 Construcción de gráficas de Bode

Considere un sistema compuesto por varios elementos en serie. La función de transferencia del sistema completo es (ver la sección 11.4):

$$G(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s) \dots \text{etc.}$$

Por lo tanto, la función de respuesta en frecuencia de un sistema con dos elementos, cuando  $j\omega$  substituye a  $s$ , es:

$$G(j\omega) = G_1(j\omega)G_2(j\omega)$$

La función de transferencia,  $G_1(j\omega)$ , se puede expresar como un número complejo (ver la sección 12.2), es decir:

$$x + jy = |G_1(j\omega)| (\cos \phi_1 + j \sin \phi_1)$$

donde  $|G(j\omega)|$  es la magnitud y  $\phi_1$  la fase de la función de respuesta en frecuencia. Asimismo,  $G_2(j\omega)$  se puede expresar como:

$$|G_2(j\omega)| (\cos \phi_2 + j \sin \phi_2)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= |G_1(j\omega)| (\cos \phi_1 + j \sin \phi_1) \\ &\quad \times |G_2(j\omega)| (\cos \phi_2 + j \sin \phi_2) \\ &= |G_1(j\omega)| |G_2(j\omega)| [\cos \phi_1 \cos \phi_2 \\ &\quad + j(\sin \phi_1 \cos \phi_2 + \cos \phi_1 \sin \phi_2) + j^2 \sin \phi_1 \sin \phi_2] \end{aligned}$$

Pero  $j^2 = -1$  y, puesto que  $\cos \phi_1 \cos \phi_2 - \sin \phi_1 \sin \phi_2 = \cos(\phi_1 + \phi_2)$  y  $\sin \phi_1 \cos \phi_2 + \cos \phi_1 \sin \phi_2 = \sin(\phi_1 + \phi_2)$ , entonces:

$$G(j\omega) = |G_1(j\omega)| |G_2(j\omega)| [\cos(\phi_1 + \phi_2) + j \sin(\phi_1 + \phi_2)]$$

La magnitud de la función de respuesta en frecuencia del sistema es el producto de las magnitudes de cada uno de sus elementos y su fase es la suma de las fases de cada uno de ellos, es decir:

$$|G(j\omega)| = |G_1(j\omega)| |G_2(j\omega)| |G_3(j\omega)| \dots \text{etc.}$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \dots \text{etc.}$$

Si ahora se considera las gráficas de Bode, donde se grafican los logaritmos de las magnitudes:

$$\log |G(j\omega)| = \log |G_1(j\omega)| + \log |G_2(j\omega)| + \log |G_3(j\omega)| + \dots \text{etc.}$$



Es decir, para obtener la gráfica de Bode de un sistema se suman las gráficas de Bode de las magnitudes de cada elemento que conforma el sistema. Asimismo, la gráfica de la fase se obtiene sumando todas las fases de dichos elementos.

A partir de varios elementos básicos es posible obtener con facilidad las gráficas de Bode de una gran variedad de sistemas. Los elementos básicos que se utilizan son:

1.  $G(s) = K$

Las gráficas de Bode respectivas se muestran en la figura 12.3.

2.  $G(s) = 1/s$

Las gráficas de Bode correspondientes se ilustran en la figura 12.4.

3.  $G(s) = s$

Las gráficas de Bode son una imagen simétrica de las de la figura 12.4.  $|G(j\omega)| = 20$  dB por década de frecuencia, y pasa por 0 dB a  $\omega = 1$  rad/s;  $\phi$  es constante a  $90^\circ$ .

4.  $G(s) = 1/(\tau s + 1)$

Las gráficas de Bode respectivas se muestran en la figura 12.5.

5.  $G(s) = \tau s + 1$

Las gráficas de Bode son una imagen simétrica de las de la figura 12.5. Para la gráfica de la magnitud, el punto de cambio está en  $1/\tau$ , la línea antes del punto se encuentra en 0 dB y la posterior tiene una pendiente de 20 dB por década de frecuencia. La fase es cero en  $0.1/\tau$  y aumenta a  $+90^\circ$  en  $10/\tau$ .

6.  $G(s) = \omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$

Las gráficas de Bode correspondientes se ilustran en la figura 12.6.

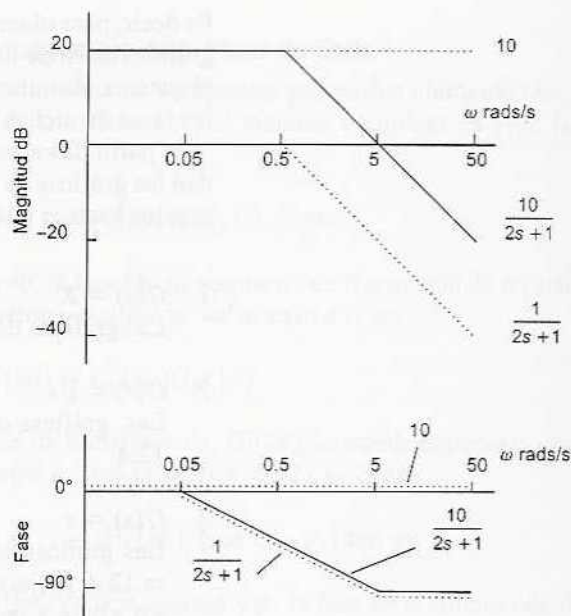
7.  $G(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) / \omega_n^2$

Las gráficas de Bode correspondientes son una imagen simétrica de la figura 12.6.

Para ilustrar lo anterior, se trazarán las asíntotas de las gráficas de Bode de un sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{10}{2s + 1}$$

La función de transferencia consta de dos elementos: uno cuya función de transferencia es 10 y otro cuya función de transferencia es  $1/(2s + 1)$ . Se dibujan las gráficas de Bode de los elementos anteriores y luego se suman para obtener la gráfica deseada. Las gráficas de Bode para la función de transferencia 10 tiene forma similar a la que ilustra la figura 12.3, con  $K = 10$ ; la de  $1/(2s + 1)$  es como la de la figura 12.5, con  $\tau = 2$ . El resultado final se muestra en la figura 12.7.



**Figura 12.7** Construcción de un diagrama de Bode

Otro ejemplo es el dibujo de las asíntotas de la gráfica de Bode de un sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{2.5}{s(s^2 + 3s + 25)}$$

La función de transferencia consta de tres elementos: uno con una función de transferencia de 0.1, otro con función de transferencia de  $1/s$  y el tercero con función de transferencia  $25/(s^2 + 3s + 25)$ . La función de transferencia de 0.1 produce una gráfica de Bode como la de la figura 12.3, con  $K = 0.1$ . La función de transferencia de  $1/s$  produce una gráfica de Bode como la de la figura 12.4. La función de transferencia de  $25/(s^2 + 3s + 25)$  se puede representar como  $\omega_n^2/(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$ , con  $\omega_n = 5$  rad/s y  $\zeta = 0.3$ . El punto de cambio se da cuando  $\omega = \omega_n = 5$  rad/s. La asíntota de la fase pasa por  $-90^\circ$  en el punto de cambio y es  $0^\circ$  cuando  $(\omega/\omega_n) = 0.2$  y  $-180^\circ$  cuando  $(\omega/\omega_n) = 5$ . La figura 12.8 muestra la gráfica de Bode correspondiente.

### 12.4.3 Gráficas de Bode con MATLAB

Con MATLAB se pueden obtener gráficas de Bode (ver en la sección 11.7 la presentación preliminar de MATLAB). Para obtener las gráficas de Bode de un sistema cuya función de transferencia es  $4/(s^2 + 2s + 3)$  el programa es:



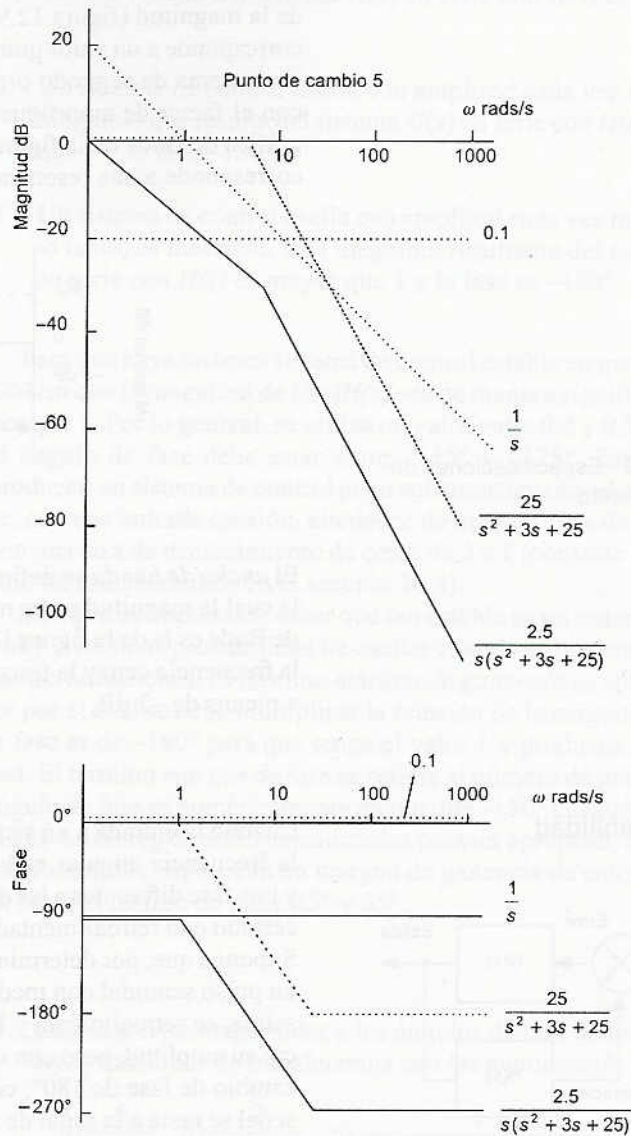


Figura 12.8 Construcción de un diagrama de Bode

```
% Genera la gráfica de Bode para  $G(s) = 4/(s^2 + 2s + 3)$ 
num=4;
den=[1 2 3];
bode(num,den)
```

Con el comando `bode(num,den)` se obtienen las gráficas de Bode de la ganancia, en dB, en función de la frecuencia, en rad/s, en escala logarítmica; y la de la fase, en grados en función de la frecuencia, en rad/s, en escala logarítmica.

## 12.5 Especificaciones de comportamiento

Los términos que describen el comportamiento de un sistema cuando se somete a una entrada senoidal son la resonancia pico y el ancho de banda. La *resonancia pico*,  $M_p$ , se define como el valor máximo de la magnitud (figura 12.9). Un valor grande de la resonancia pico corresponde a un valor grande del sobrepaso máximo de un sistema. Un sistema de segundo orden se puede relacionar en forma directa con el factor de amortiguamiento, comparando la respuesta con la gráfica de Bode de la figura 12.6; una tasa de amortiguamiento baja corresponde a una resonancia pico alta.

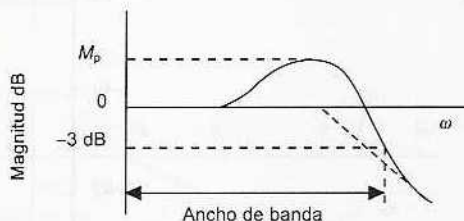


Figura 12.9 Especificaciones de comportamiento

El *ancho de banda* se define como la banda de frecuencias dentro de la cual la magnitud no es menor a -3 dB. En el sistema cuya gráfica de Bode es la de la figura 12.9, el ancho de banda es el espacio entre la frecuencia cero y la frecuencia para la cual la magnitud disminuye a menos de -3 dB.

## 12.6 Estabilidad

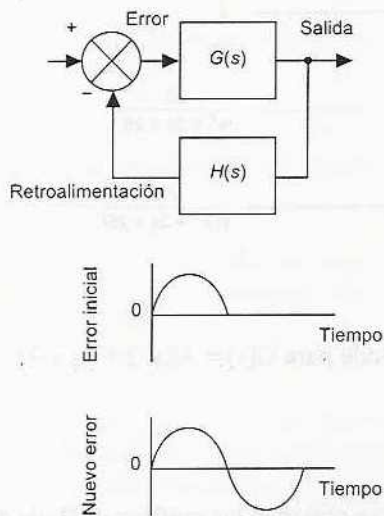


Figura 12.10 Oscilaciones autosustentadas

Cuando la entrada a un sistema es senoidal, la salida también lo es y la frecuencia angular es la misma, pero puede tener una amplitud y una fase diferentes a las de la entrada. Considere un sistema de lazo cerrado con retroalimentación negativa (figura 12.10) y sin entrada. Suponga que, por determinada razón, la señal de error del sistema es un pulso senoidal con media rectificación y que esta señal llega a la salida, se retroalimenta y llega al elemento comparador sin modificar su amplitud, pero con un retraso de medio ciclo, es decir, con un cambio de fase de  $180^\circ$ , como se observa en la figura. Cuando esta señal se resta a la señal de entrada se obtiene una señal de error, que continúa el impulso inicial de media rectificación. Este pulso regresa por medio del lazo de retroalimentación y de nuevo llega a tiempo para continuar la señal. De esta manera, existe una oscilación autosustentada.

Para que las oscilaciones autosustentadas se produzcan es necesario que la función de respuesta en frecuencia del sistema tenga una magnitud de 1 y una fase de  $-180^\circ$ . El sistema por el que pasa la señal es  $G(s)$  en serie con  $H(s)$ . Si la magnitud es menor que 1, la magnitud de cada uno de los pulsos de media onda siguientes será cada vez menor, hasta que la oscilación desaparece. Si la magnitud es mayor que 1, la magnitud de cada pulso será mayor que la del precedente, la señal se incrementa y el sistema es inestable.



1. Un sistema de control oscila con amplitud constante si la magnitud que resulta del sistema  $G(s)$  en serie con  $H(s)$  es 1 y la fase  $-180^\circ$ .
2. Un sistema de control oscila con amplitud cada vez menor si la magnitud que resulta del sistema  $G(s)$  en serie con  $H(s)$  es menor que 1 y la fase  $-180^\circ$ .
3. Un sistema de control oscila con amplitud cada vez mayor y, por lo tanto, es inestable, si la magnitud resultante del sistema  $G(s)$  en serie con  $H(s)$  es mayor que 1 y la fase es  $-180^\circ$ .

Para que haya un buen sistema de control estable en general es necesario que la magnitud de  $G(s)H(s)$  sea de manera significativa menor que 1. Por lo general, se utiliza un valor entre 0.4 y 0.5. Además, el ángulo de fase debe estar entre  $-115^\circ$  y  $-125^\circ$ . Estos valores producen un sistema de control poco subamortiguado, el cual produce, con una entrada escalón, alrededor de un 20 o 30% de sobrepaso con una tasa de decaimiento de cerca de 3 a 1 (consulte la explicación de estos términos en la sección 10.4).

Siempre es interesante saber qué tan estable es un sistema de control y si no tiene probabilidad de oscilar cuando se presenten pequeñas perturbaciones. El término *margen de ganancia* se aplica al factor por el cual se debe multiplicar la relación de la magnitud cuando la fase es de  $-180^\circ$  para que tenga el valor 1 y produzca inestabilidad. El término *margen de fase* se refiere al número de grados que el ángulo de fase es numéricamente menor que  $-180^\circ$  cuando la magnitud es 1. Las reglas antes consideradas para un apropiado sistema de control estable, significan un margen de ganancia de entre 2 y 2.5 y un margen de fase de entre  $45^\circ$  y  $65^\circ$ .

## Problemas

1. ¿Cuáles son las magnitudes y los ángulos de fase de los sistemas cuyas funciones de transferencia son las siguientes?

$$\text{a) } \frac{5}{s+2}, \quad \text{b) } \frac{2}{s(s+1)}, \quad \text{c) } \frac{1}{(2s+1)(s^2+s+1)}$$

2. ¿Cuál es la respuesta de estado estacionario de un sistema cuya función de transferencia es  $1/(s+2)$ , si su entrada es la señal senoidal  $3 \sin(5t + 30^\circ)$ ?
3. ¿Cuál es la respuesta de estado estacionario de un sistema con una función de transferencia  $5/(s^2 + 3s + 10)$ , si su entrada es la señal senoidal  $2 \sin(2t + 70^\circ)$ ?
4. Para sistemas con las siguientes funciones de transferencia, determine los valores de las magnitudes y ángulos de fase, a las frecuencias angulares de: i) 0 rad/s, ii) 1 rad/s, iii) 2 rad/s y iv)  $\infty$  rad/s.

$$a) G(s) = \frac{1}{s(2s + 1)}, \quad b) G(s) = \frac{1}{3s + 1}$$

5. Dibuje las asíntotas de las gráficas de Bode para los sistemas cuyas funciones de transferencia son:

$$a) G(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)}, \quad b) G(s) = \frac{1}{(2s + 1)(0.5s + 1)}$$



# 13 Controladores en lazo cerrado

## 13.1 Procesos continuos y discretos

En esencia, el control en lazo abierto es sólo un control de encendido-apagado, por ejemplo, para calentar una habitación, un calentador eléctrico se enciende o se apaga. En los sistemas de control en lazo cerrado, el controlador se usa para comparar la salida de un sistema con la condición requerida y convertir el error que de esa comparación resulte en una acción de control diseñada para reducir dicho error. Éste puede deberse a algún cambio en las condiciones que se están controlando, o a la modificación del valor de interés, por ejemplo, cuando en el sistema se introduce una señal de entrada tipo escalón, para cambiar el valor inicial establecido por uno nuevo. En este capítulo se estudiarán las diversas maneras en que los controladores pueden reaccionar a las señales de error, es decir, los *modos de control*, que es como se les conoce, y que se presentan en procesos continuos. Los controladores pueden ser sistemas neumáticos o sistemas basados en amplificadores operacionales, aunque los sistemas de cómputo están reemplazando con rapidez a muchos de los sistemas mencionados. El término *control digital directo* se usa cuando una computadora está en el lazo de retroalimentación, y ésta se encarga del control. En este capítulo se trata el tema del control en lazo cerrado.

Son muchos los procesos en los que no sólo se necesita controlar que una variable (por ejemplo la temperatura) tenga un valor determinado, sino que también se necesita el seguimiento de una secuencia de operaciones. Es el caso de una lavadora (ver la sección 1.4.3), en la cual se deben realizar varias acciones de acuerdo a una secuencia predeterminada. Otro ejemplo es la fabricación de un producto, en la cual un sistema bajo control va ensamblando sus diversas partes de acuerdo con una secuencia específica. La secuencia de operaciones puede ser *basada en reloj* o *basada en eventos*, o una combinación de ambas. En el primer caso, las acciones se realizan en determinados instantes y en el segundo, cuando la retroalimentación indica que ha ocurrido un evento determinado.

El término *controlador lógico programable* (PCL, por sus siglas en inglés) se refiere a un controlador sencillo basado en un microprocesador. El controlador examina las señales de entrada provenientes de los sensores y lleva a cabo instrucciones lógicas, que han sido programadas y guardadas en su memoria. La salida obtenida consiste en señales que se alimentan a las unidades correctoras/ac-

tuadoras. De esta forma se pueden llevar a cabo las secuencias de operaciones. La principal diferencia entre un PLC y una computadora es que en el primero la programación se enfoca a operaciones lógicas y de conmutación y que la interfaz para los dispositivos de entrada y de salida está dentro del controlador. Estos controladores se explican con mayor detalle en el capítulo 18.

En muchos procesos están presentes de manera simultánea el control continuo y el control discreto. Por ejemplo, en una lavadora hay un control de la secuencia de las diversas etapas del ciclo de lavado; y a la vez, con un lazo de retroalimentación, se controlan la temperatura y el nivel del agua.

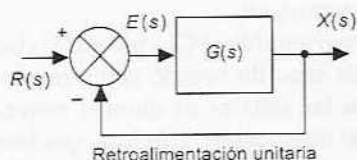
### 13.1.1 Retraso

En todos los sistemas de control hay retrasos; esto es, el cambio en una condición que se está controlando no produce de manera inmediata una respuesta en el sistema de control. Esto se debe a que se requiere cierto tiempo para que el sistema produzca las respuestas necesarias. Por ejemplo, cuando se controla la temperatura de una habitación mediante un sistema de calefacción central transcurrirá cierto lapso entre el momento en que la temperatura desciende por debajo de la temperatura requerida y el momento en que el sistema de control responde y enciende el calentador. Más aún cuando el sistema de control responda, debe transcurrir cierto tiempo para que el calor se transfiera del calentador al aire de la habitación, es decir, hay otro retraso adicional.

### 13.1.2 Error en estado estacionario

En el controlador se produce una señal de error cuando se modifica la variable que se está controlando, o cuando cambia el valor establecido de la señal de entrada. Por ejemplo, se introduce una señal rampa al sistema a fin de que la variable que se controla aumente de manera constante con el tiempo. El término *error en estado estacionario* se refiere a la diferencia entre el valor establecido de la señal de entrada y la salida una vez que todos los transitorios han desaparecido. Es decir, es una medida de la exactitud del sistema de control para seguir el valor establecido de la entrada.

Considere un sistema de control con retroalimentación unitaria (figura 13.1). Si la entrada de referencia es  $R(s)$ , la salida es  $X(s)$ . La señal de retroalimentación es  $X(s)$ , por lo que la señal de error es  $E(s) = R(s) - X(s)$ . Si  $G(s)$  es la función de transferencia en sentido directo, en el sistema completo de retroalimentación unitaria se tiene que:



$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

Por lo tanto:

$$E(s) = R(s) - X(s) = R(s) - \frac{G(s)R(s)}{1 + G(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} R(s)$$

Figura 13.1 Sistema con retroalimentación unitaria



El error depende, por lo tanto, de  $G(s)$ .

Para determinar el error en estado estacionario, se determina cuál es el error,  $e$ , en función del tiempo y cuál es el valor del error cuando todos los transitorios han desaparecido, es decir, el error cuando  $t$  tiende a infinito. Si bien es posible obtener la inversa de  $E(s)$  y luego calcular su valor cuando  $t \rightarrow \infty$ , existe un método más sencillo basado en el *teorema del valor final* (ver el apéndice).

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Para ilustrar lo anterior, considere un sistema de retroalimentación unitario cuya función de transferencia en sentido directo es  $k/(\tau s + 1)$ , y al cual se introduce una señal tipo escalón unitario  $1/s$  como entrada.

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \frac{1}{1 + k/(\tau s + 1)} \frac{1}{s} \right] = \frac{1}{1 + k}$$

Existe, por lo tanto, un error en estado estacionario: la salida del sistema nunca logra alcanzar el valor predeterminado. Al aumentar la ganancia  $k$  del sistema se reduce este error en estado estacionario.

Sin embargo, si el sistema de retroalimentación unitaria tuviera una función de transferencia en sentido directo de  $k/s(\tau s + 1)$  y en él se introdujera una entrada escalón, el error en estado estacionario sería:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \frac{1}{1 + k/s(\tau s + 1)} \frac{1}{s} \right] = 0$$

Por lo tanto, en este sistema no existe error en estado estacionario.

## 13.2 Modos de control

Una unidad de control puede reaccionar de diversas maneras ante una señal de error y proporcionar determinadas señales de salida para que actúen los elementos correctores:

1. En el *modo de dos posiciones*, el controlador es en esencia un interruptor activado por la señal de error y proporciona sólo una señal correctora tipo encendido-apagado.
2. El *modo proporcional* (P) produce una acción de control que es proporcional al error. La señal correctora aumentará en la medida en que lo haga el error. Si el error disminuye, también disminuye la magnitud de la corrección y el proceso de corrección se desacelera.
3. El *modo derivativo* (D) produce una acción de control que es proporcional a la rapidez con la cual el error está cambiando. Cuando hay un cambio súbito en la señal de error, el controlador produce una señal correctora de gran magnitud; cuando el cambio es gradual, sólo se produce una pequeña señal correctora. Se

puede considerar que el control derivativo es una forma de control de anticipación, toda vez que al medir la rapidez con la que cambia el error se anticipa la llegada de un error mayor y se aplica la corrección antes de que éste llegue. El control derivativo no se emplea solo, sino siempre en combinación con el control proporcional y, con frecuencia, con el control integral.

4. El *modo integral* (I) produce una acción de control que es proporcional a la integral del error en el tiempo. Es decir, una señal de error constante producirá una señal de corrección que aumenta en forma constante. La corrección seguirá aumentando en tanto el error persista. Se puede considerar que el controlador integral “mira hacia atrás”, suma todos los errores y responde de acuerdo con los cambios que ocurran.
5. Combinación de modos: proporcional y derivativo (PD), proporcional e integral (PI) y proporcional, integral y derivativo (PID). A este último se le conoce como *controlador de tres términos*.

En las siguientes secciones de este capítulo se estudiarán estos cinco modos de control. Para realizar estos modos, el controlador puede recurrir a circuitos neumáticos, circuitos electrónicos analógicos que emplean amplificadores operacionales, o a la programación de un microprocesador o una computadora.

### 13.3 Modo de dos posiciones

Un ejemplo de *modo de control de dos posiciones* es el termostato bimetalico (ver la figura 2.49), el cual puede ser utilizado en un sistema de control de temperatura sencillo. Éste es un interruptor que se enciende o apaga, dependiendo de la temperatura. Si la temperatura de la habitación es superior a la requerida, el par bimetalico está en la posición de apagado y también el calentador. Si la temperatura de la habitación desciende por debajo de la requerida, el par bimetalico cambia a la posición de encendido y el calentador se enciende por completo. En este caso, el controlador sólo puede estar en dos posiciones: apagado o encendido, como se muestra en la figura 13.2.

La acción de control del modo de dos posiciones es discontinua. En consecuencia tienen lugar oscilaciones de la variable controlada en torno a la condición que se requiere. Esto se debe a retrasos en la respuesta del sistema de control y del proceso. Por ejemplo, en el caso del control de temperatura de un sistema de calefacción central doméstico, cuando la temperatura de una habitación desciende por debajo del nivel requerido, el tiempo transcurrido antes de que el sistema de control responda y encienda el calentador es muy pequeño en comparación con el tiempo que transcurre antes de que el calentador empiece a producir un efecto en la temperatura de la habitación. Mientras esto se logra, la temperatura desciende aún más. Sucede lo contrario cuando la temperatura aumenta más del valor requerido. Dado que existe un cierto tiempo antes de que el sistema de control reaccione y apague el calentador, y aún más tiempo para que se en-

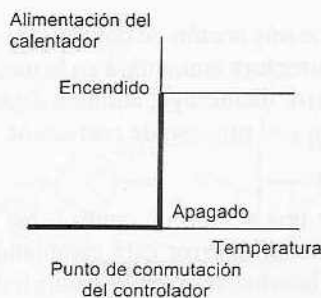


Figura 13.2 Control de dos posiciones



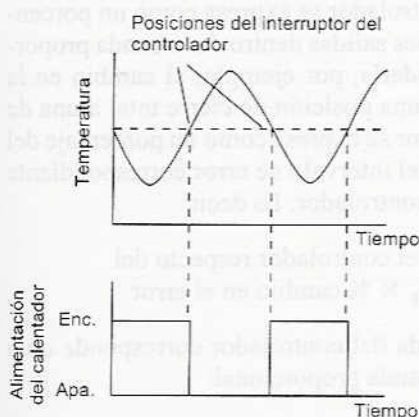


Figura 13.3 Oscilaciones en un control de dos posiciones

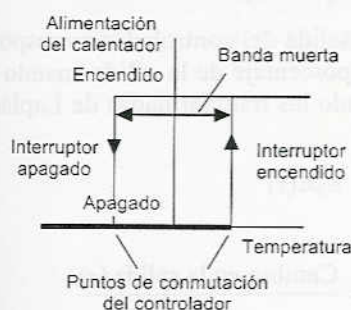


Figura 13.4 Control de dos posiciones cuyo controlador tiene dos puntos de conmutación

### 13.4 Modo proporcional

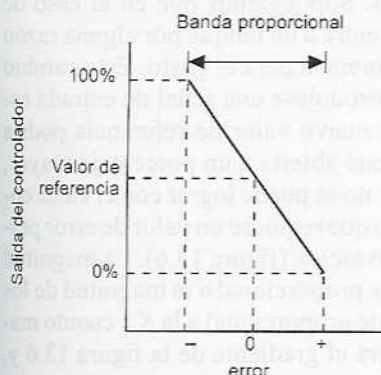


Figura 13.5 Banda proporcional

fríe el calentador y ya no caliente la habitación, la temperatura de ésta sobrepasa el valor requerido. El resultado es que la temperatura de la habitación oscila por encima y debajo de la temperatura requerida (figura 13.3).

Con el sencillo sistema de dos posiciones antes descrito existe el problema de que cuando la temperatura de la habitación ronda el valor predeterminado, el termostato debe alternar de manera continua entre encendido y apagado, reaccionando ante cambios mínimos en la temperatura. Para evitar lo anterior, en vez de usar sólo un valor de temperatura para que el controlador encienda o apague el calentador, se utilizan dos valores a fin de que se encienda a una temperatura menor que aquella con la cual se apaga (figura 13.4). El término *banda muerta* se refiere a los valores comprendidos entre los valores de encendido y apagado. Una banda muerta grande produce grandes fluctuaciones de la temperatura alrededor del valor predeterminado; una banda muerta pequeña produce un aumento de la frecuencia de conmutación. El elemento bimetálico de la figura 2.49 tiene un imán permanente que hace contacto para la conmutación; este imán es el que produce la banda muerta.

Las acciones del control de dos posiciones en general se usan cuando los cambios se producen de manera muy lenta, es decir, en un proceso cuya capacitancia es grande. En el caso del calentamiento de una habitación, el efecto de encender o apagar el calentador para modificar la temperatura produce un cambio con lentitud. El resultado es una oscilación de periodo largo. Si bien el control de dos posiciones no es muy preciso, los dispositivos que utiliza son sencillos y, por lo tanto, es bastante barato. El control de dos posiciones no se limita a interruptores mecánicos como los pares bimetálicos o los relevadores; mediante el uso de circuitos con tiristores y amplificadores operacionales se logra una rápida conmutación (ver la sección 7.2.2). Un circuito así puede ser utilizado para controlar la velocidad de un motor.

En el control de dos posiciones, la salida es una señal de encendido o apagado sin importar la magnitud del error. En el *modo proporcional*, la magnitud de la salida del controlador es proporcional a la magnitud del error. Es decir, el elemento de corrección del sistema de control, por ejemplo, una válvula, recibe una señal que es proporcional a la magnitud de la corrección requerida.

La figura 13.5 muestra cómo varía la salida del controlador con la magnitud y el signo del error. La relación lineal entre la salida del controlador y el error tiene vigencia sólo dentro de cierto intervalo de errores; al cual se le denomina *banda proporcional*. Dentro de la banda proporcional la ecuación de la línea recta está representada por:

$$\text{Cambio en la salida del controlador respecto del valor de referencia} = K_p e$$

Donde  $e$  es el error y  $K_p$  una constante.  $K_p$  es el gradiente de la línea recta de la figura 13.5.



En general, la salida del controlador se expresa como un porcentaje del intervalo total de posibles salidas dentro de la banda proporcional. Dicha salida correspondería, por ejemplo, al cambio en la apertura de una válvula desde una posición de cierre total a una de apertura total. Asimismo, el error se expresa como un porcentaje del valor del intervalo total, o sea, el intervalo de error correspondiente del 0 al 100% de la salida del controlador. Es decir:

$$\% \text{ cambio de la salida del controlador respecto del valor de referencia} = K_p \times \% \text{ cambio en el error}$$

Puesto que el 100% de la salida del controlador corresponde a un porcentaje de error igual a la banda proporcional:

$$K_p = \frac{100}{\text{banda proporcional}}$$

Esta ecuación también se puede expresar como:

$$\text{cambio en la salida} = I_0 - I_0 = K_p e$$

en donde  $I_0$  es el porcentaje de la salida del controlador correspondiente a un error de cero,  $I_0$  es el porcentaje de la salida cuando el porcentaje de error es  $e$ . Obteniendo las transformadas de Laplace correspondientes:

$$\text{Cambio en la salida}(s) = K_p E(s)$$

y, puesto que:

$$\text{Función de transferencia} = \frac{\text{Cambio en la salida}(s)}{E(s)}$$

$K_p$  es, dentro de la banda proporcional, la función de transferencia del controlador.

Por lo general cuando el error es de cero, se elige como salida el 50% de la salida del controlador. En el caso de un controlador que administra el paso de agua a un tanque, cuando el error es cero la válvula está abierta al 50%, con lo cual se obtienen el gasto normal. Si hay un error, el gasto aumenta o disminuye en la medida de la magnitud del error. El objetivo es regresar el error al valor de cero y el controlador a una salida del 50%. Supongamos que en el caso de control de flujo de un líquido que entra a un tanque por alguna razón se necesita un nuevo valor de referencia para el gasto. Este cambio se puede considerar como si se introdujese una señal de entrada escalón al sistema de control. Este nuevo valor de referencia podría exigir que la válvula correctora esté abierta a un porcentaje mayor, por ejemplo, del 60%. Lo anterior no se puede lograr con el valor correspondiente a un error cero, sino que requiere un valor de error permanente, que se conoce como *desviación* (figura 13.6). La magnitud de esta desviación es directamente proporcional a la magnitud de los cambios en la carga e inversamente proporcional a la  $K_p$ ; cuanto mayor sea ésta, más pronunciado será el gradiente de la figura 13.6 y, por lo tanto, menor será el cambio necesario en el error para manejar un cambio en la carga.

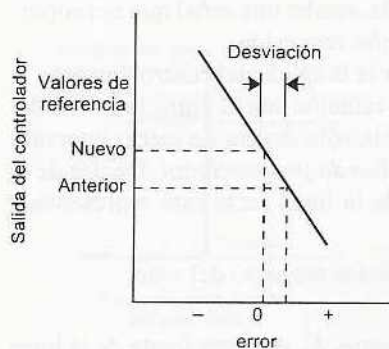


Figura 13.6 Desviación



El modo de control proporcional tiende a emplearse en procesos en los que la magnitud de  $K_p$  puede hacerse lo suficientemente grande para reducir la desviación a un nivel aceptable. Sin embargo, cuanto más grande sea la función de transferencia, mayor será la posibilidad de que el sistema oscile y se vuelva inestable.

Para ilustrar la explicación anterior, considere un controlador proporcional mediante el cual se controla la altura del agua en un tanque, donde el nivel del agua puede variar entre cero y 9.0 m. ¿Qué banda proporcional y función de transferencia se necesitan para obtener una altura de agua de 5.0 m si el controlador cierra por completo la válvula cuando el agua rebasa una altura de 5.5 m y la abre toda cuando el agua tiene una altura menor a 4.5 m? Cuando el error es de  $-0.5$  m la salida del controlador debe ser una apertura al 100% y cuando es de  $+0.5$  m la apertura es del 0%. Por lo tanto, la banda proporcional debe cubrir un error en la altura de  $-0.5$  m hasta uno de  $+0.5$  m. Expresada en forma de porcentaje, la banda proporcional cubre desde:

$$-(0.5/9.0) \times 100 = -5.6\% \text{ a } (0.5/9.0) \times 100 = +5.6\%$$

Por lo tanto, la banda proporcional es del 11.2%. Observe que si el controlador se trabaja en porcentajes, también hay que hacerlo con el error. A este valor de banda proporcional corresponde una función de transferencia  $K_p$  de  $(100\%)/(11.2\%) = 8.9$ .

Como ejemplo de desviación en el error, considere un controlador proporcional cuya función de transferencia es de 15 y su valor de referencia de 50% de la salida. Su señal de salida va a una válvula cuyo valor de referencia permite un flujo de  $200 \text{ m}^3/\text{s}$ . La válvula modifica su salida en  $4 \text{ m}^3/\text{s}$  por cada unidad porcentual de cambio en la salida del controlador. ¿Cuál será la salida del controlador y la desviación en el error si es necesario modificar el flujo a  $240 \text{ m}^3/\text{s}$ ? El nuevo valor del controlador, expresado en porcentaje, para un cambio en el flujo de 200 a  $240 \text{ m}^3/\text{s}$ , es  $40/4 = 10\%$ , un cambio del 50 al 60%. Es decir:

$$K_p = 15 = \frac{60 - 50}{e}$$

La desviación es, por lo tanto,  $e = 0.67\%$ .

### 13.4.1 Controlador proporcional electrónico

Las funciones de un controlador proporcional se pueden obtener mediante un amplificador operacional sumador con un inversor (figura 13.7). En este caso se tiene que (ver la sección 3.2.3):

$$V_{\text{sal}} = -R_f \left( \frac{V_0}{R_2} + \frac{V_e}{R_1} \right)$$

La entrada al amplificador sumador presente en  $R_2$  es el voltaje correspondiente a un error de cero  $V_0$ , es decir, el valor predeterminado, y la entrada presente en  $R_1$  es la señal de error,  $V_e$ . Si la resistencia de retroalimentación  $R_f = R_2$ , la ecuación se convierte en:

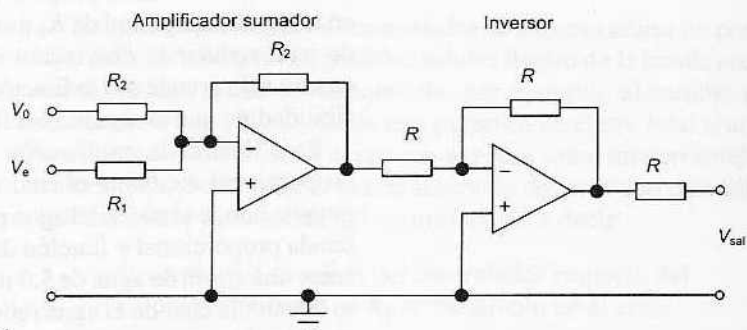


Figura 13.7 Controlador proporcional

$$V_{sal} = -\frac{R_2}{R_1} V_e - V_0$$

Si la salida del amplificador sumador pasa por un inversor, es decir por un amplificador operacional cuya resistencia de retroalimentación es igual a la resistencia de entrada, entonces:

$$V_{sal} = \frac{R_2}{R_1} V_e + V_0$$

$$V_{sal} = K_p V_e + V_0$$

donde  $K_p$  es la constante de proporcionalidad. El resultado es un controlador proporcional.

Como ejemplo, la figura 13.8 muestra un sistema de control proporcional para controlar la temperatura del líquido en un recipiente en el momento en que se bombea.

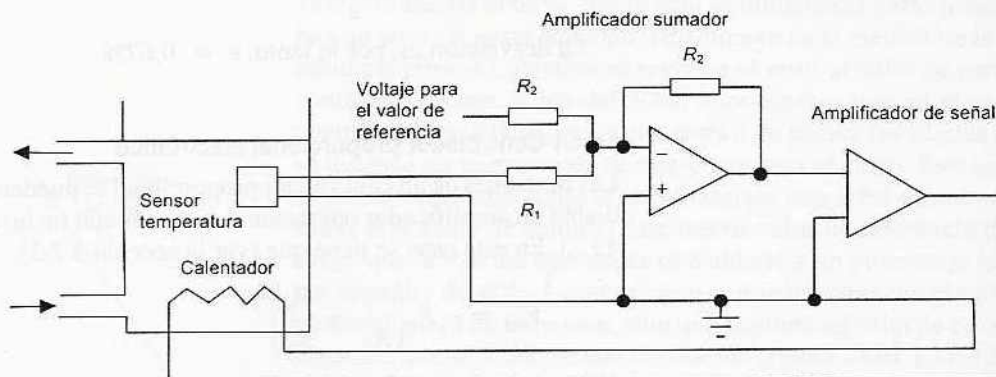


Figura 13.8 Controlador proporcional para control de temperatura



### 13.4.2 Respuesta del sistema

En el control proporcional hay un elemento de ganancia cuya función de transferencia es  $K_p$  en serie con el elemento en sentido directo  $G(s)$  (figura 13.9). El error es entonces:

$$E(s) = \frac{K_p G(s)}{1 + K_p G(s)} R(s)$$

y si la entrada es un escalón, el error de estado estacionario es:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \frac{1}{1 + 1/K_p G(s)} \frac{1}{s} \right]$$

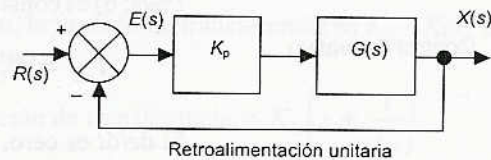


Figura 13.9 Sistema con control proporcional

Lo anterior tendrá una magnitud finita, es decir, siempre habrá un error de estado estacionario. A valores pequeños de  $K_p$  corresponden errores de estado estacionario grandes, pero también respuestas estables. A valores grandes de  $K_p$  corresponden errores de estado estacionario pequeños, aunque una mayor tendencia a la inestabilidad.

## 13.5 Control derivativo

En el *control derivativo*, el cambio de la salida que produce el controlador con referencia al valor de referencia es proporcional a la rapidez de cambio en el tiempo de la señal de error. Esto se representa mediante la ecuación:

$$I_{sal} - I_0 = K_D \frac{de}{dt}$$

donde  $I_0$  es el valor de la salida correspondiente al valor de referencia,  $I_{sal}$  el valor de la salida cuando el error,  $e$ , cambia a una rapidez igual a  $de/dt$ . Es común expresar estas salidas del controlador como un porcentaje del intervalo total de la salida y al error como un porcentaje del intervalo total.  $K_D$  es la constante de proporcionalidad.

La función de transferencia se obtiene mediante las transformadas de Laplace, por lo tanto:

$$(I_{sal} - I_0)(s) = K_D s E(s)$$

Por lo que la función de transferencia es  $K_D s$ .

En el control derivativo, en cuanto la señal de error empieza a cambiar existe la posibilidad de que el controlador produzca una salida de gran magnitud, ya que es proporcional a la rapidez con que cambia la señal de error, y no a su valor. Por lo tanto, se producen

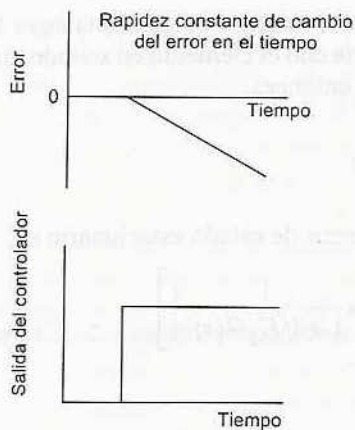


Figura 13.10 Control derivativo

respuestas iniciales rápidas. La figura 13.10 muestra la salida que produce el controlador cuando la rapidez con que cambia la señal de error en el tiempo es constante. La salida del controlador es constante porque la rapidez del cambio también es constante y se produce en cuanto se presenta la desviación. Por otra parte, los controladores derivativos no responden ante señales constantes de error en estado estacionario, pues en este caso la tasa de cambio del error en el tiempo es cero. Por lo anterior, el control derivativo siempre se combina con el control proporcional; la parte proporcional responde a todas las señales de error, incluso a señales constantes, en tanto que la parte derivativa responde a la tasa del cambio.

Para ilustrar lo anterior, considere un controlador derivativo cuyo valor de referencia es de 50% y su constante de derivación,  $K_D$  de 0.4 s. ¿Cuál será la salida del controlador cuando el error: a) cambia a 1%/s; b) es constante a 4%? Mediante la ecuación antes presentada:

$$I_{\text{sal}} = K_D \frac{de}{dt} + I_0 = 0.4 \times 1 + 50 = 50.4\%$$

Si  $de/dt$  es cero, entonces  $I_{\text{sal}}$  es igual a  $I_0$ , es decir, 50%. La salida sólo difiere del valor de referencia cuando el error está variando.

La figura 13.11 muestra el circuito de un controlador derivativo electrónico, el cual cuenta con un amplificador operacional configurado como diferenciador, seguido de otro amplificador operacional configurado como inversor. El tiempo de derivación,  $K_D$ , es igual a  $R_2 C$ .

### 13.5.1 Control proporcional y derivativo

El control derivativo nunca se utiliza solo ya que no es capaz de producir una salida cuando hay una señal de error constante, por lo que, no es posible una corrección del mismo. Por ello, en forma invariable se utiliza junto con el control proporcional.

Cuando de manera conjunta se utilizan el control proporcional y el control derivativo, el cambio en la salida del controlador respecto al valor de referencia está dado por:

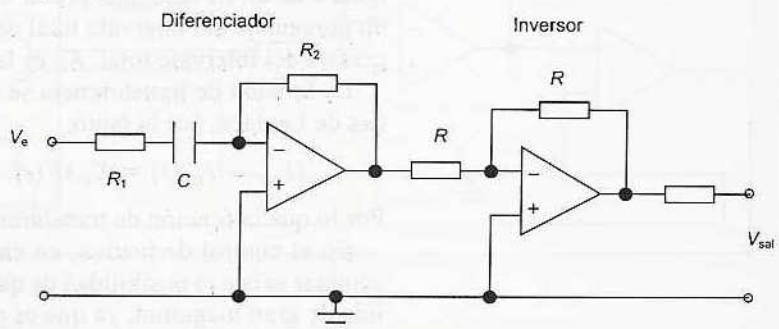


Figura 13.11 Controlador derivativo



Cambio en la salida con respecto al valor de referencia =

$$K_p e + K_D \frac{de}{dt}$$

Por lo tanto:

$$I_{\text{sal}} = K_p e + K_D \frac{de}{dt} + I_0$$

donde  $I_0$  es la salida del valor de referencia,  $I_{\text{sal}}$  la salida cuando el error es  $e$ ,  $K_p$  la constante de proporcionalidad y  $K_D$  la constante derivativa,  $de/dt$  es la tasa de cambio del error. La función de transferencia del sistema es:

$$(I_{\text{sal}} - I_0)(s) = K_p E(s) + K_D s E(s)$$

Por lo tanto, la función de transferencia es  $K_p + K_D s$ . En general, se expresa como:

$$\text{función de transferencia} = K_D \left( s + \frac{1}{T_D} \right)$$

donde  $T_D = K_D/K_p$ , es la *constante de tiempo derivativa*.

La figura 13.12 ilustra cómo varía la salida del controlador cuando hay un error que cambia en forma constante. Se observa un rápido cambio inicial en la salida del controlador debido a la acción derivativa seguida por el cambio gradual de la acción proporcional. Es decir, esta forma de control es adecuada para manejar cambios rápidos en el proceso; por otra parte, un cambio en el valor predeterminado requiere una desviación en el error (ver la explicación anterior sobre control proporcional).

Para ilustrar lo anterior, considere, cuál será la salida del controlador proporcional y derivativo: a) inicialmente y b) 2 s después de que el error empiece a cambiar desde su valor de cero, a una tasa de 1.2%/s. El valor de referencia del controlador es de 50%,  $K_p = 4$  y  $K_D = 0.4$  s. Con base en la ecuación antes propuesta:

$$I_{\text{sal}} = K_p e + K_D \frac{de}{dt} + I_0$$

Al principio el error  $e$  es cero. Por lo tanto, al inicio, cuando el error empieza a cambiar:

$$I_{\text{sal}} = 0 + 0.4 \times 1.2 + 50 = 50.48\%$$

Dado que la tasa de cambio es constante, después de 2 s el error se habrá convertido en 2.4%. Por lo tanto:

$$I_{\text{sal}} = 4 \times 2.4 + 0.4 \times 1.2 + 50 = 60.08\%$$

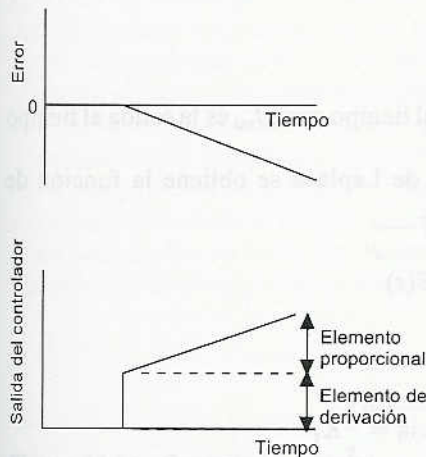


Figura 13.12 Control PD

### 13.6 Control integral

El *modo de control integral* es en el que la tasa de cambio de la salida de control,  $I$ , es proporcional a la señal de error de entrada,  $e$ .

$$\frac{dI}{dt} = K_I e$$

$K_I$  es la constante de proporcionalidad y, cuando la salida del controlador y el error se expresan como porcentajes, tiene unidades  $s^{-1}$ . Integrando la ecuación anterior se obtiene:

$$\int_{I_0}^{I_{sal}} dI = \int_0^t K_I e dt$$

$$I_{sal} - I_0 = \int_0^t K_I e dt$$

$I_0$  es la salida del controlador al tiempo cero,  $I_{sal}$  es la salida al tiempo  $t$ .

Mediante la transformada de Laplace se obtiene la función de transferencia correspondiente:

$$(I_{sal} - I_0)(s) = \frac{1}{s} K_I E(s)$$

y, por lo tanto:

$$\text{Función de transferencia} = \frac{1}{s} K_I$$

La figura 13.13 ilustra la acción de un controlador integral cuando en el controlador existe una señal de error constante como entrada. Estas gráficas se pueden observar de dos formas. Cuando la salida del controlador es constante, el error es cero; cuando la salida del controlador varía a una tasa constante, el error tiene un valor constante. La otra manera de interpretar las gráficas es en función del área que está debajo de la gráfica del error.

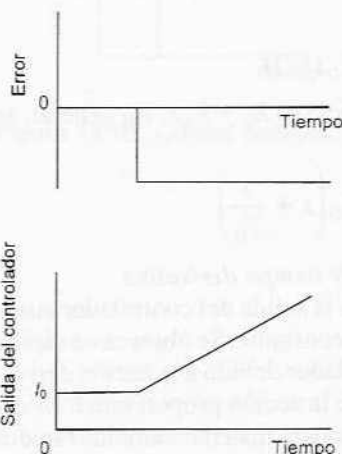


Figura 13.13 Control integral

$$\text{Área bajo la curva del error entre } t = 0 \text{ y } t = \int_0^t e dt$$

Hasta el momento que se produce el error, el valor de la integral es cero. Por lo tanto  $I_{sal} = I_0$ . Cuando se presenta el error, éste mantiene un valor constante. Por lo tanto, el área bajo la curva aumenta al incrementar el tiempo. Dado que el área aumenta a una tasa constante, la salida del controlador también aumenta a una tasa constante.

Para ilustrar lo anterior, considere un controlador integral con un valor de  $K_I$  de  $0.10/s$  y una salida de  $40\%$  del valor de referencia. ¿Cuál será la salida después de a)  $1$  s, b)  $2$  s, si se produce un cambio súbito a un error constante de  $20\%$ ? Con base en la ecuación antes deducida:

$$I_{sal} - I_0 = \int_0^t K_I e dt$$

Cuando el error no varía con el tiempo, la ecuación se transforma en:

$$I_{sal} = K_I e t + I_0$$

Para el caso a), cuando  $t = 1$  s,

$$I_{sal} = 0.10 \times 20 \times 1 + 40 = 42\%$$



Para el caso (b), cuando  $t = 2$  s,

$$I_{\text{sal}} = 0.10 \times 20 \times 2 + 40 = 44\%$$

La figura 13.14 muestra el circuito electrónico utilizado como controlador integral. Consta de un amplificador operacional conectado como integrador seguido de otro amplificador operacional configurado como sumador y en el cual la salida del integrador se añade a la señal del controlador correspondiente al instante cero.  $K_I$  es  $1/R_1C$ .

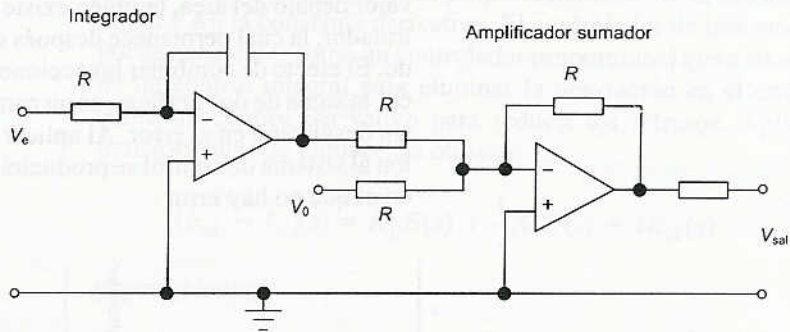


Figura 13.14 Controlador integral

### 13.6.1 Controlador proporcional e integral

El modo de control integral por lo común no se utiliza solo, pero con frecuencia se usa junto con el modo proporcional. Cuando una acción integral se añade al sistema de control proporcional, la salida del controlador,  $I_{\text{sal}}$ , es:

$$I_{\text{sal}} = K_p e + K_I \int e dt + I_0$$

donde  $K_p$  es la constante de control proporcional,  $K_I$  la constante de control integral,  $I_{\text{sal}}$  la salida cuando existe un error,  $e$ , e  $I_0$  la salida del valor de referencia, cuando el error es cero. La función de transferencia es, por lo tanto:

$$\text{función de transferencia} = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_p}{s} \left( s + \frac{1}{T_I} \right)$$

donde  $T_I = K_p/K_I$  y es la *constante de tiempo integral*.

La figura 13.15 muestra cómo reacciona el sistema ante un cambio abrupto en el error a un valor constante. El error da lugar a una señal de salida del controlador proporcional, la cual permanece constante ya que no hay cambio en el error. A esta acción se superpone una señal de salida del controlador que aumenta de manera constante y que se produce por la acción integral.

Supongamos que se modifica el valor de referencia del controlador, digamos del 50 al 60%. Si sólo hubiera un controlador proporcional, dicho cambio sólo sería posible teniendo una desviación en el error, es decir, un valor de referencia que no sea cero. Sin embargo, mediante la combinación del modo integral y proporcional la situación es diferente. La parte de integración del controlador modifica la salida del controlador sin desviación alguna en el error. Se

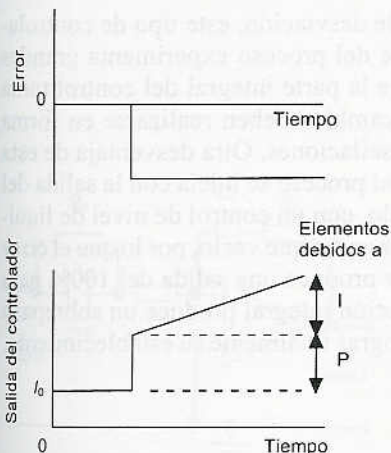


Figura 13.15 Control PI

podría decir que el controlador reposiciona por sí mismo su valor de referencia. La figura 13.16 muestra los efectos de las acciones proporcional e integral cuando se crea una señal de error que aumenta desde un valor de cero y luego disminuye otra vez hasta convertirse en cero. Con la acción proporcional por sí sola el controlador lo único que hace es reflejar ese cambio para al final asumir de nuevo su valor de referencia original. La acción integral del controlador aumenta en proporción con el aumento del área bajo la curva error-tiempo y, aun cuando el error regrese a cero, como todavía queda un valor debajo del área, también existe un cambio en la salida del controlador, la cual permanece después de que el error haya desaparecido. El efecto de combinar las acciones proporcional e integral, es decir, la suma de dos gráficas, es un cambio en la salida del controlador sin desviación en el error. Al aplicar una señal de entrada tipo escalón al sistema de control se producirá un valor de estado estacionario en el que no hay error.

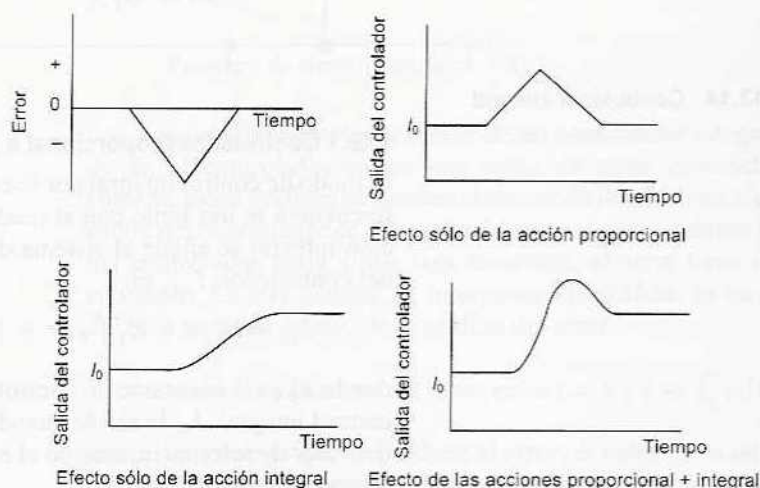


Figura 13.16 Control PI

Debido a que no tiene error de desviación, este tipo de controlador se utiliza cuando la variable del proceso experimenta grandes cambios. Sin embargo, dado que la parte integral del control toma tiempo en llevarse a cabo, los cambios deben realizarse en forma más o menos lenta para evitar oscilaciones. Otra desventaja de esta forma de control es que cuando el proceso se inicia con la salida del controlador al 100% (por ejemplo, con un control de nivel de líquido, la condición inicial podría ser un tanque vacío, por lo que el error es tan grande que el controlador produce una salida del 100% para abrir del todo una válvula) la acción integral produce un sobrepaso considerable del error antes de lograr finalmente su establecimiento.

### 13.7 Controlador PID

Al combinar los tres modos de control (proporcional, derivativo e integral) se obtiene un controlador que no tiene desviación en el



error y disminuye la tendencia a que se produzcan oscilaciones. Este tipo de controlador se conoce como *controlador de tres modos* o *controlador PID*. La ecuación que describe su comportamiento es:

$$I_{\text{sal}} = K_p e + K_I \int e dt + K_D \frac{de}{dt} + I_0$$

donde  $I_{\text{sal}}$  es la salida del controlador cuando existe un error  $e$ , el cual varía con el tiempo,  $t$ ,  $I_0$  es la salida del valor de referencia cuando no hay error,  $K_p$  es la constante de proporcionalidad,  $K_I$  la constante integral y  $K_D$  la constante derivativa. El controlador de tres modos se puede considerar como un controlador proporcional que a su vez tiene un control integral para eliminar la desviación en el error, así como un control derivativo para reducir los retrasos. Aplicando transformadas de Laplace, se obtiene:

$$(I_{\text{sal}} - I_0)(s) = K_p E(s) + \frac{1}{s} K_I E(s) + s K_D(s)$$

y, por lo tanto:

$$\text{Función de transferencia} = K_p e + \frac{1}{s} K_I + s K_D = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Para ilustrar lo anterior, considere cuál será la salida de un controlador de tres modos, en el cual  $K_p$  es 4,  $K_I$  es 0.6/s,  $K_D$  es 0.5 s, la salida para el valor de referencia es del 50% y el cambio en el error el que se muestra en la figura 13.17: a) inmediatamente después de que el cambio comienzan a producirse y b) 2 s después de producirse el cambio. Con base en la ecuación antes dada para  $I_{\text{sal}}$ :

$$I_{\text{sal}} = K_p e + K_I \int e dt + K_D \frac{de}{dt} + I_0$$

en el caso de a)  $e = 0$ ,  $de/dt = 1/s$ , e  $\int e dt = 0$ . Por lo tanto:

$$I_{\text{sal}} = 0 + 0 + 0.5 \times 1 + 50 = 50.5\%$$

En el caso de b), para un valor de 2 s,  $e = 1\%$ ,  $\int e dt = 1.5$  s dado que la integral es el área bajo la gráfica error—tiempo hasta llegar a 2 s, y  $de/dt = 0$ . Por lo tanto:

$$I_{\text{sal}} = 4 \times 1 + 0.6 \times 1.5 + 0 + 50 = 54.9\%$$

### 13.7.1 Circuitos PID con amplificadores operacionales

Al combinar cada uno de los circuitos antes presentados en este capítulo para los modos proporcional, derivativo e integral, se obtiene un controlador de tres modos. Sin embargo, para obtener el mismo controlador, pero de manera más práctica, se utiliza un solo amplificador operacional. La figura 13.18 muestra el circuito correspondiente. La constante proporcional,  $K_p$ , es  $R_1/(R + R_D)$ ; la constante de derivación,  $K_D$ , es  $R_D C_D$  y la constante de integración  $K_I$  es  $1/R_1 C_1$ .

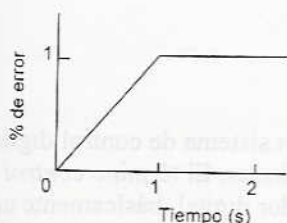


Figura 13.17 Señal de error

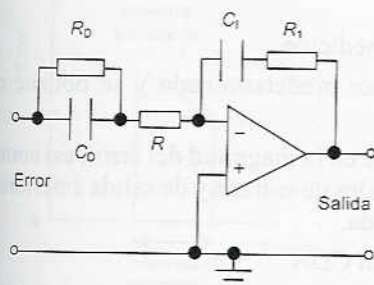


Figura 13.18 Circuito PID

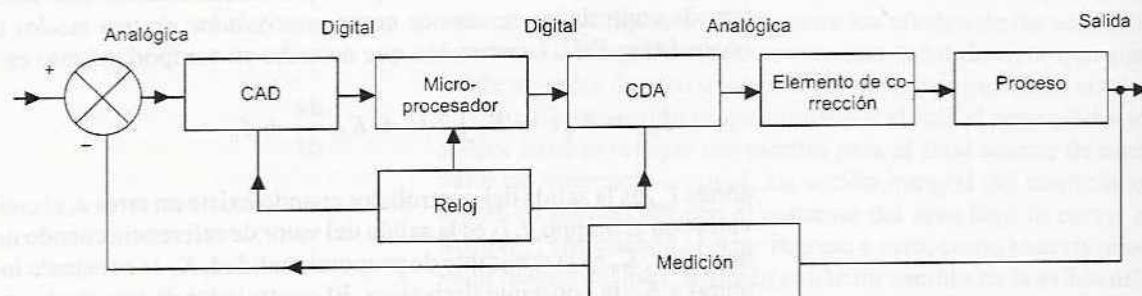


Figura 13.19 Sistema de control digital

### 13.8 Controladores digitales

La figura 13.19 muestra la base de un sistema de control digital directo, que se utiliza en procesos continuos. El término *control digital directo* se usa cuando el controlador digital, básicamente un microprocesador, controla el sistema de control en lazo cerrado. El controlador recibe las señales de entrada de los sensores, ejecuta los programas de control y proporciona una señal que envía a los elementos de corrección. Estos controladores requieren señales de entrada digitales, procesan la información en forma digital y producen una señal de salida digital. Dado que en muchos sistemas de control se realizan mediciones analógicas, para convertir las señales de entrada se utiliza un convertidor analógico a digital (CAD). Un reloj envía un pulso a intervalos regulares e indica en qué momento el CAD debe tomar muestras de la variable controlada. Estas muestras se convierten en señales digitales que el microprocesador compara con la magnitud del valor de referencia para producir la señal de error. El microprocesador inicia, entonces, un modo de control que procesa la señal de error y produce una señal de salida digital. El modo de control que utilice el microprocesador estará determinado por el programa de instrucciones que use para procesar las señales digitales, es decir, el *software*. La salida digital se utiliza para iniciar la acción correctora, lo que en general sucede después de procesar dicha salida en un convertidor digital a analógico (CDA), dado que los elementos correctores por lo común requieren señales analógicas.

En el controlador digital se realiza básicamente el siguiente ciclo de eventos:

1. Se muestrea la variable de medición.
2. Ésta se compara con el valor predeterminado y se obtiene el error.
3. Se realizan cálculos con base en la magnitud del error, así como en valores guardados de señales de entrada y de salida anteriores para obtener la señal de salida.
4. La señal de salida se envía al CDA.
5. Aguarda hasta el siguiente tiempo de muestreo para entonces repetir el ciclo.



Los microprocesadores utilizados como controladores aventajan a los controladores analógicos en que la acción de control (por ejemplo, proporcional o de tres modos) se puede alterar con sólo modificar el software de cómputo; no es necesario cambiar el hardware ni el cableado eléctrico. Aún más, el programa de cómputo es capaz de modificar la estrategia de control mientras se lleva a cabo una acción de control en respuesta a la situación de un momento dado.

También tienen otras ventajas. En el control analógico se requieren controles asignados en forma específica a cada uno de los procesos que se controlan. En cambio, con un microprocesador es posible controlar varios procesos independientes realizando muestreos con un multiplexor (ver el capítulo 3). El control digital permite obtener mayor precisión que el analógico dado que las características de amplificadores y demás componentes que se utilizan en los sistemas analógicos varían con el tiempo y la temperatura, por lo que presentan corrimiento; en cambio, como el control digital funciona con base en señales tipo encendido-apagado, no permite el corrimiento con el mismo grado.

### 13.8.1 Cómo poner en práctica los modos de control

Para obtener un controlador digital que proporcione determinado modo de control es necesario crear un programa adecuado para el controlador. Este programa debe indicar cómo deberá ser procesada la señal de error digital en un momento dado para obtener el valor de salida correcto para el siguiente elemento de corrección. Este procesamiento puede involucrar la señal de entrada presente, así como señales de entrada y salida anteriores. El programa, por lo tanto, pide al controlador resolver una ecuación en diferencias (ver la sección 3.10).

La función de transferencia de un controlador analógico PID es:

$$\text{Función de transferencia} = K_p + \frac{1}{s} K_i + s K_D$$

Una multiplicación por  $s$  equivale a una diferenciación. Sin embargo, también es posible considerar el gradiente de la respuesta en el tiempo de la señal de error en el presente instante de tiempo como (última muestra del error,  $e_n$ , menos la penúltima muestra del error,  $e_{n-1}$ )/(intervalo de muestreo,  $T_s$ ) (figura 13.20). Dividir entre  $s$  equivale a integrar. Se puede, sin embargo, considerar que la integral del error al término del periodo de muestreo como el área que está debajo de la gráfica error-tiempo durante el último intervalo de muestreo más la suma de las áreas que están bajo la gráfica de todas las muestras anteriores ( $\text{Int}_{\text{prev}}$ ). Si el periodo de muestreo es breve comparado con los tiempos presentes, el área durante el último intervalo de muestreo es casi  $\frac{1}{2}(e_n + e_{n-1})/T_s$  (ver en la sección 13.10 otra aproximación conocida como aproximación de Tustin). Por lo tanto, para la señal de salida del controlador,  $x_n$ , en un instante en particular, el equivalente de la función de transferencia es:

$$x_n = K_p e_n + K_i \left( \frac{(e_n + e_{n-1}) T_s}{2} + \text{Int}_{\text{prev}} \right) + K_D \frac{e_n - e_{n-1}}{T_s}$$

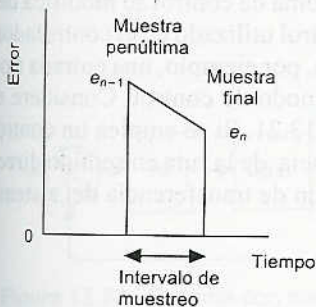


Figura 13.20 Señales de error

Si se reordena esta ecuación, se obtiene:

$$x_n = A e_n + B e_{n-1} + C (\text{Int}_{\text{prev}})$$

donde  $A = K_p + 0.5K_1T_s + K_D/T_s$ ,  $B = 0.5K_1T_s - K_D/T_s$  y  $C = K_1$ .

El programa para un control PID consiste en:

1. Determinar los valores de  $K_p$ ,  $K_1$  y  $K_D$ .
2. Determinar los valores iniciales de  $e_{n-1}$ ,  $\text{Int}_{\text{prev}}$  y el tiempo de muestreo,  $T_s$ .
3. Reestablecimiento del temporizador del intervalo de muestreo.
4. Introducción del error,  $e_n$ .
5. Calcular  $y_n$  con la ecuación anterior.
6. Actualizar, dejándolo listo para el siguiente cálculo, el valor del área anterior a  $\text{Int}_{\text{prev}} + 0.5(e_n + e_{n-1})T_s$ .
7. Actualizar, dejándolo listo para el siguiente cálculo, el valor del error definiendo  $e_{n-1}$  igual a  $e_n$ .
8. Esperar a que transcurra el intervalo de muestreo.
9. Ir al paso 3 y repetir el ciclo.

### 13.8.2 Un sistema de control por computadora

Por lo general, un sistema de control por computadora consta de los elementos que se muestran en la figura 13.19, con los valores de referencia y los parámetros de control introducidos con un teclado. El software utilizado en este sistema proporciona el programa de las instrucciones necesarias; por ejemplo, para que la computadora ponga en práctica el modo de control PID, proporcione el visualizador al operador, reconozca y procese las instrucciones introducidas por el operador, proporcione información sobre el sistema, proporcione instrucciones para el arranque y el paro y proporcione información de reloj/calendario. En la pantalla del operador aparece información como el valor de referencia, el valor real medido, el intervalo de muestreo, el error, la calibración del controlador y el estado del elemento corrector. La pantalla se actualiza de manera constante cada pocos segundos.

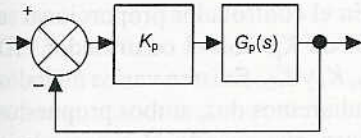
Si el lector desea profundizar en el tema de los sistemas de control por computadora, se recomiendan textos especializados como *Real-time Computer Control* de S. Bennett (Prentice-Hall, 1994).

## 13.9 Comportamiento de los sistemas de control

La función de transferencia de un sistema de control se modifica dependiendo de cuál sea el modo de control utilizado en el controlador. Por lo tanto, la respuesta del sistema a, por ejemplo, una entrada tipo escalón, se verá afectada por dicho modo de control. Considere el sencillo sistema que ilustra la figura 13.21. Si se emplea un control proporcional, la función de transferencia de la ruta en sentido directo es  $K_p G(s)$  y, por lo tanto, la función de transferencia del sistema de retroalimentación,  $G(s)$  es:

$$G(s) = \frac{K_p G_p(s)}{1 + K_p G_p(s)}$$





**Figura 13.21** Sistema con control proporcional

Suponga que la función de transferencia de un proceso de primer orden es  $1/(\tau s + 1)$ , donde  $\tau$  es la constante de tiempo. Si el control es proporcional y la retroalimentación unitaria, la función de transferencia del sistema de control es:

$$G(s) = \frac{K_p/(\tau s + 1)}{1 + K_p/(\tau s + 1)} = \frac{K_p}{\tau s + 1 + K_p}$$

El sistema de control sigue siendo un sistema de primer orden. El efecto que produce el control proporcional ha sido modificar la forma de la respuesta de primer orden del proceso. Sin el controlador, la respuesta a una entrada tipo escalón unitario fue (ver la sección 11.2):

$$y = 1 - e^{-t/\tau}$$

Ahora es:

$$y = K_p(1 - e^{-t/(\tau/(1 + K_p))})$$

El efecto del control proporcional ha sido reducir la constante de tiempo de  $\tau$  a  $\tau/(1 + K_p)$ .

Si el control es integral (figura 13.22) la función de transferencia en sentido directo es  $K_I G_p(s)/s$ , y así, la función de transferencia del sistema es:

$$G(s) = \frac{K_I G_p(s)}{s + K_I G_p(s)}$$

De esta manera, si ahora tenemos un proceso de primer orden cuya función de transferencia es  $1/(\tau s + 1)$ , con un control integral y retroalimentación unitaria, la función de transferencia del sistema de control es:

$$G(s) = \frac{K_I/(\tau s + 1)}{s + K_I/(\tau s + 1)} = \frac{K_I}{s(\tau s + 1) + K_I} = \frac{K_I}{\tau s^2 + s + K_I}$$

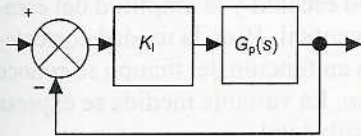
El sistema de control es ahora un sistema de segundo orden. Ahora, si la entrada es un escalón, el sistema produce una respuesta de segundo orden, en vez de una de primer orden.

Si el sistema tiene un control derivativo (figura 13.23), la función de transferencia en sentido directo es  $sK_D G_p(s)$ , y si la retroalimentación es unitaria, la función de transferencia del sistema es:

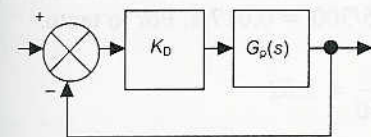
$$G(s) = \frac{sK_D G_p(s)}{1 + sK_D G_p(s)}$$

Con un proceso de primer orden cuya función de transferencia es  $1/(\tau s + 1)$ , el control derivativo produce una función de transferencia total de:

$$G(s) = \frac{sK_D/(\tau s + 1)}{1 + sK_D/(\tau s + 1)} = \frac{sK_D}{\tau s + 1 + sK_D}$$



**Figura 13.22** Sistema con control integral



**Figura 13.23** Sistema con control derivativo

### 13.10 Sintonización

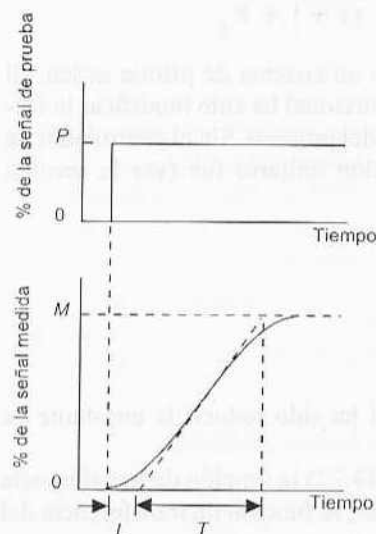


Figura 13.24 Curva de reacción del proceso

El término *sintonización* describe el proceso de selección de los mejores parámetros del controlador. En el controlador proporcional se refiere a la determinación del valor de  $K_p$ ; con el controlador PID hay que elegir las tres constantes  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ . Existen varios métodos para hacerlo, de los cuales sólo estudiaremos dos, ambos propuestos por Ziegler y Nichols. Éstos suponen que cuando el sistema bajo control es de lazo abierto, una aproximación razonable para describir su comportamiento es un sistema de primer orden al que se incorpora un retraso en el tiempo. Con base en lo anterior, se procede a obtener los parámetros para un desempeño óptimo.

#### 13.10.1 Método de la reacción del proceso

Por lo general, el lazo de control del proceso se abre entre el controlador y la unidad de corrección, para que no se produzcan acciones de control. A la unidad de corrección se aplica una señal de entrada de prueba y se determina la respuesta de la variable controlada. La señal de prueba debe ser tan pequeña como sea posible. La figura 13.24 muestra la forma de la señal de prueba y una respuesta típica. La señal de prueba es una señal tipo escalón y la amplitud del escalón se expresa como el cambio porcentual,  $P$ , en la unidad correctora. La gráfica de la variable medida en función del tiempo se conoce como *curva de reacción del proceso*. La variable medida se expresa como porcentaje del intervalo a escala total.

Se traza una tangente para obtener el gradiente máximo de la curva. En la figura 13.24 el gradiente máximo  $R$  es  $M/T$ . El tiempo entre el inicio de la señal de prueba y el punto donde esta tangente intersecta el eje de tiempo se conoce como retraso,  $L$ . La tabla 13.1 muestra el criterio recomendado por Ziegler y Nichols para elegir los parámetros del controlador con base en los valores de  $P$ ,  $R$  y  $L$ .

Tabla 13.1 Criterio de la curva de la reacción del proceso

Modo de control	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$P/RL$		
PI	$0.9 P/RL$	$3.33 L$	
PID	$1.2 P/RL$	$2 L$	$0.5 L$

Considere el siguiente ejemplo. Determine los parámetros de un controlador de tres modos cuya curva de reacción del proceso se ilustra la figura 13.25, cuando la señal de prueba fue de 6% de cambio en la posición de la válvula de control. Dibujando una tangente en la parte de la curva con gradiente máximo se obtienen un retraso,  $L$ , de 150 s y un gradiente,  $R$ , de  $5/300 = 0.017/s$ . Por lo tanto:

$$K_p = \frac{1.2 P}{RL} = \frac{1.2 \times 6}{0.017 \times 150} = 2.82$$

$$T_i = 2L = 300s$$

$$T_d = 0.5L = 0.5 \times 150 = 75s$$



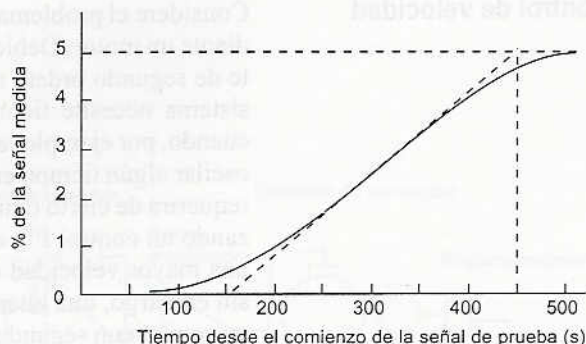


Figura 13.25 Ejemplo de curva de proceso

### 13.10.2 Método del ciclo final

Con este método, las acciones integral y derivativa primero se reducen a sus valores mínimos. Se define un valor bajo de constante de proporcionalidad,  $K_p$ , que luego se aumenta en forma gradual. Esto equivale a decir que la banda proporcional se estrecha de manera gradual. Al mismo tiempo se aplican pequeñas perturbaciones al sistema. Esto continúa hasta que se producen oscilaciones continuas. Cuando esto se produce, el valor crítico de la constante de proporcionalidad,  $K_{pc}$ , se anota y se mide el período de las oscilaciones,  $T_c$ . La tabla 13.2 muestra la relación entre el criterio recomendado por Ziegler y Nichols para los parámetros del controlador y este valor de  $K_{pc}$ . La banda proporcional crítica es  $100/K_{pc}$ .

Tabla 13.2 Criterio del ciclo final

Modo de control	$K_p$	$T_I$	$T_D$
P	$0.5 K_{pc}$		
PI	$0.45 K_{pc}$	$T_c/1.2$	
PID	$0.6 K_{pc}$	$T_c/2.0$	$T_c/8$

Considere el siguiente ejemplo. Al sintonizar un sistema de control de tres modos mediante el método del ciclo final se determinó que las oscilaciones se iniciaban cuando la banda proporcional disminuía al 30%. Las oscilaciones tienen un período de 500 s. ¿Cuáles son los parámetros adecuados para el controlador? El valor crítico de  $K_{pc}$  es  $100/\text{banda proporcional crítica}$ , es decir,  $100/30 = 3.33$ . Con base en el criterio expuesto en la tabla 13.2:

$$K_p = 0.6 K_{pc} = 0.6 \times 3.33 = 2.0$$

$$T_I = T_c/2.0 = 500/2 = 250 \text{ s}$$

$$T_D = T_c/8 = 500/8 = 62.5 \text{ s}$$

### 13.11 Control de velocidad

Considere el problema de controlar el movimiento de una carga mediante un motor. Debido a que el sistema del motor es probablemente de segundo orden, un control proporcional hará que la salida del sistema necesite tiempo para lograr el desplazamiento requerido cuando, por ejemplo, entre al sistema una señal tipo escalón, y puede oscilar algún tiempo en torno al valor requerido. Es decir, el sistema requerirá de cierto tiempo para responder a la señal de entrada. Utilizando un control PD en vez de utilizar sólo un control P se logrará una mayor velocidad de respuesta con menos oscilaciones. Existe, sin embargo, una alternativa para lograr el mismo efecto y consiste en emplear un segundo lazo de retroalimentación mediante el cual se obtiene una medición relacionada con la rapidez con que cambia el desplazamiento. Lo anterior se conoce como *retroalimentación de velocidad*. La figura 13.26 muestra este sistema; en la retroalimentación de velocidad se utiliza un tacogenerador que produce una señal proporcional a la velocidad de giro del eje del motor y, por lo tanto, la rapidez con la cual cambia el desplazamiento, así como éste, se pueden monitorear utilizando un potenciómetro giratorio.

### 13.12 Control adaptable

Existen diversas situaciones de control en las que los parámetros de la planta cambian con el tiempo o, a veces, con la carga; por ejemplo, un robot manipulador mediante el que se transportan cargas y se modifica la carga. Si la función de transferencia de la planta cambia, es deseable una resintonización del sistema para determinar los valores óptimos de las constantes proporcional, derivativa e integral. Para los sistemas de control hasta aquí considerados, se ha supuesto que una vez sintonizado el sistema, conserva sus valores de las constantes proporcional, derivativa e integral, hasta que el operador proceda a una resintonización. Una alternativa es un *sistema de control adaptable*, el cual se 'adapta' a los cambios y modifica sus parámetros de acuerdo con las circunstancias prevalecientes.

El sistema de control adaptable se basa en el empleo de un microprocesador como controlador. Este dispositivo permite que el modo y los parámetros de control utilizados se adapten a las circunstancias, y modificarlos cuando éstas cambien.

Se puede considerar que un sistema de control adaptable tiene las siguientes etapas de funcionamiento:

1. Empieza a funcionar con las condiciones del controlador definidas con base en una condición supuesta.
2. El desempeño deseable se compara en forma continua con el desempeño real del sistema.
3. El modo y los parámetros del sistema de control se ajustan de manera automática y continua para minimizar la diferencia entre el desempeño deseado y el real.

Por ejemplo, en un sistema de control que funciona en modo proporcional, la constante de proporcionalidad,  $K_p$ , podría ser ajustada en forma automática a las circunstancias, y cambiar de acuerdo con éstas.



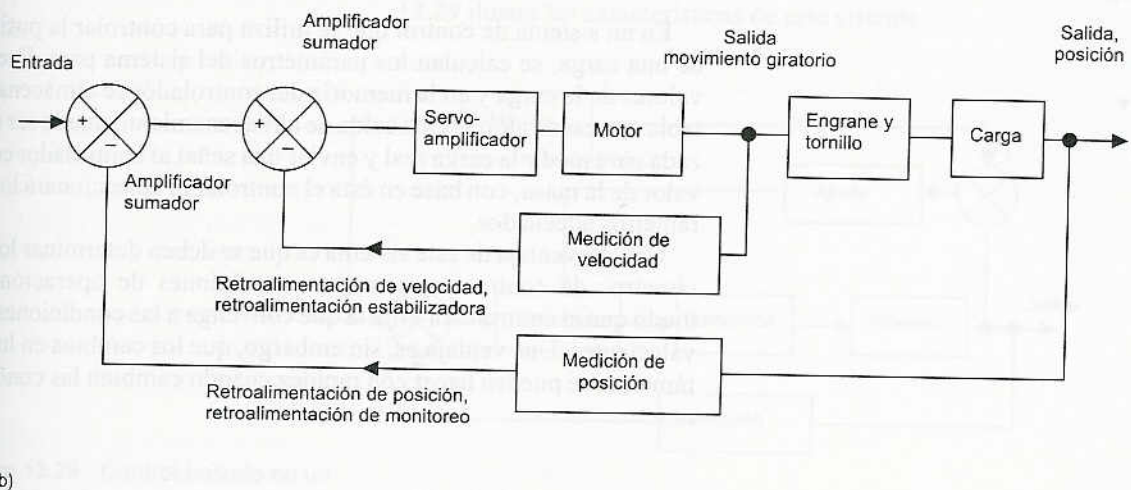
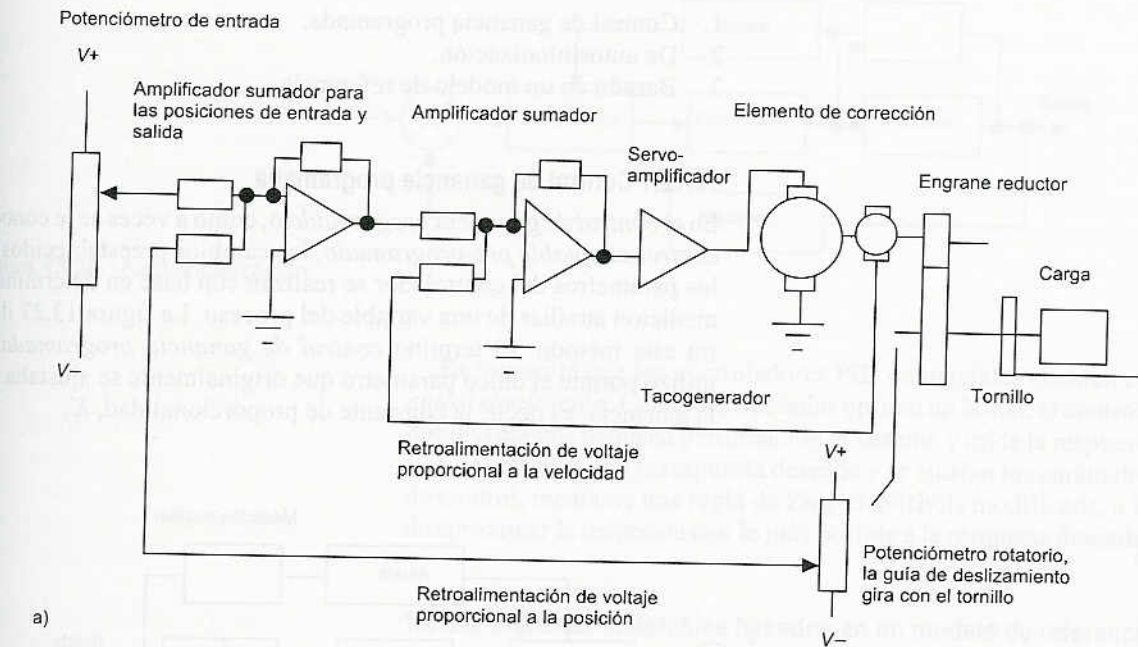


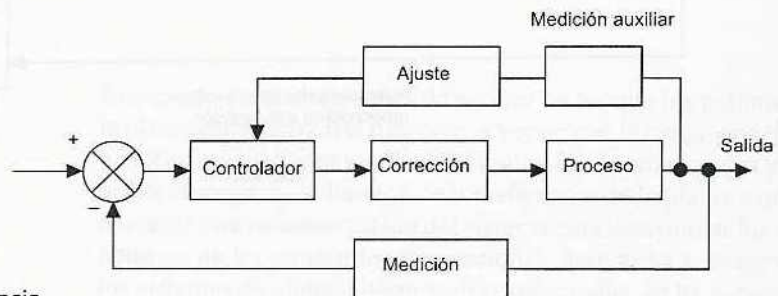
Figura 13.26 Sistema con retroalimentación de velocidad: a) diagrama descriptivo del sistema; b) diagrama de bloques del sistema

Los sistemas de control adaptables pueden adoptar diversas modalidades. Tres de las más comunes son:

1. Control de ganancia programada.
2. De autosintonización.
3. Basado en un modelo de referencia.

### 13.12.1 Control de ganancia programada

En el *control de ganancia programada* o, como a veces se le conoce, *control adaptable pre-programado*, los cambios preestablecidos en los parámetros del controlador se realizan con base en determinada medición auxiliar de una variable del proceso. La figura 13.27 ilustra este método. El término *control de ganancia programada* se utilizó porque el único parámetro que originalmente se ajustaba era la ganancia, es decir, la constante de proporcionalidad,  $K_p$ .



**Figura 13.27** Control de ganancia programada

En un sistema de control que se utiliza para controlar la posición de una carga, se calculan los parámetros del sistema para diversos valores de la carga y en la memoria del controlador se almacena una tabla con esos valores. Una celda de almacenamiento puede ser utilizada para medir la carga real y enviar una señal al controlador con el valor de la masa; con base en ésta el controlador seleccionará los parámetros adecuados.

Una desventaja de este sistema es que se deben determinar los parámetros de control para muchas condiciones de operación, de modo que el controlador elija la que convenga a las condiciones pre-alecientes. Una ventaja es, sin embargo, que los cambios en los parámetros se pueden hacer con rapidez cuando cambian las condiciones.

### 13.12.2 Autosintonización

En este caso, el sistema ajusta sus parámetros en forma continua con base en el monitoreo de la variable que el sistema debe controlar y en la salida del controlador. La figura 13.28 ilustra las características de este sistema.



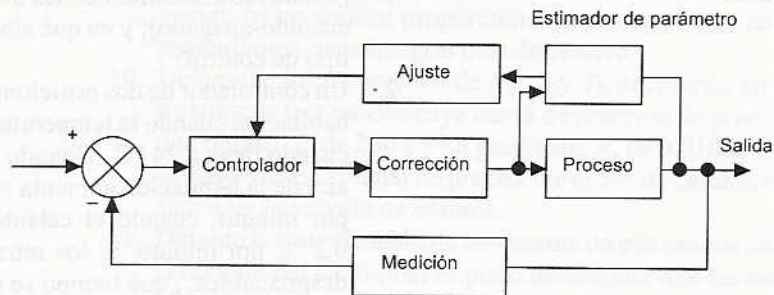


Figura 13.28 Autosintonización

Es frecuente que los controladores PID comerciales cuenten con *autosintonización*. Cuando el operador oprime un botón, el controlador inyecta una pequeña perturbación al sistema y mide la respuesta. Ésta se compara con la respuesta deseada y se ajustan los parámetros de control, mediante una regla de Ziegler-Nichols modificada, a fin de aproximar la respuesta real lo más posible a la respuesta deseada.

### 13.12.3 Sistemas adaptables basados en un modelo de referencia

En el sistema adaptable basado en un modelo de referencia se obtiene un modelo preciso del sistema. El valor establecido como entrada en el sistema de control se utiliza como señal de entrada, tanto para el sistema real, como para el modelo (de referencia), y se observa la diferencia entre la salida real y la salida del modelo (de referencia). La diferencia entre ambas señales sirve para ajustar los parámetros del controlador y, así, minimizar la diferencia. La figura 13.29 ilustra las características de este sistema.

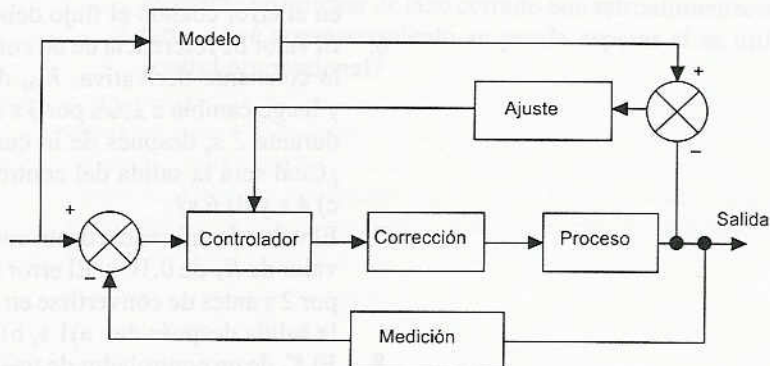


Figura 13.29 Control basado en un modelo de referencia

Si el lector desea obtener más información sobre el control adaptable, consulte textos especializados como *Adaptive Control* de K. J. Åström y B. Wittenmark (Addison-Wesley, 1989).

## Problemas

1. ¿Cuáles son las limitaciones del control de dos posiciones (encendido-apagado); y en qué situaciones es común emplear este tipo de control?
2. Un controlador de dos posiciones enciende el calentador de una habitación cuando la temperatura desciende a  $20^{\circ}\text{C}$  y lo apaga cuando llega a  $24^{\circ}\text{C}$ . Cuando el calentador está encendido, el aire de la habitación aumenta su temperatura a razón de  $0.5^{\circ}\text{C}$  por minuto; cuando el calentador está apagado, se enfría a  $0.2^{\circ}\text{C}$  por minuto. Si los retrasos del sistema de control son despreciables, ¿qué tiempo se necesita para que: a) el calentador pase de encendido a apagado; b) para que el calentador pase de apagado a encendido?
3. Un controlador de modo de dos posiciones se utiliza para controlar el nivel del agua de un tanque mediante la apertura o el cierre de una válvula; en su posición abierta, ésta permite la entrada del agua con un gasto de  $0.4\text{ m}^3/\text{s}$ . El área transversal del tanque es de  $12\text{ m}^2$  y el agua sale de él a un gasto constante de  $0.2\text{ m}^3/\text{s}$ . La válvula se abre cuando el nivel del agua sube a  $4.0\text{ m}$  y se cierra a  $4.4\text{ m}$ . ¿Qué tiempo tarda: a) en pasar la válvula de la apertura al cierre; b) en pasar la válvula del cierre a la apertura?
4. Un controlador proporcional se utiliza para controlar la altura del agua en un tanque cuando el nivel puede variar entre cero y  $4.0\text{ m}$ . La altura requerida es de  $3.5\text{ m}$  y el controlador cierra del todo una válvula cuando la altura del agua es de  $3.9\text{ m}$  y se abre por completo cuando la altura del agua es de  $3.1\text{ m}$ . ¿Qué banda proporcional y función de transferencia se necesitarán?
5. La  $K_p$  de un controlador proporcional es de 20 y el valor de referencia de 50% de la salida. En su salida se utiliza una válvula que para el valor de referencia permite un flujo de  $2.0\text{ m}^3/\text{s}$ . La válvula cambia su salida en proporción directa a la salida del controlador. ¿Cuál será la salida del controlador y la desviación en el error cuando el flujo debe cambiar a  $2.5\text{ m}^3/\text{s}$ ?
6. El valor de referencia de un controlador derivativo es del 50% y la constante derivativa,  $K_D$ , de 0.5 s. El error inicia en cero y luego cambia a  $2\%/s$  por 3 s antes de convertirse en constante durante 2 s, después de lo cual disminuye a  $1\%/s$  hasta cero. ¿Cuál será la salida del controlador después de: a) 0 s, b) 1 s, c) 4 s y d) 6 s?
7. El valor de referencia de un controlador integral es del 50% y el valor de  $K_I$  de  $0.10/s$ . El error se inicia en cero y cambia a  $4\%/s$  por 2 s antes de convertirse en constante durante 3 s. ¿Cuál será la salida después de: a) 1 s, b) 3 s?
8. El  $K_p$  de un controlador de tres modos es de 2,  $K_I$  es  $0.1/s$ ,  $K_D$  es 1.0 s y la salida del valor de referencia es del 50%. El error se inicia en cero, cambia a  $5\%/s$  por 2 s antes de convertirse en constante durante 3 s. Luego disminuye a  $2\%/s$  hasta llegar a cero y permanece en este valor. ¿Cuál será la salida del controlador después de: a) 0 s; b) 3 s; c) 7 s?



9. Describa y compare las características de: a) un control proporcional; b) un control proporcional más integral; c) un control proporcional, más integral más derivativo.
10. Determine los parámetros de  $K_p$ ,  $T_I$  y  $T_D$  necesarios en un controlador de tres modos cuya curva de reacción de proceso tiene un retraso,  $L$ , de 200 s y un gradiente,  $R$ , de 0.010%/s, cuando la magnitud de la señal de prueba fue el 5% de cambio en la posición de la válvula de control.
11. Durante la sintonización de un sistema de tres modos utilizando el método del ciclo final se pudo determinar que las oscilaciones iniciaban cuando la banda proporcional se disminuyó al 20%. Las oscilaciones tenían un tiempo periódico de 200 s. ¿Cuáles son los valores adecuados de  $K_p$ ,  $T_I$  y  $T_D$ ?
12. Explique cómo funcionan las siguientes modalidades de sistemas de control adaptable: a) control de ganancia programada; b) de autosintonización; c) basado en un modelo.
13. Un motor de c.d. se comporta como sistema de primer orden y la función de transferencia en la que se relaciona la posición de salida hasta la que ha girado una carga, en relación con la señal de entrada es  $1/s(1 + s\tau)$ . Si la constante de tiempo,  $\tau$ , es de 1 s y el motor se utilizará en un sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación unitaria y un controlador proporcional, determine el valor de la constante de proporcionalidad que permita obtener una respuesta de lazo cerrado con un sobrepaso del 25%.
14. El pequeño motor ultrasónico utilizado para desplazar las lentes de enfoque automático de una cámara (ver la sección 22.3.3) desplaza el aro (del pistón) con una inercia tan pequeña que la función de transferencia mediante la que se relaciona la posición angular y la señal de entrada es  $1/cs$ , donde  $c$  es la constante de proporcionalidad que relaciona el par de torsión de fricción con la velocidad angular. Si el motor se controla mediante un sistema de lazo cerrado con retroalimentación unitaria, ¿qué comportamiento se puede esperar si se utiliza un control proporcional?

# 14 Lógica digital

## 14.1 Lógica digital

Muchos sistemas de control tienen el propósito de activar o desactivar eventos, cuando se cumplen ciertas condiciones. Por ejemplo, en la lavadora doméstica el calentador sólo se enciende cuando la tina tiene agua y el nivel de ésta es el correcto. En este tipo de control se utilizan señales *digitales* donde sólo hay dos niveles de señal posibles. Los circuitos digitales son la base de las computadoras digitales y de los sistemas controlados con microprocesadores.

Estos circuitos se desarrollaron a partir de circuitos de transistores que producían una salida de uno de dos niveles de voltaje, dependiendo de los niveles de sus entradas. Los dos niveles, en general 5 V y 0 V, son las señales alta y baja, y se representan por 1 y 0. En el *sistema de numeración binario* sólo se utilizan los números 0 y 1, por lo que se usa mucho en circuitos digitales. Estos dos valores de 0 y 1 pueden representar niveles de encendido (on) o apagado (off), abierto o cerrado, sí o no, verdadero o falso, +5 V o 0 V, etcétera.

Con el *control digital*, como en el caso de la lavadora, la entrada del agua se activa cuando su puerta está cerrada y se alcanza determinado momento del ciclo de lavado. Hay dos señales de entrada que pueden ser sí o no, y una señal de salida que puede ser sí o no. Aquí el controlador se programa de manera que sólo produzca una salida de encendido si ambas señales de entrada son verdaderas, es decir, si las entradas *A* y *B* son 1, entonces la salida será de 1. Se dice que la operación anterior está controlada por una *compuerta lógica*, en este ejemplo es una compuerta AND. De esta manera se controlan muchas máquinas y procesos.

El término *lógica combinatoria* se refiere a la combinación de dos o más compuertas lógicas básicas para obtener determinada función. Un ejemplo es cuando una alarma se activa al encender un automóvil con una puerta abierta, o si las luces delanteras están encendidas y la puerta del conductor se abre.

Además de estudiar el tema de lógica combinatoria, en este capítulo también se tratará la *lógica secuencial*. Los circuitos digitales



anteriores se emplean para controlar un conjunto de eventos en una secuencia específica dictada por un reloj de control o por señales de activación-desactivación. Estos circuitos son conocidos como circuitos de lógica combinatoria con memoria.

## 14.2 Sistemas numéricos

El *sistema decimal* se basa en 10 símbolos o dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Cuando un número se representa con este sistema, la posición del dígito indica que el peso asignado a cada uno de ellos aumenta en un factor de 10 conforme se avanza de derecha a izquierda.

...	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
	millares	centenas	decenas	unidades

El *sistema binario* se basa en sólo dos símbolos o estados: 0 y 1, los cuales se conocen como dígitos binarios o *bits*. Cuando un número se representa con este sistema, la posición del dígito en el número indica que el peso asignado a cada dígito aumenta en un factor de 2 conforme se avanza de derecha a izquierda.

...	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
	bit 3	bit 2	bit 1	bit 0

Por ejemplo, el número decimal 15 en el sistema binario es 1111. En un número binario el bit 0 (el que se encuentra más a la derecha) se le conoce como *bit menos significativo* (LSB, por sus siglas en inglés) y al bit que se encuentra más a la izquierda como *bit más significativo* (MSB, por sus siglas en inglés).

El *sistema octal* se basa en ocho dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Cuando un número se representa con este sistema, la posición del dígito en el número indica que el peso asignado a cada dígito aumenta en un factor de 8 cuando se avanza de derecha a izquierda.

...	$8^3$	$8^2$	$8^1$	$8^0$
-----	-------	-------	-------	-------

Por ejemplo, el número decimal 15, en el sistema octal es 17.

El *sistema hexadecimal* se basa en 16 dígitos/símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Cuando un número se representa en este sistema, la posición del dígito en el número indica que el peso asignado a cada dígito aumenta en un factor de 16 conforme se avanza de derecha a izquierda.

...	$16^3$	$16^2$	$16^1$	$16^0$
-----	--------	--------	--------	--------

Por ejemplo, el número decimal 15 es F en el sistema hexadecimal. Este sistema en general se utiliza cuando se elaboran programas de sistemas basados en microprocesadores, ya que es un método muy compacto para introducir datos.

El *sistema decimal de codificación binaria* (BCD, por sus siglas en inglés) es un sistema muy utilizado en computadoras. Cada dígito decimal se codifica por separado en sistema binario. Por ejemplo, el

número decimal 15 en BCD es 0001 0101. Este código se utiliza en las salidas de sistemas basados en microprocesadores, en cuyo caso mediante la salida se activan displays de siete segmentos (indicadores que representan números); el microprocesador asigna a cada uno de los dígitos decimales del display su propio código binario.

La tabla 14.1 muestra ejemplos de números en los sistemas decimal, binario, BCD, octal y hexadecimal.

**Tabla 14.1** Sistemas numéricos

Decimal	Binario	BCD	Octal	Hexadecimal
0	0000	0000 0000	0	0
1	0001	0000 0001	1	1
2	0010	0000 0010	2	2
3	0011	0000 0011	3	3
4	0100	0000 0100	4	4
5	0101	0000 0101	5	5
6	0110	0000 0110	6	6
7	0111	0000 0111	7	7
8	1000	0000 1000	10	8
9	1001	0000 1001	11	9
10	1010	0001 0000	12	A
11	1011	0001 0001	13	B
12	1100	0001 0010	14	C
13	1101	0001 0011	15	D
14	1110	0001 0100	16	E
15	1111	0001 0101	17	F

### 14.2.1 Operaciones binarias

En la suma de números binarios se observan las siguientes reglas:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10 \quad \text{es decir, } 0 + 1 \text{ de acarreo}$$

$$1 + 1 + 1 = 11 \quad \text{es decir, } 1 + 1 \text{ de acarreo}$$

En números decimales la suma de 14 y 19 da 33. En números binarios esta suma se convierte en:

Cosumando (primer sumando)	01110
Sumando	10111
Suma	100001



Para el bit 0,  $0 + 1 = 1$ . Para el bit 1,  $1 + 1 = 10$ , es decir, 0 y el 1 se acarrea a la siguiente columna. Para el bit 3,  $1 + 0 + 1$  de acarreo = 10. Para el bit 4,  $1 + 0 + 1$  de acarreo = 10. Se continúa de esta manera con cada uno de los bits y se termina con la suma. El número final es 100001. Cuando se suman los números binarios  $A$  y  $B$ , dan  $C$ , es decir,  $A + B = C$ , entonces,  $A$  se conoce como *cosumando* (primer sumando),  $B$  como *sumando* y  $C$  como *suma*.

La resta de números binarios se realiza de acuerdo con las siguientes reglas:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 10 - 1 + \text{préstamo} = 1 + \text{préstamo}$$

Al calcular  $0 - 1$ , se toma en préstamo un 1 de la siguiente columna de la izquierda en la que aparezca un 1. El siguiente ejemplo ilustra lo anterior. En números decimales la resta de 27 menos 14 da 13.

Minuendo	11011
Sustraendo	01110
Resta o diferencia	01101

Para el bit 0 se tiene  $1 - 0 = 1$ . Para el bit 1 se tiene  $1 - 1 = 0$ . Para el bit 2 se tiene  $0 - 1$ . Se toma prestado 1 de la siguiente columna y se tiene  $10 - 1 = 1$ . Para el bit 3 se tiene  $0 - 1$ ; no hay que olvidar que se pidió prestado el 1. De nuevo, pidiendo prestado 1 de la siguiente columna tenemos  $10 - 1 = 1$ . Para el bit 4 se tiene  $0 - 0 = 0$ ; no olvidar que se pidió prestado el 1. Cuando se restan los números binarios,  $A$  y  $B$ , resulta  $C$ , es decir,  $A - B = C$ , entonces  $A$  se conoce como *minuendo*,  $B$  como *sustraendo* y  $C$  como *diferencia*.

La resta de los números binarios es más fácil en forma electrónica utilizando un método alterno de sustracción. El anterior ejemplo de sustracción podría considerarse también como la suma de un número positivo y un número negativo. Las siguientes técnicas muestran cómo especificar números negativos y así convertir la resta en una suma. También nos facilitarán el manejo de los números negativos en cualquier circunstancia.

Los números hasta aquí utilizados se conocen como números *sin signo*, dado que el número no indica si es positivo o negativo. Se dice que un número *tiene signo* cuando el bit más significativo indica el signo del número, el cual es 0 si el número es positivo y 1 si es negativo. Para indicar que se trata de un número positivo se escribe dicho número antecedido de un 0. Así, el número binario positivo de 10010 se escribe como 010010. El número binario negativo de 10010 se escribe como 110010. Sin embargo, éste no es el mejor camino para representar números negativos para facilitar su manipulación por computadora.

Otra forma más útil de representar los números negativos es mediante el método del complemento a dos. Los números binarios tienen dos complementos, conocidos como, el *complemento a uno* y el *complemento a dos*, respectivamente. El complemento a uno de un número binario se obtiene cambiando todos los unos del número sin signo por ceros y los ceros por unos. El complemento a dos se obtiene sumando 1 al complemento a uno. En un número negativo se obtiene el complemento a dos y luego antecediéndolo con un 1 se le pone signo; el signo positivo se indica mediante un 0. Supongamos la representación del número decimal  $-3$  como un número de complemento a dos con signo. Primero se escribe el número binario del 3 sin signo como 0011, luego se obtiene el complemento a uno, 1100, y se añade 1 para obtener el complemento a dos sin signo quedando 1101 finalmente se pone el signo con 1 para indicar que es negativo. El resultado final es 11101. El siguiente es otro ejemplo, en el cual se obtiene el complemento a dos con signo de un número de 8 bits correspondiente a  $-6$ .

Número binario sin signo	000 0110
Complemento a uno	111 1001
Sumar 1	1
Complemento a dos sin signo	111 1010
Complemento a dos con signo	1111 1010

Cuando se tiene un número positivo, se escribe de la manera normal precedido de un 0. Por ejemplo, el número binario positivo 100 1001 se escribiría como 0100 1001. La tabla 14.2 muestra algunos ejemplos de números en este sistema.

Para restar un número positivo de un número positivo es necesario obtener el complemento a dos con signo del sustraendo y sumar el resultado al minuendo con signo. Es decir, para restar al número decimal 6 del número decimal 4, se realiza lo siguiente:

Minuendo con signo	0000 0100
Sustraendo, complemento a dos con signo	1111 1010
Suma	1111 1110

El bit más significativo del resultado es 1, por lo que el resultado es negativo. Éste es el complemento a dos con signo de  $-2$ .

Otro ejemplo es, la resta de 57 menos 43. El número positivo con signo de 57 es 0011 1001. El complemento a dos con signo de  $-43$  es:



**Tabla 14.2** Números con signo

Número decimal	Número con signo	
+ 127	0111 1111	Sólo el número binario con signo con un 0
etc.		
+ 6	0000 0110	
+ 5	0000 0101	
+ 4	0000 0100	
+ 3	0000 0011	
+ 2	0000 0010	
+ 1	0000 0001	Complemento a dos con signo con un 1
+ 0	0000 0000	
- 1	1111 1111	
- 2	1111 1110	
- 3	1111 1101	
- 4	1111 1100	
- 5	1111 1011	
- 6	1111 1010	
etc.		
- 127	1000 0000	

Número binario sin signo para 43      010 1011

Complemento a uno      101 0100

Se suma 1      1

Complemento a dos sin signo      101 0101

Complemento a dos con signo      1101 0101

De este modo, al sumar el número positivo con signo y el número del complemento a dos con signo se obtiene:

Minuendo con signo      0011 1001

Sustraendo, complemento a dos con signo      1101 0101

Suma      0000 1110 + acarreo 1

El acarreo de 1 no se toma en cuenta. El resultado es 0000 1110 y, dado que el bit más significativo es 0, el resultado es positivo. El resultado es el número decimal 14.

Si lo que se desea es sumar dos números negativos, entonces se obtiene el complemento a dos con signo de cada número y luego se suman. Cuando se trata de números negativos siempre se utiliza el complemento a dos con signo; para números positivos, sólo se usa el número con signo.

### 14.2.2 Código Gray

Considere dos números sucesivos expresados en código binario 0001 y 0010 (en el sistema decimal 1 y 2); al pasar de un número al siguiente, cambiaron dos bits en el grupo de código. Por lo tanto, si tenemos un codificador absoluto (ver sección 2.3.7) y se asignan posiciones sucesivas a números binarios sucesivos, es necesario realizar dos cambios. Un problema es que ambos cambios deben realizarse justo en el mismo instante; si uno ocurre una fracción de tiempo antes que el otro, en forma momentánea aparecería indicado otro número. Es decir, al pasar de 0001 a 0010, de momento aparecería 0011 o 0000. Por lo tanto, una alternativa es recurrir a otro tipo de codificación.

Esta opción es el *código Gray*, donde sólo un bit del grupo de código cambia al pasar de un número al siguiente. El código Gray es un código sin peso dado que a las posiciones de los bits en el grupo del código no se les asigna un peso específico. Por ello no es adecuado para operaciones aritméticas, en cambio se le utiliza mucho en dispositivos de entrada-salida como son los codificadores absolutos. La tabla 14.3 lista números decimales y sus valores tanto en código binario como en Gray.

**Tabla 14.3** Código Gray

Número decimal	Código binario	Código Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

### 14.2.3 Método de paridad para la detección de errores

Cuando se transportan datos digitales de un sitio a otro existe la posibilidad de que se produzcan errores de transmisión; el receptor no recibe la misma señal transmitida como consecuencia de ruidos eléc-



tricos en el proceso de transmisión. Algunas veces el impulso del ruido es de tal magnitud en determinado momento que altera el nivel lógico de la señal. Por ejemplo, al transmitir la secuencia 1001 se recibe como 1101. Para detectar este tipo de errores se utiliza un *bit de paridad*. Éste es un bit 0 o 1 que se añade a un grupo de código durante la transmisión. Con el método de *paridad par* se elige el valor del bit de manera que la cantidad total de unos del grupo de código, incluido el bit de paridad, sea un número par. Por ejemplo, al transmitir 1001 el bit de paridad utilizado sería 0 para obtener 01001 y, por lo tanto, un número par de unos. Al transmitir 1101 el bit de paridad utilizado sería 1, con lo que se obtendría 11101, y una cantidad par de unos. En la *paridad non*, el bit de paridad se elige de manera que la cantidad total de unos, incluido el bit de paridad, sea impar. Por lo tanto, si en el receptor la cantidad de unos en un grupo de código no produce la paridad requerida, el receptor lo interpreta como un error y podría solicitar la retransmisión del código.

Una extensión de la verificación de paridad es la *verificación de la suma*, en la cual la verificación de los bloques de código se realiza enviando una serie de bits que representan la suma binaria de dichos bloques. Las verificaciones de paridad y de la suma sólo detectan un solo error en los bloques de código; los errores dobles pasan sin detectarse. Además, el error no se ubica en un determinado lugar, por lo que el receptor puede hacer su corrección. Se han inventado técnicas para la detección de varios errores, así como métodos para indicar errores (ver la sección 21.3); en textos como *Audio, Video and Data Telecommunications* de D. Peterson (McGraw-Hill, 1992) lo anterior se explica con mayor detalle.

## 14.3 Compuertas lógicas

Las *compuertas lógicas* son los bloques de construcción básicos de los circuitos electrónicos digitales.

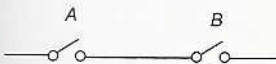


Figura 14.1 Representación de una compuerta AND

### 14.3.1 Compuerta AND

Suponga que una compuerta produce una salida de valor alto sólo cuando la entrada *A* y la entrada *B* tienen un valor alto; y en cualquier otra condición, el valor es bajo. Ésta es una compuerta AND, la cual se puede considerar como un circuito eléctrico en el que hay dos interruptores en serie (figura 14.1). Sólo cuando ambos interruptores, *A* y *B* están cerrados pasa la corriente.

Un ejemplo de compuerta AND es un sistema de control del bloque de una máquina herramienta tal, que si el interruptor de seguridad está en su sitio y produce una señal 1 y la máquina está encendida, con lo cual obtiene una señal 1, entonces existe una salida, con una señal 1, y la máquina funciona. Otro ejemplo es una alarma contra robo, que produce una salida, sonora, cuando está encendida y cuando la puerta se abre y activa un sensor.

Las relaciones entre las salidas y las entradas de las compuertas lógicas se pueden tabular, en la forma que se conoce como *tablas de verdad*. Éstas indican las relaciones entre las entradas y las salidas. En una compuerta AND con entradas *A* y *B* y cuya única salida es *Q*,

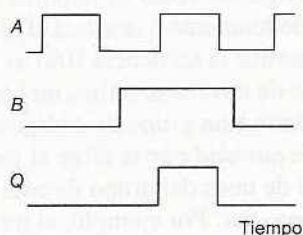


Figura 14.2 Compuerta AND

la salida será 1 si y sólo si  $A = 1$  y  $B = 1$ . En todas las demás combinaciones de  $A$  y  $B$  la salida es 0. Entonces, la tabla de verdad es:

Entradas		Salida
$A$	$B$	$Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

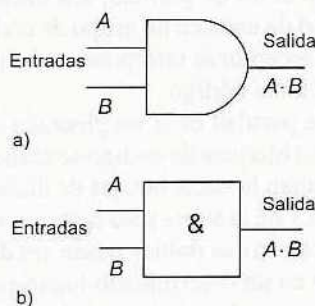


Figura 14.3 Símbolos estándar de compuertas AND

Considere qué sucede cuando hay dos entradas digitales que son función del tiempo, como en la figura 14.2. La compuerta AND produce una salida sólo cuando ambas entradas tienen valor alto, y la salida es como la que se muestra en la figura.

La relación entre las entradas y las salidas de una compuerta AND se puede expresar con la ecuación conocida como *ecuación booleana*. La ecuación booleana de la compuerta AND es:

$$A \cdot B = Q$$

Se utilizan diversos tipos de símbolos estándar para los circuitos de las compuertas lógicas; el más común se diseñó en los Estados Unidos de Norteamérica; sin embargo, también se ha diseñado una presentación estándar internacional (IEEE/ANSI); en este caso, ha desaparecido la forma característica y en su lugar se utiliza un rectángulo dentro del cual se escribe la función lógica. La figura 14.3a muestra el símbolo que se utiliza en Estados Unidos de Norteamérica para representar una compuerta AND y en la b) la nueva forma estandarizada; el símbolo & indica que es una compuerta AND. En esta obra se utilizarán ambas representaciones.

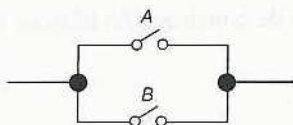


Figura 14.4 Representación de una compuerta OR

### 14.3.2 Compuerta OR

La compuerta OR produce una salida de 1 cuando las entradas  $A$  o  $B$  son 1. El equivalente de esta compuerta sería un circuito eléctrico en el que hay dos interruptores en paralelo (figura 14.4). Cuando alguno de los interruptores,  $A$  o  $B$ , está cerrado, entonces circula la corriente. En las compuertas OR puede haber más de dos entradas. La tabla de verdad de esta compuerta es:

Entradas		Salida
$A$	$B$	$Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



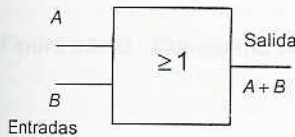
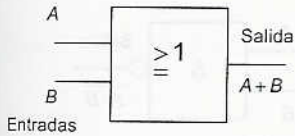
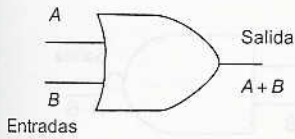


Figura 14.5 Símbolos de una compuerta OR

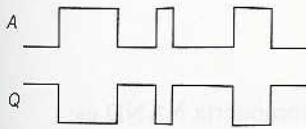


Figura 14.6 Compuerta NOT

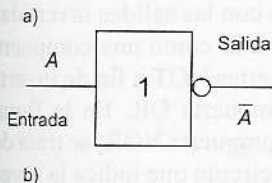
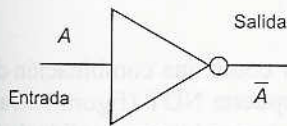


Figura 14.7 Símbolos de una compuerta NOT

La ecuación booleana de la compuerta OR se puede expresar como:

$$A + B = Q$$

Los símbolos de una compuerta OR se muestran en la figura 14.5; se usa un signo mayor o igual a 1 para representar esta compuerta dado que la función OR es verdadera si por lo menos una de las entradas es verdadera.

### 14.3.3 Compuerta NOT

La compuerta NOT sólo tiene una entrada y una salida: la salida es 1 cuando la entrada es 0 y es 0 cuando la entrada es 1. La compuerta NOT produce una salida igual a la entrada, pero invertida, por lo que también se conoce como *compuerta inversora*. Si la entrada digital varía con el tiempo, como en la figura 14.6, la variación de la salida con el tiempo es igual a la inversa de la entrada.

La siguiente es la tabla de verdad de la compuerta NOT:

Entrada	Salida
$A$	$Q$
0	1
1	0

La ecuación booleana que describe una compuerta NOT es:

$$\bar{A} = Q$$

La barra sobre la letra indica que lo que se utiliza es la inversa o complemento; por lo tanto, la barra sobre la  $A$  indica que la salida  $Q$  es igual a la inversa del valor de  $A$ . La figura 14.7 muestra los símbolos de una compuerta NOT, donde el símbolo de la compuerta representa la identidad, es decir, no representa operación, ya que la inversión está representada por el círculo en la salida.

### 14.3.4 Compuerta NAND

La compuerta NAND se puede considerar como una combinación de una compuerta AND seguida de una compuerta NOT (figura 14.8a). Así, cuando la entrada  $A$  es 1 y la  $B$  es 1, la salida es 0; las demás entradas producen una salida 1.

La compuerta NAND corresponde en forma exacta a la tabla de verdad de la compuerta AND con todas las salidas invertidas. Otra manera de considerar esta compuerta es como una compuerta AND en cuyas entradas se conectan una compuerta NOT para invertir las entradas antes de que lleguen a la compuerta AND. La figura 14.8b muestra los símbolos que se utilizan para representar la compuerta NAND los cuales corresponden al símbolo de la compuerta AND seguido del círculo que indica la inversión. La siguiente es la tabla de verdad correspondiente:

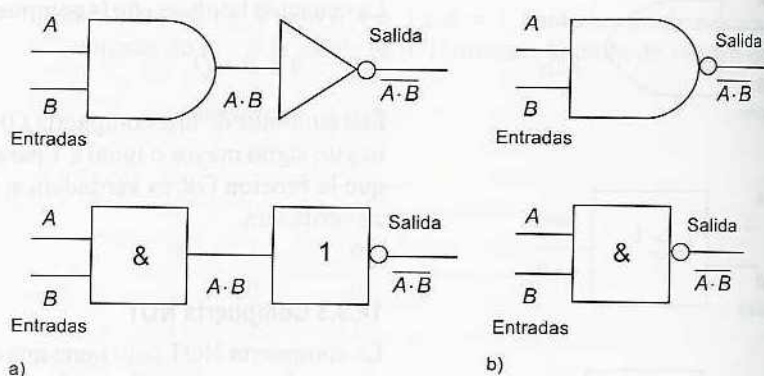


Figura 14.8 Compuerta NAND

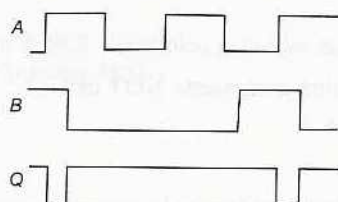


Figura 14.9 Compuerta NAND

Entradas		Salida
A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

La ecuación booleana que describe la compuerta NAND es:

$$\overline{A \cdot B} = Q$$

La figura 14.9 ilustra la salida que se obtiene en una compuerta NAND cuando sus dos entradas son señales digitales que varían con el tiempo. Sólo se produce una salida baja cuando ambas entradas son altas.

### 14.3.5 Compuerta NOR

La compuerta NOR se puede considerar como una combinación de una compuerta OR seguida de una compuerta NOT (figura 14.7a). Cuando la entrada A o la entrada B es 1, se produce una salida de 0. Se trata de la misma compuerta OR, pero con las salidas invertidas. Otra manera de interpretar esta compuerta es como una compuerta OR en cuyas entradas se conectan compuertas NOT a fin de invertir la entrada antes de que lleguen a la compuerta OR. En la figura 14.10b se muestran los símbolos de una compuerta NOR; se trata del símbolo de la compuerta OR seguido del círculo que indica la inversión. La ecuación booleana de la compuerta NOR es:

$$\overline{A + B} = Q$$

La siguiente es la tabla de verdad de la compuerta NOR:



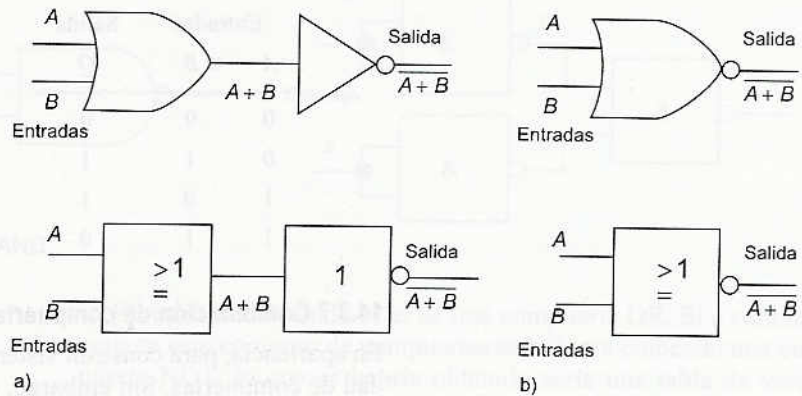


Figura 14.10 Compuerta NOR

Entradas		Salida
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

### 14.3.6 Compuerta XOR

La compuerta exclusiva-or XOR se puede considerar como una compuerta OR en una de cuyas entradas se aplica una compuerta NOT para invertir la entrada antes de que llegue a la compuerta OR (figura 14.11a). También se puede considerar como una compuerta AND con una de sus entradas conectada a una compuerta NOT, invirtiendo la entrada antes de que lleguen a la compuerta AND. Los símbolos se muestran en la figura 14.11b; el  $=1$  indica que la salida es verdadera sólo si una entrada es verdadera. La siguiente es la tabla de verdad correspondiente:

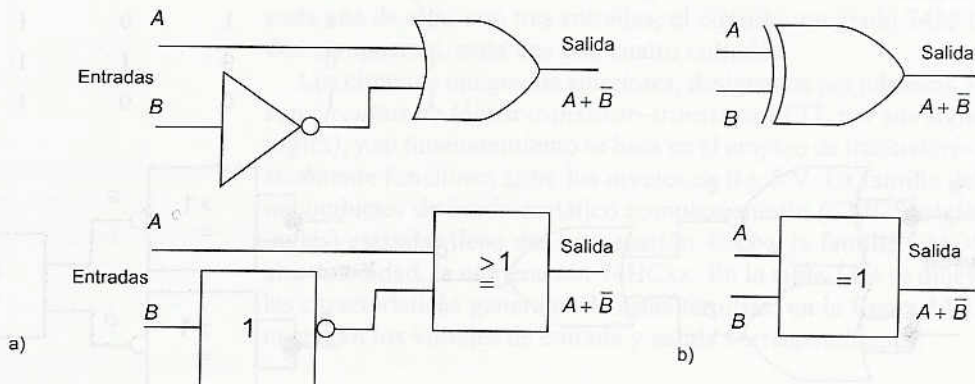


Figura 14.11 Compuerta XOR

Entradas		Salida
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

### 14.3.7 Combinación de compuertas

En apariencia, para construir sistemas lógicos se requiere una variedad de compuertas. Sin embargo, como se muestra a continuación, es posible construir todo tipo de compuertas a partir de una sola. Considere, la combinación de las tres compuertas que muestra la figura 14.12. La tabla de verdad con sus salidas intermedias y finales, es la siguiente:

A	B	C	D	Q
0	0	1	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1

El resultado es el mismo que el de una compuerta AND. Si a continuación de este conjunto de compuertas se coloca una compuerta NOT, se obtiene una tabla de verdad igual a la de una compuerta NAND.

La figura 14.13 muestra una combinación de tres compuertas NAND. Su tabla de verdad, con las salidas intermedias y finales, es la siguiente:

A	B	C	D	Q
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1

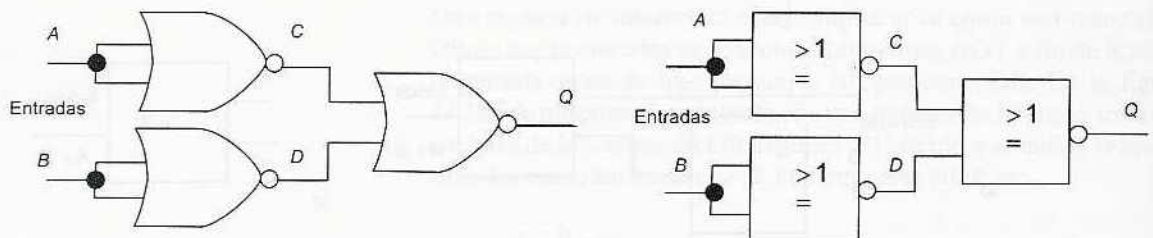


Figura 14.12 Tres compuertas NOR



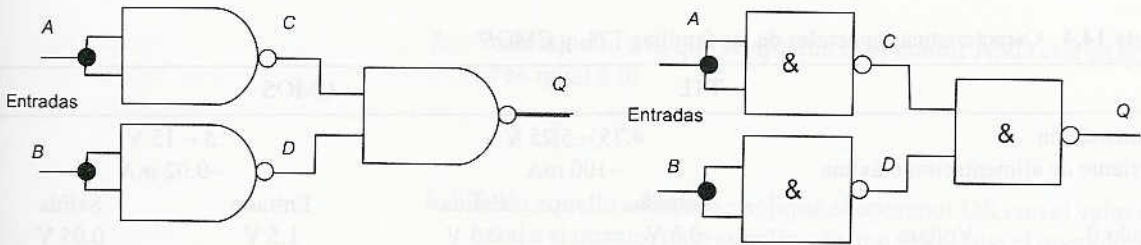


Figura 14.13 Tres compuertas NAND

El resultado obtenido es el de una compuerta OR. Si a continuación de este conjunto de compuertas se hubiera colocado una compuerta NOT, lo que se habría obtenido sería una tabla de verdad igual a la de una compuerta NOR.

Los dos ejemplos anteriores de combinaciones de compuertas han servido para mostrar cómo usar un tipo de compuerta, ya sea una compuerta NOR o una compuerta NAND, para reemplazar otras compuertas, siempre y cuando se utilice más de una compuerta. También es posible combinar compuertas para obtener circuitos complejos de compuertas así como circuitos secuenciales.

Existen circuitos integrados que contienen compuertas lógicas. Los fabricantes de éstos han estandarizado la numeración de sus configuraciones; de esta manera, los números de sus partes básicas son iguales en todos los circuitos, sin importar el fabricante. Por ejemplo, en la figura 14.14 (a) se muestran las compuertas con las que cuenta el circuito integrado 7408; éste tiene cuatro compuertas AND de dos entradas y viene en una base de 14 terminales. La alimentación se conecta en las terminales 7 y 14, las cuales alimentan el voltaje de las cuatro compuertas AND. Para indicar en cuál de los extremos de la base se encuentra la terminal 1, se hace una muesca entre las terminales 1 y 14. El circuito integrado 7411 tiene tres compuertas AND, y cada una de éstas tiene tres entradas; el circuito integrado 7421 tiene dos compuertas AND, cada una de las cuales tiene cuatro entradas. En la figura 14.14 (b) se muestra el circuito integrado 7402. Éste tiene cuatro compuertas NOR de dos entradas cada una, en una base de 14 terminales; la alimentación se conecta en las terminales 7 y 14. El circuito integrado 7427 tiene tres compuertas, cada una de ellas con tres entradas; el circuito integrado 7425 tiene dos compuertas, cada una con cuatro entradas.

Los circuitos integrados anteriores, designados por números 74xx, son *circuitos de lógica transistor-transistor* (TTL por sus siglas en inglés), y su funcionamiento se basa en el empleo de transistores; básicamente funcionan entre los niveles de 0 y 5 V. La familia del semiconductor de óxido metálico complementario (CMOS, siglas en inglés) estándar tiene una numeración 40xx y la familia CMOS de alta velocidad, la numeración 74HCxx. En la tabla 14.4 se muestran las características generales de estas familias; en la figura 14.15 se muestran los voltajes de entrada y salida correspondientes.

En el álgebra booleana intervienen los dígitos 1 y 0 así como las operaciones  $+$  e inversas. Las leyes que rigen este tipo de álgebra son:

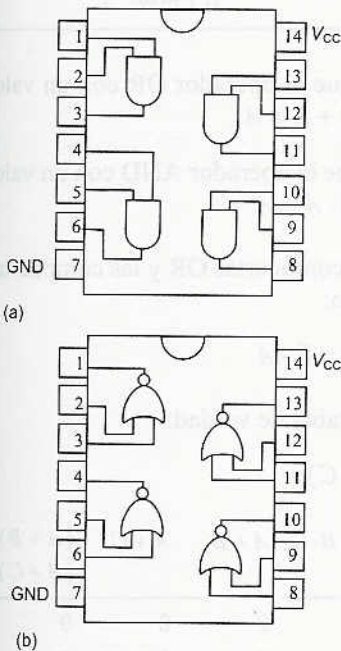


Figura 14.14 Circuitos integrados: (a) 7408; (b) 7402

Tabla 14.4 Características generales de las familias TTL y CMOS

		TTL		CMOS	
Alimentación		4.75 – 5.25 V		5 – 15 V	
Corriente de alimentación máxima		–100 mA		–0.02 mA	
Estado 0	Voltaje	Entrada	Salida	Entrada	Salida
		0.8 V	0.5 V	1.5 V	0.05 V
Estado 1	Corriente	–0.4 mA	8 mA	–0.0001 mA	0.5 mA
	Voltaje	2.0 V	2.7 V	3.5 V	4.95 V
	Corriente	0.02 mA	–0.4 mA	0.0001 mA	–0.2 mA
Frecuencia máxima de operación		33 MHz		10 MHz	
Consumo máximo de potencia		8 mW		0.1 mW	

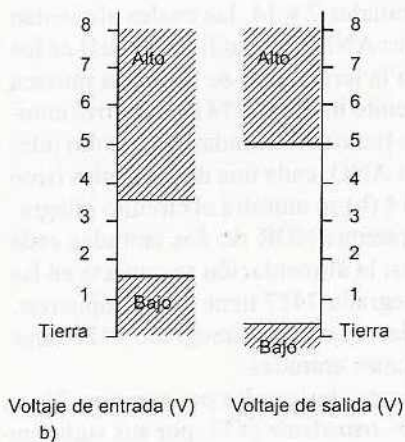
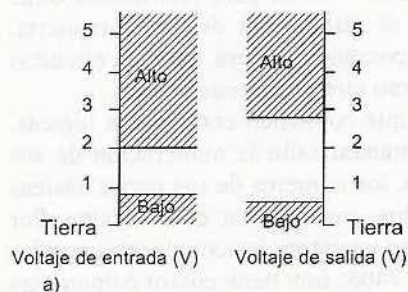


Figura 14.15 Definición de valor alto y valor bajo: a) TTL, b) CMOS

1. Todo aquello a lo que se aplique el operador OR con un valor idéntico es igual a sí mismo:  $A + A = A$
2. Todo aquello a lo que se aplique el operador AND con un valor idéntico es igual a sí mismo:  $A \cdot A = A$
3. El orden de las entradas de las compuertas OR y las compuertas AND es indistinto. Por ejemplo:

$$A + B = B + A \quad \text{y} \quad A \cdot B = B \cdot A$$

4. Como se indica en la siguiente tabla de verdad:

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

A	B	C	$B \cdot C$	$A + B \cdot C$	$A + B$	$A + C$	$(A + B) \cdot (A + C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

5. Asimismo, se puede emplear una tabla de verdad para mostrar que es posible manipular los términos entre paréntesis de la misma manera que en el álgebra ordinaria, es decir:

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

6. Todo aquello a lo que se aplique el operador OR y se añada su inverso es igual a 1:

$$A + \bar{A} = 1$$



7. Todo aquello a lo que se aplique el operador AND con su inverso es igual a 0:

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

8. Todo aquello a lo que se aplique el operador OR con el valor 0 es igual a sí mismo; todo aquello a lo que se aplique el operador OR con el valor 1 es igual a 1. Es decir,  $A + 0 = A$  y  $A + 1 = 1$ .
9. Todo aquello que se aplique a la compuerta AND con el valor 0 es igual a 0; todo aquello que se aplique a la compuerta AND con el valor 1 es igual a sí mismo. Es decir,  $A \cdot 0 = 0$  y  $A \cdot 1 = A$ .

Para ilustrar cómo emplear lo anterior en la simplificación de expresiones booleanas, considere los siguientes casos:

$$(A + B) \cdot \bar{C} + A \cdot C$$

Aplicando la regla 5 en el primer término se obtiene:

$$A \cdot \bar{C} + B \cdot \bar{C} + A \cdot C$$

Reagrupando lo anterior y aplicando la regla 6 se obtiene:

$$A \cdot (\bar{C} + C) + B \cdot \bar{C} = A \cdot 1 + B \cdot \bar{C}$$

Por lo tanto, usando la regla 9, la expresión simplificada es:

$$A + B \cdot \bar{C}$$

#### 14.4.1 Leyes de De Morgan

Como antes se mostró, mediante las leyes del álgebra booleana es posible simplificar expresiones booleanas. Además de estas leyes existe lo que se conoce como leyes de *De Morgan*:

1. La inversa de la aplicación del operador OR en  $A$  y  $B$ , equivale a aplicar el operador AND a las inversas de  $A$  y  $B$  por separado. La siguiente tabla de verdad muestra la validez de esta aseveración:

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$A$	$B$	$A + B$	$\overline{A + B}$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

2. La inversa del resultado de la aplicación del operador AND a  $A$  y  $B$  es igual a la aplicación del operador OR a las inversas de  $A$  y  $B$  por separado. La siguiente tabla de verdad muestra la validez de la afirmación:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$A$	$B$	$A \cdot B$	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Como ejemplo de la aplicación de una ley de De Morgan, considere la simplificación del circuito lógico que muestra la figura 14.16.

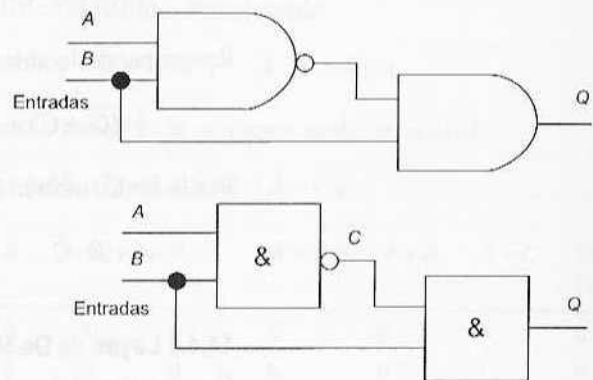


Figura 14.16 Simplificación de circuito

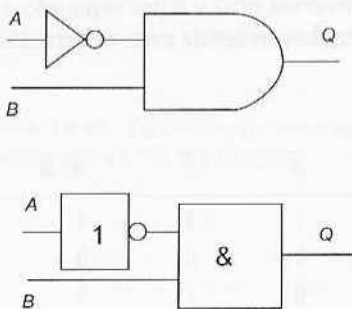


Figura 14.17 Simplificación de circuito

La ecuación booleana de la salida en función de la entrada es:

$$Q = \overline{A \cdot B} \cdot B$$

Aplicando la segunda ley, antes mencionada, se obtiene:

$$Q = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot B$$

Lo cual se puede expresar como:

$$Q = \overline{A} \cdot B + \overline{B} \cdot B = \overline{A} \cdot B + 0 = \overline{A} \cdot B$$

Por lo tanto, el circuito simplificado es como el que muestra la figura 14.17.



### 14.4.2 Obtención de una función booleana a partir de tablas de verdad

Supongamos que los requisitos de un sistema se especifican mediante una tabla de verdad. ¿Cómo se diseñaría el sistema de compuertas lógicas de dicha tabla utilizando la mínima cantidad de compuertas?

Mediante el álgebra booleana es posible transformar diversas funciones de conmutación en formas equivalentes, algunas de las cuales requieren más compuertas lógicas que otras; sin embargo, la mayoría de ellas se reducen a compuertas AND que accionan una compuerta OR, o viceversa. Dos compuertas AND que accionan una compuerta OR (figura 14. 18a) dan por resultado:

$$A \cdot B + A \cdot C$$

Lo anterior se conoce como configuración *suma de productos*. Para dos compuertas OR que accionan a una compuerta AND (figura 14. 18b) se tiene:

$$(A + B) \cdot (A + C)$$

Esto se conoce como la configuración *producto de sumas*.

Al tratar de determinar cuál es la forma mínima que corresponde a determinada tabla de verdad, el procedimiento usual es determinar la suma de productos o el producto de sumas que corresponda a los datos. En general se utiliza la suma de los productos. El procedimiento empleado consiste en examinar cada una de las filas de la tabla de verdad y encontrar el producto que corresponde a dicha fila. El resultado final es la suma de todos estos productos.

Supongamos que una de las filas de la tabla de verdad es:

$$A = 1, B = 0 \text{ y la salida } Q = 1$$

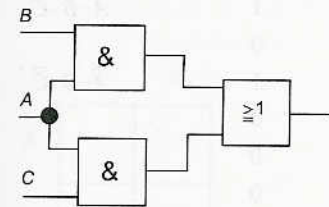
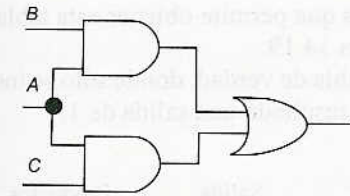
Cuando  $A$  es 1 y  $B$  no es 1, la salida es 1; por lo tanto, el producto es:

$$Q = A \cdot \bar{B}$$

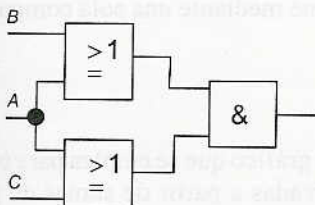
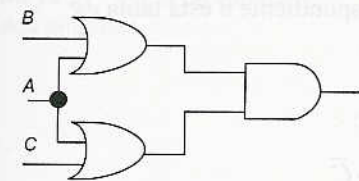
Esta operación se debe de repetir para cada una de las filas de la tabla de verdad, como se indica en la siguiente tabla.

$A$	$B$	Salida	Productos
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	0	$\bar{A} \cdot B$
1	0	1	$A \cdot \bar{B}$
1	1	0	$A \cdot B$

Sin embargo, sólo la fila de la tabla de verdad cuya salida es 1 es la que se considera, puesto que las filas con salida 0 no contribuyen a la expresión final; el resultado es entonces:



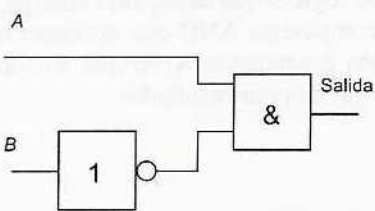
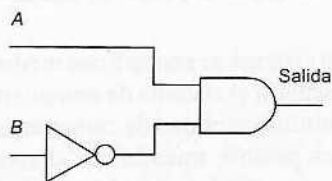
a)



b)

Figura 14.18 a) Suma de productos;  
b) producto de sumas

$$Q = A \cdot \bar{B}$$

Figura 14.19  $A \cdot \bar{B}$ 

El sistema de compuertas lógicas que permite obtener esta tabla de verdad es el que muestra la figura 14.19.

Otro ejemplo es la siguiente tabla de verdad, donde sólo se incluyen los productos que dan como resultado una salida de 1:

A	B	C	Salida	Productos
0	0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	0	
0	1	0	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

La suma de los productos correspondiente a esta tabla es:

$$Q = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

Si ésta se simplifica, se obtiene:

$$Q = \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot (\bar{B} + B) = \bar{A} \cdot \bar{C}$$

Es decir, la tabla de verdad se obtiene mediante una sola compuerta NAND.

## 14.5 Mapas de Karnaugh

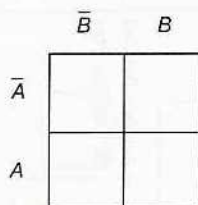


Figura 14.20 Mapa de variables con dos entradas

El *mapa de Karnaugh* es un método gráfico que se emplea para obtener expresiones booleanas simplificadas a partir de sumas de productos obtenidos de tablas de verdad. La tabla de verdad tiene una fila para el valor de la salida de cada combinación de los valores de entrada. A dos variables de entrada corresponden cuatro líneas en la tabla de verdad; a tres variables de entrada, seis líneas y a cuatro variables de entrada, 16 líneas. Por lo tanto con dos variables de entrada hay cuatro productos, con tres variables de entradas hay seis y con cuatro variables de entrada, 16. El mapa de Karnaugh consiste en un arreglo rectangular de celdas, cada una de las cuales corresponde a un determinado producto. Para dos variables de entrada hay cuatro celdas, para tres variables de entrada hay seis celdas y para cuatro variables de entrada hay 16 celdas. Los valores de salida de las filas se ponen en sus celdas del mapa de Karnaugh; por lo general sólo se indican los valores con salida igual a 1, las celdas con salida 0 se dejan vacías.

La figura 14.20 muestra el mapa correspondiente a dos variables de entrada. A las celdas se les asignan los valores de salida de los siguientes productos:



celda superior izquierda  $\bar{A} \cdot \bar{B}$

celda inferior izquierda  $A \cdot \bar{B}$

celda superior derecha  $\bar{A} \cdot B$

celda inferior derecha  $A \cdot B$

La disposición de los cuadros del mapa es tal que los cuadros adyacentes en sentido horizontal sólo difieren por una variable; asimismo, los cuadros adyacentes en sentido vertical difieren sólo por una variable. En el mapa que nos ocupa, en sentido horizontal las variables difieren sólo por  $A$  y en sentido vertical sólo por  $B$ .

Si en la siguiente tabla de verdad, los valores de los productos se colocan en el mapa de Karnaugh indicando sólo los que en una celda tienen valor 1 y dejando en blanco los de valor 0, se obtiene el mapa que muestra la figura 14.21.

	$\bar{B}$	$B$
$\bar{A}$		
$A$	1	

Figura 14.21 Mapa de variables con dos entradas.

$A$	$B$	Salida	Productos
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	0	$\bar{A} \cdot B$
1	0	1	$A \cdot \bar{B}$
1	1	0	$A \cdot B$

Dado que la única entrada 1 es la del cuadrado del extremo inferior izquierdo, la tabla de verdad se representa mediante la expresión booleana:

$$\text{salida} = A \cdot \bar{B}$$

Un ejemplo más es la siguiente tabla de verdad:

$A$	$B$	Salida	Productos
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	0	$\bar{A} \cdot B$
1	0	1	$A \cdot \bar{B}$
1	1	1	$A \cdot B$

Ésta produce el mapa de Karnaugh que ilustra la figura 14.22. Su salida es:

$$\text{salida} = A \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

La cual se reduce a:

	$\bar{B}$	$B$
$\bar{A}$		
$A$	1	1

Figura 14.22 Mapa de variables con dos entradas

$$A \cdot \bar{B} + A \cdot B = A \cdot (\bar{B} + B) = A$$

	$\bar{C}$	$C$
$\bar{A} \cdot \bar{B}$	1	
$\bar{A} \cdot B$	1	
$A \cdot B$		
$A \cdot \bar{B}$		

Cuando dos celdas que contienen un 1 comparten la misma división vertical, la expresión booleana se simplifica reduciéndola a la variable común. Para ello, basta observar el mapa, indicar en él qué celdas se pueden simplificar señalándolas con un óvalo, como en la figura 14.22.

La figura 14.23 ilustra el mapa de Karnaugh de la siguiente tabla de verdad, en la cual hay tres variables de entrada. Al igual que en el caso anterior, se usan óvalos para simplificar la expresión booleana resultante a la variable común. El resultado es:

$$\text{salida} = \bar{A} \cdot \bar{C}$$

**Figura 14.23** Mapa de variables con tres entradas

$A$	$B$	$C$	Salida	Productos
0	0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
0	1	0	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	0	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
1	0	1	0	$A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	0	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	0	$A \cdot B \cdot C$

La figura 14.24 muestra el mapa de Karnaugh de la siguiente tabla de verdad, la cual tiene cuatro variables de entrada. Señalando y uniendo con óvalos se simplifica la expresión booleana y se obtiene:

$$\text{salida} = \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot C$$

	$\bar{C} \cdot \bar{D}$	$\bar{C} \cdot D$	$C \cdot D$	$C \cdot \bar{D}$
$\bar{A} \cdot \bar{B}$		1		
$\bar{A} \cdot B$		1		
$A \cdot B$			1	1
$A \cdot \bar{B}$				

**Figura 14.24** Mapa de cuatro variables

Los anteriores son sólo unos sencillos ejemplos de los mapas de Karnaugh y de cómo se usan los óvalos. Observe que al trazar los óvalos, como celdas adyacentes se pueden considerar aquellas que también están en las filas superior e inferior de las columnas extrema izquierda y extrema derecha. Considere que se trata de los bordes opuestos del mapa que se unen entre sí. Al unir con óvalos un par de unos adyacentes en un mapa se elimina la variable que aparece tanto en su forma complementada como no complementada. Al enlazar mediante un óvalo cuatro unos adyacentes se eliminan las dos variables que aparecen tanto en forma complementada como no complementada. Al unir mediante un óvalo un octeto de unos adyacentes se eliminan las tres variables que aparecen tanto en forma complementada como no complementada.



A	B	C	D	Salida	Productos
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	1	$A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$
1	1	1	1	1	$A \cdot B \cdot C \cdot D$

Otro ejemplo es una máquina automatizada que arranca sólo cuando dos de tres de sus sensores ( $A$ ,  $B$  y  $C$ ) producen una señal. La siguiente tabla de verdad corresponde a los requerimientos del sistema. La figura 14.25 muestra el diagrama de Karnaugh de las tres variables.

	$\bar{C}$	$C$
$\bar{A} \cdot \bar{B}$		
$\bar{A} \cdot B$		1
$A \cdot B$	1	1
$A \cdot \bar{B}$		1

Figura 14.25 Mapa para máquina

A	B	C	Salida	Productos
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	0	
1	0	1	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	1	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	1	$A \cdot B \cdot C$

La expresión booleana que corresponde a este mapa y, por lo tanto, describe la respuesta de la máquina es:

$$\text{Resultado} = A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C$$

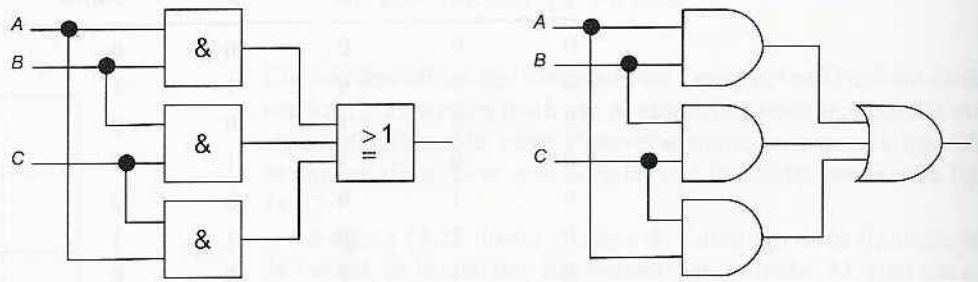


Figura 14.26 Máquina automatizada

La figura 14.26 muestra las compuertas lógicas que se pueden usar para generar esta expresión booleana.  $A \cdot B$  representa una compuerta AND para las entradas  $A$  y  $B$ . Asimismo,  $B \cdot C$  y  $A \cdot C$  son dos compuertas AND adicionales. Los signos + indican que las salidas de las tres compuertas AND son las entradas de una compuerta OR.

En algunos sistemas lógicos existen algunas combinaciones de variables de entrada cuyas salidas no se especifican y que se conocen como “estados a los que no es necesario prestar atención”. Cuando éstos se ponen en un mapa de Karnaugh, en las celdas se pone un 1 o un 0, de tal manera que permitan simplificar las ecuaciones de salida.

## 14.6 Aplicaciones de las compuertas lógicas

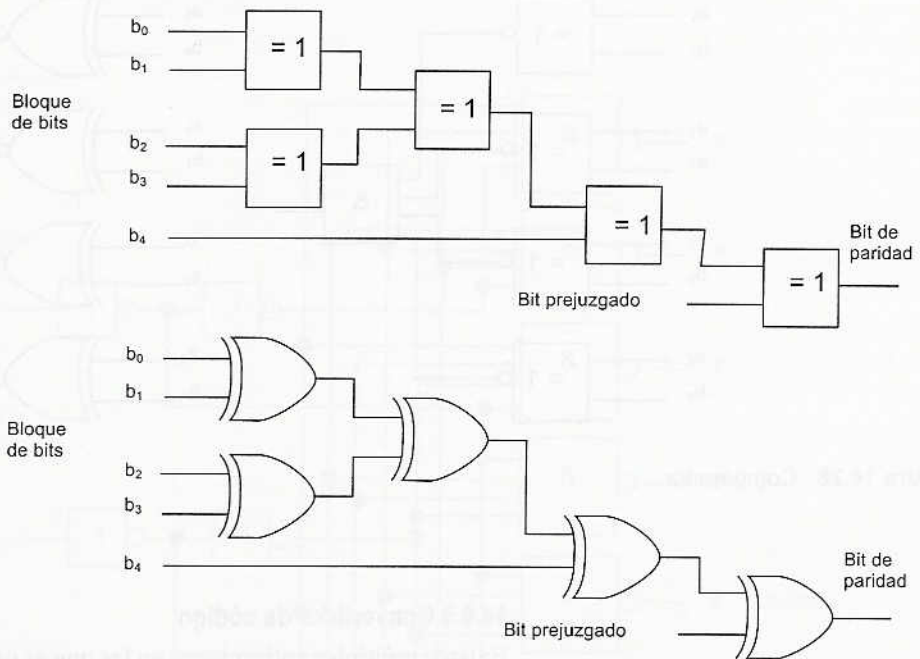
Los siguientes son algunos ejemplos de diversas aplicaciones sencillas de las compuertas lógicas.

### 14.6.1 Generadores de paridad

En la sección 14.2.3 se mostró cómo se usan los bits de paridad para detectar errores. Se añade un solo bit a cada uno de los bloques de código para forzar la cantidad de unos en el bloque, incluyendo el bit de paridad, y así obtener un número impar, en caso de utilizar la paridad impar, o un número par, si se usa la paridad par.

La figura 14.27 muestra un circuito de compuerta lógica que se usa para determinar y añadir el bit de paridad apropiado. En el sistema se utilizan compuertas XOR; en este caso, si todas las entradas son 0, o todos son unos, la salida es 0; si las entradas no son iguales, la salida es un 1. Se verifican los pares de bits y se produce una salida 1 si no son iguales. Si se requiere una paridad impar, el bit prejuizado es 0; si se usa paridad par es 1. El bit prejuizado que corresponda se incorpora a la señal para ser transmitido en ésta. Este mismo circuito se utiliza para verificar la paridad en el receptor, siendo la salida final igual a 1 cuando hay un error. Estos circuitos ya se pueden conseguir como circuitos integrados.





**Figura 14.27** Generador de bits de paridad

### 14.6.2 Comparador digital

Un comparador digital se usa para comparar dos palabras digitales con objeto de saber si son exactamente iguales. Ambas se comparan bit por bit y si son iguales el resultado es 1. Para comparar la igualdad de dos bits se utiliza una compuerta XOR; si ambos bits son 0 o 1, la salida es 0; si no son iguales, la salida es 1. Para obtener una salida 1 cuando ambos bits son iguales hay que añadir una compuerta NOT; a esta combinación de XOR y NOT se le conoce como compuerta XNOR. Para comparar cada par de bits en dos palabras se necesita una compuerta XNOR para cada par. Si los pares consisten de los mismos bits, la salida de cada compuerta XNOR es un 1. Podemos utilizar una compuerta AND para obtener una salida 1 cuando todas las salidas de las compuertas XNOR son unos. La figura 14.28 muestra el sistema correspondiente.

Los comparadores digitales están disponibles como circuitos integrados y en general no sólo son capaces de determinar si dos palabras son iguales, sino también cuál de ellas es la mayor. Por ejemplo, el comparador de 4 bits 7485 compara dos palabras de 4 bits,  $A$  y  $B$ , su terminal 5 produce una salida 1 si  $A$  es mayor que  $B$ , una salida 1 de la terminal 6 si  $A$  es igual a  $B$  y una salida 1 de la terminal 7 si  $A$  es menor que  $B$ .

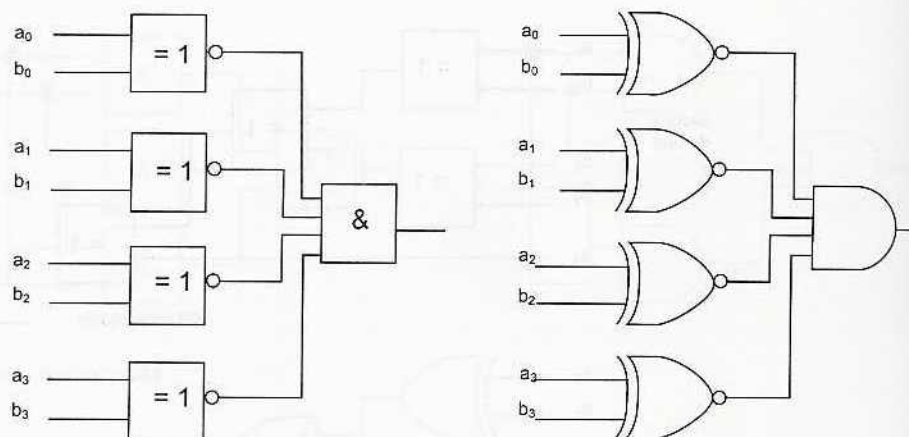


Figura 14.28 Comparador

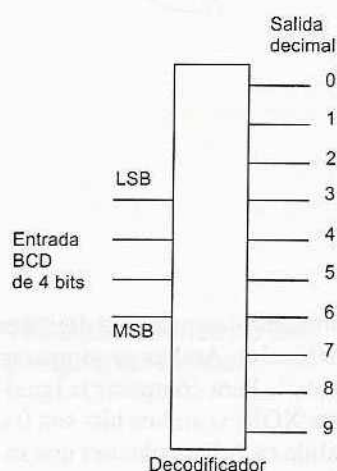


Figura 14.29 Decodificador

### 14.6.3 Convertidor de código

Existen múltiples aplicaciones en las que es necesario cambiar datos de un tipo de código a otro. Por ejemplo, la salida de un microprocesador puede ser BCD y es necesario transformarla en un código que permita su presentación en un display de siete segmentos. El término *decodificación de datos* se refiere al proceso de conversión de un grupo de código, por ejemplo BCD, binario, hexadecimal, en una salida activa individual que represente dicho grupo. Un decodificador tiene  $n$  líneas de entrada binarias para codificar una palabra de  $n$  bits y cuenta con  $m$  líneas de salida de manera que sólo una línea se activa para una posible combinación de entradas, es decir, sólo una línea de salida produce una salida correspondiente a un código de entrada de una palabra en particular. Por ejemplo, un decodificador BCD a decimal tienen un código de entrada de 4 bits y 10 líneas de salida, de manera que una determinada entrada en BCD causa la activación exclusiva de una de las líneas de salida y de esta manera se indica un número decimal en particular por cada línea de salida correspondiente a un número decimal (figura 14.29).

En los decodificadores el valor de la salida activa puede ser alto, en tanto que el de las inactivas es bajo; o bien, la salida activa será baja y las inactivas altas. En las salidas activas altas, el decodificador se construye utilizando compuertas AND, en tanto que para salidas activas bajas se obtiene mediante compuertas NAND. La figura 14.30 muestra la configuración de un decodificador BCD a decimal para una salida activa baja. A continuación se presenta la tabla de verdad correspondiente. Es fácil conseguir este tipo de decodificador a través de circuitos integrados tales como el 74LS145.

Uno de los circuitos decodificadores que más se utiliza es el BCD a siete, por ejemplo, el 74LS244, en el cual la entrada es BCD de 4 bits y produce una salida que alimenta un display de siete segmentos.



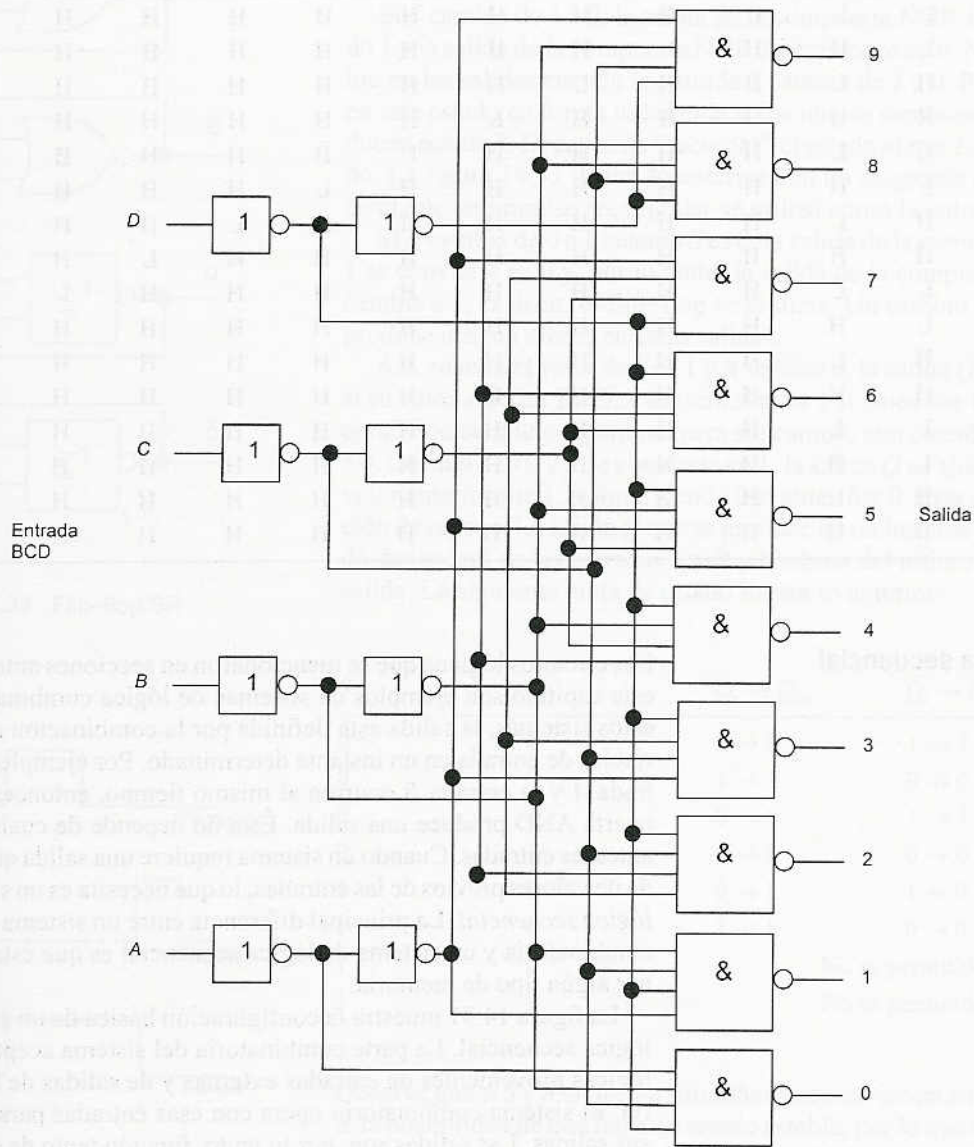


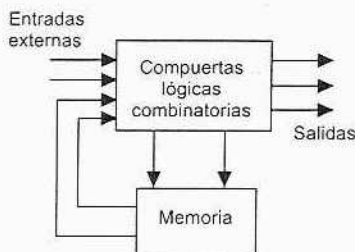
Figura 14.30 Decodificador BCD a decimal

Entradas				Salidas									
A	B	C	D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L	L	L	L	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H
L	L	L	H	H	L	H	H	H	H	H	H	H	H
L	L	H	L	H	H	L	H	H	H	H	H	H	H
L	L	H	H	H	H	H	L	H	H	H	H	H	H
L	H	L	L	H	H	H	H	L	H	H	H	H	H
L	H	L	H	H	H	H	H	H	L	H	H	H	H
L	H	H	L	H	H	H	H	H	H	L	H	H	H
L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	L	H	H
H	L	L	L	H	H	H	H	H	H	H	H	L	H
H	L	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	L
H	L	H	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
H	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
H	H	L	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
H	H	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
H	H	H	L	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

## 14.7 Lógica secuencial

Los circuitos lógicos que se mencionaron en secciones anteriores de este capítulo son ejemplos de sistemas de lógica combinatoria. En estos sistemas, la salida está definida por la combinación de las variables de entrada en un instante determinado. Por ejemplo, si la entrada *A* y la entrada *B* ocurren al mismo tiempo, entonces la compuerta AND produce una salida. Ésta no depende de cuales fueron antes las entradas. Cuando un sistema requiere una salida que dependa de valores previos de las entradas, lo que necesita es un sistema de *lógica secuencial*. La principal diferencia entre un sistema de lógica combinatoria y un sistema de lógica secuencial es que éste debe tener algún tipo de memoria.

La figura 14.31 muestra la configuración básica de un sistema de lógica secuencial. La parte combinatoria del sistema acepta señales lógicas provenientes de entradas externas y de salidas de la memoria. El sistema combinatorio opera con esas entradas para producir sus salidas. Las salidas son, por lo tanto, función tanto de sus entradas externas como de la información presente en su memoria.



**Figura 14.31** Sistema de lógica secuencial

### 14.7.1 El flip-flop

El *flip-flop* es un elemento de memoria básico que consta de un conjunto de compuertas lógicas. Existen diversos tipos de flip-flops. La figura 14.32 muestra una forma, el flip-flop SR (set-reset, por sus siglas en inglés), el cual está constituido por compuertas NOR. Si inicialmente se tienen ambas salidas  $Q = 0$ ,  $S = 0$  y  $R = 0$ , entonces al hacer que *S* cambie de 0 a 1, la salida de la compuerta NOR 2 será 0. Esto produce que ambas entradas de las compuertas NOR se con-



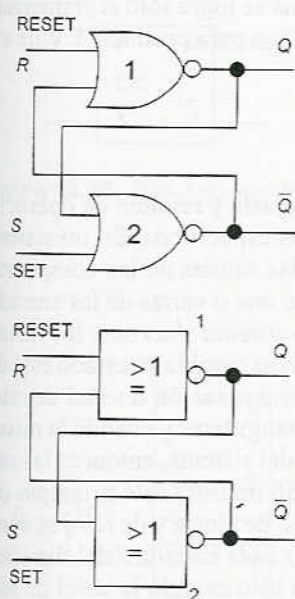


Figura 14.32 Flip-flop SR

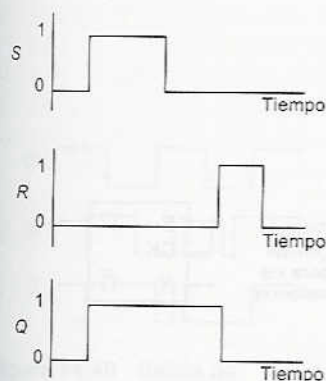


Figura 14.33 Diagrama de tiempo

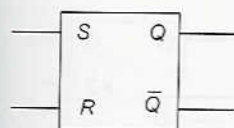


Figura 14.34 Flip-flop SR

viertan en 0, y su salida se vuelva 1. Esta retroalimentación funciona como entrada de la compuerta NOR 2, en la que ambas entradas son igual a 1 y al final no se produce ningún cambio.

Si  $S$  cambia de 1 a 0, la salida de la compuerta NOR 1 sigue siendo 1 y la salida de la compuerta NOR 2 permanece en 0. No hay cambio en las salidas cuando la entrada  $S$  cambia de 1 a 0. Permanecerá en este estado en forma indefinida si los únicos cambios que se producen son de  $S$ . Es capaz de "recordar" el estado al que fue establecido. La figura 14.33 ilustra lo anterior con un diagrama de tiempos, en el que un impulso rectangular se utiliza como la entrada  $S$ .

Si  $R$  cambia de 0 a 1 cuando  $S$  es 0, la salida de la compuerta NOR 1 se convierte en 0 y, por lo tanto, la salida de la compuerta NOR 2 cambia a 1, es decir, el flip-flop se reinicia. Un cambio de  $R$  a 0 no produce ningún efecto en estas salidas.

Así, cuando el valor de  $S$  es 1 y  $R$  se hace 0, la salida  $Q$  cambia a 1 si su valor anterior fue 0, y seguirá siendo 1 si antes fue 1. Ésta es la condición de inicio y permanecerá sin cambio aun cuando  $S$  cambie a 0. Cuando  $S$  es 0 y  $R$  se convierte en 1, la salida  $Q$  se ajusta a 0, si su valor anterior fue 1, o sigue siendo 0 si antes fue 0. Ésta es la condición de reposo. La salida  $Q$  que se produce en un instante determinado dependerá de las entradas  $S$  y  $R$  y también del último valor de la salida. La siguiente tabla de estado ilustra lo anterior:

$S$	$R$	$Q_i \rightarrow Q_{i+1}$	$\bar{Q}_i \rightarrow \bar{Q}_{i+1}$
0	0	$0 \rightarrow 0$	$1 \rightarrow 1$
0	0	$1 \rightarrow 1$	$0 \rightarrow 0$
0	1	$0 \rightarrow 0$	$1 \rightarrow 1$
0	1	$1 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 0$
1	0	$0 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 0$
1	0	$1 \rightarrow 1$	$0 \rightarrow 0$
1	1	No es permitido	
1	1	No es permitido	

Observe que si  $S$  y  $R$  en forma simultánea se convierten en 1, no existe la posibilidad de que haya un estado estable, por lo que esta condición de entrada no es permitida. La figura 14.34 muestra el símbolo de bloques simplificado que representa al flip-flop SR.

Un sencillo ejemplo de la aplicación de un flip-flop es un sencillo sistema de alarma, en el que la alarma suena cuando se obstruye el paso de un haz luminoso; la alarma sigue sonando aun cuando ya no se interrumpa el paso del haz luminoso. La figura 14.35 muestra este sistema. Se puede emplear como sensor un fototransistor configurado de tal manera que cuando éste se ilumina produzca una entrada prácticamente de 0 V como entrada de  $S$ , pero cuando la iluminación se interrumpa produzca 5 V de entrada en  $S$ . Cuando el haz luminoso se interrumpe  $S$  se convierte en 1 y la salida del flip-flop se convierte en 1 y suena la alarma. La salida sigue siendo 1, aun cuando  $S$

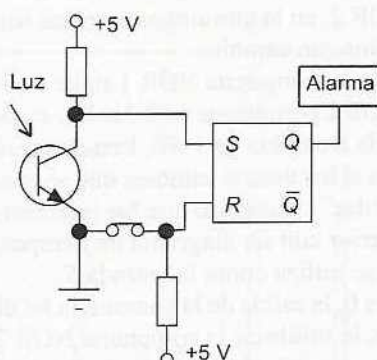


Figura 14.35 Circuito de una alarma

cambie a 0. La desactivación de la alarma se logra sólo si el interruptor de ajuste se abre en forma momentánea para producir 5 V de entrada en  $R$ .

### 14.7.2 Sistemas síncronos

Con frecuencia es necesario definir el ajuste y reinicio de operaciones que deben producirse en momentos específicos. En un sistema no temporizado o *sistema asíncrono*, las salidas de las compuertas lógicas cambian su estado cada vez que una o varias de las entradas cambian. En un sistema temporizado o *sistema síncrono*, los instantes precisos en los que alguna de las salidas cambia su estado está determinada por una señal llamada de temporización o señal de reloj. Ésta es en general un tren de pulsos rectangulares y cuando la misma señal de reloj se usa en todas las partes del sistema, entonces las salidas están sincronizadas. La figura 14.36 muestra este principio con compuertas en un flip-flop SR. La señal de ajuste y de reloj se suministran a través de una compuerta AND en la entrada  $S$  del flip-flop. Así, la señal de ajuste llega al flip flop sólo cuando la señal de reloj tiene un valor de 1. A su vez, la señal de reinicio junto con la señal de reloj entra a  $R$  a través de otra compuerta AND. En consecuencia, el ajuste y el reinicio sólo pueden ocurrir en el momento definido por el temporizador. La figura 14.37 muestra el diagrama de tiempo.

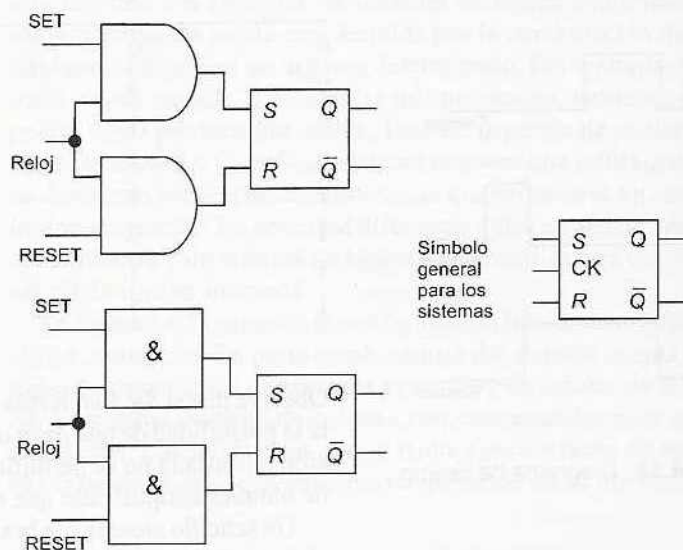


Figura 14.36 Flip-flop de RS con reloj

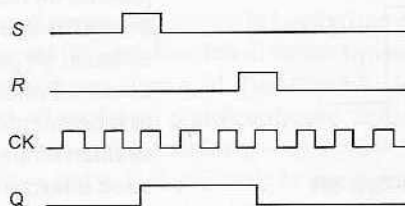


Figura 14.37 Diagrama de tiempo



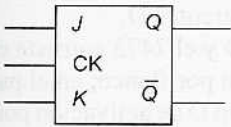


Figura 14.38 Flip-flop tipo JK

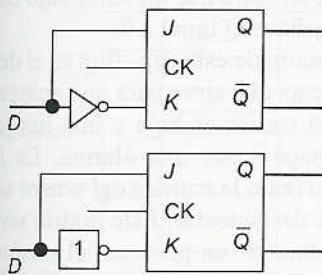


Figura 14.39 Flip-flop tipo D

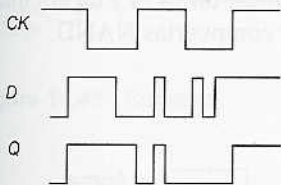


Figura 14.40 Salida de flip-flop tipo D

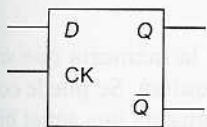


Figura 14.41 Símbolo de flip-flop tipo D

### 14.7.3 El flip-flop tipo JK

Para diversas aplicaciones no es aceptable el estado de indeterminación que se presenta con un flip-flop SR cuando  $S = 1$  y  $R = 1$ ; por ello se emplea otro tipo de flip-flop: el *flip-flop JK* (figura 14.38). Éste es un dispositivo biestable que se utiliza mucho. La siguiente es la tabla de verdad de este dispositivo; observe que la única diferencia respecto de la tabla de estado del flip-flop RS son las líneas cuando ambas entradas son 1.

$J$	$K$	$Q_t \rightarrow Q_{t+1}$	$\bar{Q}_t \rightarrow \bar{Q}_{t+1}$
0	0	$0 \rightarrow 0$	$1 \rightarrow 1$
0	0	$1 \rightarrow 1$	$0 \rightarrow 0$
0	1	$0 \rightarrow 0$	$1 \rightarrow 1$
0	1	$1 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 0$
1	0	$0 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 0$
1	0	$1 \rightarrow 1$	$0 \rightarrow 0$
1	1	$0 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 0$
1	1	$1 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 1$

Un ejemplo de aplicación de este flip-flop es la necesidad de obtener una salida con valor alto cuando la entrada  $A$  aumenta y, después de cierto tiempo, la entrada  $B$  aumenta. Para determinar si ambas entradas son altas se puede emplear una compuerta AND; sin embargo, su salida será alta sin importar cuál fue la entrada que aumentó primero. No obstante, si las entradas  $A$  y  $B$  se conectan a un flip-flop JK,  $A$  debe aumentar primero para que la salida aumente cuando  $B$  también aumente.

### 14.7.4 El flip-flop tipo D

El biestable de datos o *flip-flop D* es de hecho un flip-flop RS con reloj, o un flip-flop JK cuya entrada  $D$  se conecta de manera directa a las entradas  $S$  o  $J$  y a través de una compuerta NOT con las entradas  $R$  o  $K$  (figura 14.39); en el símbolo del flip-flop tipo D, la entrada combinada  $R$  y  $K$ , se denominan  $D$ . De esta manera, una entrada de 0 o de 1 conmuta la salida de manera que siga a la entrada  $D$  cuando el pulso del reloj sea 1 (figura 14.40). Una aplicación particular del flip-flop tipo D es garantizar que la salida asuma en forma exclusiva el valor de la entrada  $D$  en instantes definidos con precisión. La figura 14.41 muestra el símbolo utilizado para un flip-flop D.

En el flip-flop tipo D, cuando la entrada del reloj o la de activación aumenta, la salida sigue a los datos presentados en la entrada  $D$ . Se dice que el flip-flop es transparente. Cuando se presenta una transición de alto a bajo en la entrada de activación, la salida  $Q$  se mantiene al nivel de datos que justamente precede la transición. Se dice que los datos en el punto de transición están *latched* (encla-

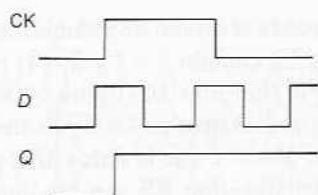


Figura 14.42 Activación por flanco positivo

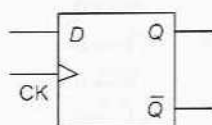


Figura 14.43 Símbolo de un flip-flop D de activación por flanco

vado). Existen circuitos integrados de flip-flops D. Un ejemplo es el 7475, que contiene cuatro *latched* transparentes D.

La diferencia entre el flip-flop 7474 D y el 7475 consiste en que el primero es un dispositivo de activación por flanco; en el paquete hay dos de estos flip-flops. En un flip-flop D de activación por flanco, las transiciones de  $Q$  sólo ocurren en el flanco de entrada del pulso de reloj y en el 7474 en el flanco positivo, es decir, de la transición del nivel bajo al alto. La figura 14.42 ilustra lo anterior. La diferencia entre el símbolo básico de un flip-flop D de activación por flanco y el de un flip-flop D es el pequeño triángulo que se coloca en la entrada del reloj (CK) (figura 14.43). También hay otras dos entradas denominadas PRESET y CLEAR. Un valor bajo en la entrada del PRESET define la salida  $Q$  igual a 1, en tanto que un valor bajo en la entrada del CLEAR borra la salida y hace  $Q$  igual a 0.

Un ejemplo de una sencilla aplicación de este flip-flop es el de la figura 14.44, la cual muestra un sistema que sirve para que aparezca una luz verde cuando la entrada del sensor es baja y una luz roja cuando dicha entrada aumenta y hace sonar una alarma. La luz roja deberá permanecer encendida en tanto la entrada del sensor siga siendo alta, pero la alarma se puede desconectar. Éste podría ser el sistema para monitorear la temperatura de un proceso; el sensor y el transductor de señal producen una señal baja cuando la temperatura es inferior al nivel de seguridad y una señal alta cuando es superior a dicho nivel. El flip-flop tiene una entrada alta. Cuando a la entrada CK se aplica una entrada baja y la entrada del sensor es baja, se enciende la luz verde. Cuando la entrada del sensor se vuelve alta, se apaga la luz verde, se enciende la roja y suena la alarma. Para eliminar la alarma se aplica una señal alta en la entrada CK, pero la luz roja permanece encendida mientras la entrada del sensor sea alta. Para construir este sistema se puede emplear un 7474 y un circuito o circuitos integrados que contengan tres compuertas NAND.

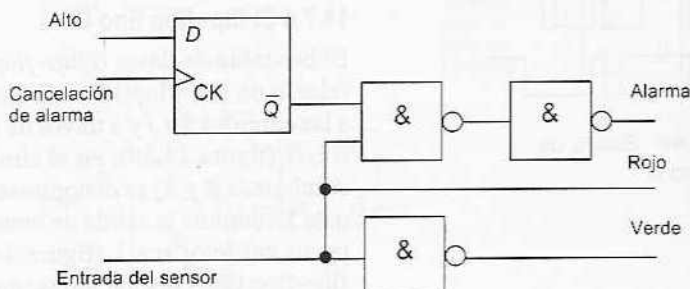


Figura 14.44 Sistema de alarma

### 14.7.5 Registros

Un *registro* es un conjunto de elementos de la memoria que sirve para guardar información hasta que ésta se requiera. Se puede construir mediante flip-flops. Cada uno de éstos guarda una señal binaria, es decir, un 0 o un 1. La figura 14.45 muestra la configuración de un registro de 4 bits cuando se utilizan flip-flops tipo D. Cuando la señal de carga es 0, no se presenta ninguna entrada de reloj en



los flip-flops D, por lo que no hay cambio en los estados de los flip-flops. Cuando la señal de carga es 1, las entradas sí logran modificar los estados de los flip-flops. Mientras la señal de carga sea 0, los flip-flops conservarán los valores de sus estados previos.

## Problemas

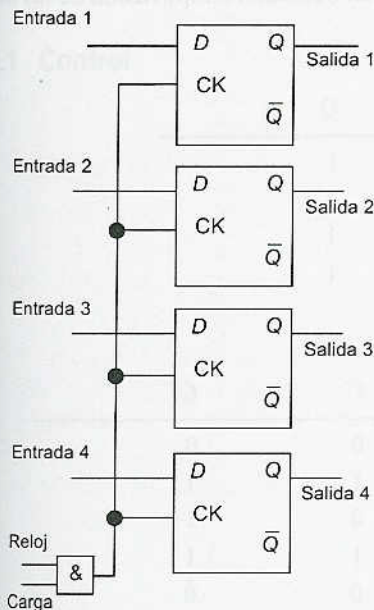


Figura 14.45 Registro

1. ¿Cuál es el mayor número decimal que se puede representar utilizando un número binario de 8 bits?
2. Convierta los siguientes números binarios en números decimales: a) 1011 y b) 10 0001 0001.
3. Convierta los números decimales a) 423 y b) 529 a hexadecimal.
4. Convierta los números BCD a) 0111 1000 0001 y b) 0001 0101 0111 a decimales.
5. ¿Cuáles son las representaciones de complemento a dos de los números decimales a) -90 y b) -35?
6. ¿Cuáles son los bits de paridad par que es necesario añadir a a) 100 1000 y b) 100 1111?
7. Reste los siguientes números decimales utilizando el complemento a dos: a) 21-13 y b) 15-3.
8. Explique qué compuertas lógicas deberán emplearse para controlar las siguientes situaciones:
  - a) La venta de boletos en una máquina expendedora de una estación ferroviaria.
  - b) Un sistema protector de seguridad para la operación de una máquina herramienta.
9. Indique cuáles son las funciones booleanas que permiten describir las siguientes situaciones:
  - a) Se produce una salida cuando se cierra el interruptor A y también cuando se cierran el interruptor B o el interruptor C.
  - b) Se produce una salida cuando el interruptor A o el interruptor B se cierran al tiempo que el interruptor C o el interruptor D están cerrados.
  - c) Se produce una salida cuando el interruptor A está abierto, o bien cuando el interruptor B está cerrado.
  - d) Existe una salida cuando el interruptor A está abierto y el interruptor B está cerrado.

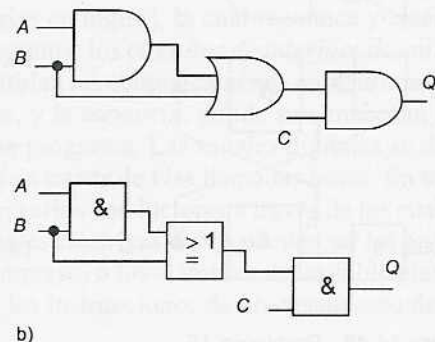
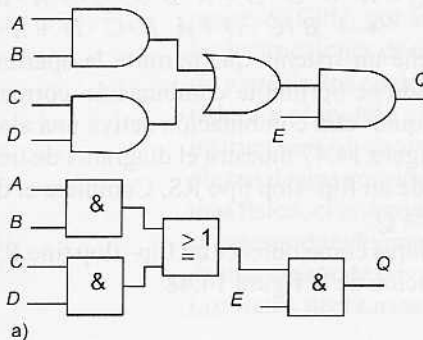


Figura 14.46  
Problema 10

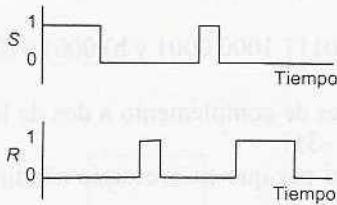


Figura 14.47 Problema 17

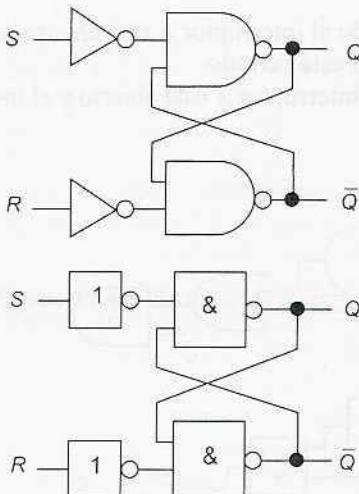


Figura 14.48 Problema 18

10. Indique cuáles son las funciones booleanas de los circuitos lógicos que se muestran en la figura 14.46.
11. Elabore la tabla de verdad de la ecuación booleana  $Q = (A \cdot C + B \cdot C) \cdot (A + C)$
12. Simplifique las siguientes ecuaciones booleanas:
  - a)  $Q = A \cdot \bar{C} + A \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{C} \cdot D$
  - b)  $Q = A \cdot \bar{B} \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}$
  - c)  $Q = A \cdot B \cdot C + C \cdot D + C \cdot D \cdot E$
13. Utilice las leyes de De Morgan para mostrar que una compuerta NOR con entradas invertidas equivale a una compuerta AND.
14. Dibuje los mapas de Karnaugh de las siguientes tablas de verdad y determine cuál es la ecuación booleana simplificada de las salidas.

a)

A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

b)

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

15. Simplifique las siguientes ecuaciones booleanas utilizando mapas de Karnaugh:

a)  $Q = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$

b)  $Q = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D$

16. Diseñe un sistema que permita la apertura de una puerta sólo cuando se oprime la combinación correcta de cuatro botones; cualquier otra combinación activa una alarma.
17. La figura 14.47 muestra el diagrama de tiempo de las entradas S y R de un flip-flop tipo RS. Complete el diagrama añadiendo la salida Q.
18. Explique cómo obtener un flip-flop tipo RS con base en la configuración de la figura 14.48.



# 15 Microprocesadores

## 15.1 Control

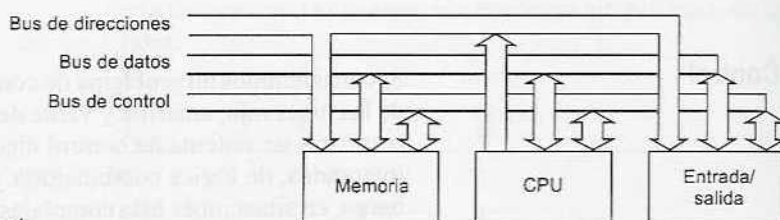
Si consideramos un problema de control sencillo, como la secuencia de las luces roja, amarilla y verde del semáforo de un cruce, basta recurrir a un sistema de control electrónico que contenga circuitos integrados, de lógica combinatoria y de lógica secuencial. Sin embargo, en situaciones más complejas se deben controlar muchas más variables pues la secuencia de control es más complicada. La solución más sencilla en este caso no es construir un sistema basado en la interconexión de circuitos integrados de lógica combinatoria y secuencial, sino en el uso de un microprocesador para que el software realice las funciones correspondientes.

Este capítulo presenta un panorama general de la estructura de los microprocesadores y los microcontroladores; en los dos siguientes capítulos se estudia la programación y en el capítulo 17 las interfaces. Si el lector desea profundizar en el tema, puede consultar las publicaciones de los fabricantes de microprocesadores, o las siguientes obras: *Microprocessors* de M. Rafiquzzaman (Prentice-Hall, 1992), *Software and Hardware Engineering, Motorola M68HC11* de F.M. Cady (Oxford University Press, 1997), *Microcontroller Technology: The 68HC11* de P. Spasov (Prentice-Hall, 1992, 1996), *The 8051 Family of Microcontrollers* de R.H. Barnett (Prentice-Hall, 1995), *Design with PIC Microcontrollers* de J.B. Peatman (Prentice-Hall, 1998) y *Design with Microcontrollers* de J.B. Peatman (McGraw-Hill, 1988).

## 15.2 Estructura de una microcomputadora

Las computadoras constan de tres secciones: la *unidad central de proceso* (CPU, por sus siglas en inglés), la cual reconoce y ejecuta las instrucciones de un programa; los *circuitos de interfase de entrada y salida*, los cuales controlan las comunicaciones entre la computadora y el mundo exterior, y la *memoria*, donde se almacenan las instrucciones y datos de un programa. Las señales digitales se desplazan de una sección a otra a través de vías llamadas *buses*. En sentido físico, el bus consta de varios conductores a través de los cuales se transportan diversas señales eléctricas. Éstos pueden ser las pistas de una tarjeta de circuito impreso, o los alambres de un cable plano. Los datos necesarios para las instrucciones de procesamiento de la

CPU se transportan a través del *bus de datos*, la dirección de una localidad de memoria específica para acceder a los datos almacenados se transporta por el *bus de dirección* y las señales de las acciones de control viajan por el *bus de control*. La figura 15.1 ilustra la configuración general. En ocasiones el chip del microprocesador sólo contiene la CPU, mientras que en otros casos en un chip están todos los componentes necesarios de una computadora. A los microprocesadores que tienen memoria y diversas configuraciones de entrada/salida en un mismo chip se llaman *microcontroladores*. En efecto, se trata de verdaderas microcomputadoras en un solo chip.



**Figura 15.1** Configuración general de una computadora

### 15.2.1 Buses

El bus de datos se utiliza para transportar palabras a o desde la CPU, la memoria o las interfases de entrada/salida. La longitud de las palabras puede ser de 4, 8, 16, 32 o 64 bits. En cada línea del bus viaja una señal binaria, es decir, un 0 o un 1. Así, en un bus de cuatro líneas se podría transportar la palabra 1010; en cada cable se transporta un bit, es decir:

Palabra	Línea del bus
0 (bit menos significativo)	Primer línea del bus de datos
1	Segunda línea del bus de datos
0	Tercer línea del bus de datos
1 (bit más significativo)	Cuarta línea del bus de datos

Entre más líneas tenga el bus de datos, más larga podrá ser la palabra que se utilice. El rango de valores que puede adoptar un elemento de datos está restringido al espacio correspondiente a una determinada longitud de palabra. Así, para una palabra con longitud de cuatro bits, la cantidad de valores es  $2^4 = 16$ . Supongamos que mediante estos datos se desea representar una temperatura, entonces el rango de posibles temperaturas se divide en 16 segmentos suponiendo que el rango se representa mediante una palabra de 4 bits. Los primeros microprocesadores eran dispositivos de 4 bits (longitud de palabra), los cuales todavía se emplean mucho en dispositivos como juguetes, lavadoras y controladores de calefacción central doméstica. Después aparecieron los microprocesadores de 8 bits, por ejemplo, el Motorola 6800, el Intel 8085A y el Zilog Z80. En la actualidad existen mi-



croprocesadores de 16, 32 y 64 bits; sin embargo, los microprocesadores de 8 bits aún se utilizan mucho en los controladores.

El *bus de dirección* transporta señales que indican dónde se pueden encontrar los datos mediante la selección de alguna localidad de memoria o los puertos de entrada y salida. Cuando una determinada dirección es seleccionada, colocándola en el bus de dirección, dicha ubicación será la única que estará abierta a la comunicación que se envía desde la CPU. Es decir, la CPU sólo puede comunicarse con una localidad a la vez. Una computadora con un bus de datos de 8 bits tiene un bus de direcciones de 16 bits, es decir, 16 líneas. La magnitud del bus de direcciones permite  $2^{16}$  localidades direccionadas. La cantidad de  $2^{16}$  corresponde a 65,536 localidades y en general se expresa como 64 K, donde K es igual a 1024. Entre más memoria direccionable haya, mayor es la cantidad de datos que es posible guardar, así como mayor y más complejo el programa que se puede utilizar.

El *bus de control* es el medio a través del cual se envían las señales que sincronizan cada uno de los elementos. Las señales del reloj del sistema se transportan en el bus de control. Estas señales generan intervalos durante los cuales se realizan las operaciones del sistema. La CPU envía señales de control a otros elementos para indicar qué tipo de operación se va a realizar, por ejemplo, si es necesario leer una señal (READ) o escribirla (WRITE).

### 15.2.2 CPU

La CPU es la sección del procesador en la que se procesan los datos, se traen instrucciones de la memoria que se decodifican y se ejecutan. Se puede decir que consta de una unidad de control, una unidad lógica y aritmética (ALU, por sus siglas en inglés) y de registros (figura 15.2). Es la parte que constituye el microprocesador.

La *unidad de control* define la duración y secuencia de las operaciones. Produce las señales de reloj utilizadas para traer de la memoria una instrucción del programa y ejecutarla. El microprocesador 6800 de Motorola tiene un reloj con frecuencia máxima de 1 MHz, es decir, el reloj tiene un periodo de  $1\ \mu\text{s}$ ; además, sus instrucciones necesitan de dos a doce ciclos de reloj para ejecutarse. Las operaciones pertenecientes al microprocesador se reconocen por la cantidad de ciclos que requiere su ejecución. La *unidad aritmética y lógica* se ocupa de las operaciones con los datos. Los datos internos que en un momento dado utiliza la CPU se guardan en forma temporal en un grupo de *registros* mientras se ejecutan las instrucciones.

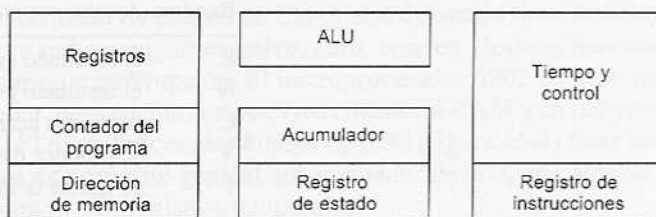


Figura 15.2 Dispositivos de una CPU

Existen diversos tipos de registros; la cantidad, dimensión y tipo de éstos varía de un microprocesador a otro. Los siguientes son los registros más comunes:

### 1. *Acumulador*

El registro de acumulación (A o Acc) es donde en forma temporal se guardan los resultados de la unidad aritmética y lógica. Para que la CPU pueda habilitar el acceso, es decir, hacer uso de las instrucciones o datos guardados en la memoria, es necesario que proporcione la dirección de memoria del dato requerido, utilizando el bus de direcciones. Una vez hecho lo anterior, la CPU podrá hacer uso de las instrucciones o datos necesarios a través del bus de datos. Dado que sólo es posible leer de una localidad de memoria a la vez, es necesario recurrir a un almacenamiento temporal cuando, por ejemplo, se combinan números. Por ejemplo, al sumar dos números, uno de ellos se trae de una dirección y se deja en el registro de acumulación mientras que la CPU trae el otro número de otra dirección de memoria. A partir de este momento, la unidad aritmética y lógica de la CPU puede operar ambos números. El resultado se transfiere al registro de acumulador. Éste, por lo tanto, es un registro de retención temporal para permitir que la unidad aritmética y lógica haga operaciones con los datos y, una vez terminadas las operaciones, el registro retenga los resultados. Por ello, participa en todas las transferencias de datos asociados con la ejecución de operaciones aritméticas y lógicas.

### 2. *Registro de estado, o registro de código de condición o registro de banderas*

Este registro contiene información relacionada con el resultado de la última operación realizada en la unidad aritmética y lógica. El registro contiene bits individuales, los cuales tienen un significado especial. Estos bits se conocen como *banderas* y sirven para indicar el estado de la última operación; el estado de dichas banderas se ajusta o se restablece, según sea el caso, para indicar un estado determinado, por ejemplo, para indicar si el resultado de la última operación es negativo, es cero, si hay acarreo (por ejemplo, el resultado de la suma de los números binarios 101 y 110 es (1)011, el cual es mayor que el tamaño de la palabra del microprocesador, por lo que se acarrea un 1 de sobreflujo), si hay desbordamiento, o si existe la posibilidad de interrumpir el programa para permitir que se realice un evento externo. Las siguientes son las banderas más comunes:

Bandera	Ajuste, por ejemplo, 1	Restablecimiento, por ejem. 0
Z	el resultado es cero	el resultado no es cero
N	el resultado es negativo	el resultado no es negativo
C	se genera acarreo	no se genera acarreo
V	se produce desbordamiento	no se produce desbordamiento
I	se ignora la interrupción	la interrupción se procesa de manera normal



3. *Registro contador del programa (PC por sus siglas en inglés) o indicador de instrucciones (IP, por sus siglas en inglés)*

Mediante este registro la CPU controla su posición en un programa. En este registro se encuentra contenida la dirección de la localidad de memoria en donde se encuentra la próxima instrucción del programa. Cada vez que se ejecuta una instrucción, el registro contador del programa se actualiza y de esta forma siempre contiene la dirección de la localidad de memoria donde está almacenada la siguiente instrucción que se va a ejecutar. El contador del programa se incrementa en relación con el reloj del microprocesador, por lo que la CPU ejecuta las instrucciones de manera secuencial, a menos que una instrucción, como JUMP (salto) o BRANCH (bifurcación) modifique la secuencia del contador del programa.

4. *Registro de direccionamiento de memoria (MAR)*

Este contiene la dirección de los datos. Por ejemplo, al sumar dos números, el registro de direccionamiento de memoria almacena la dirección del primer número. Los datos en esa dirección se transfieren al acumulador. Después el segundo número se almacena en el registro de direccionamiento de memoria. El dato de esta dirección se suma al dato en el acumulador. El resultado se guarda en una dirección la cual es direccionable por el registro de direccionamiento de memoria.

5. *Registro de instrucciones (IR por sus siglas en inglés)*

Este registro guarda instrucciones. Una vez leída la instrucción de la memoria, la CPU la guarda en el registro de instrucciones, la instrucción puede entonces decodificarse y usarse para ejecutar una operación.

6. *Registros de propósito general*

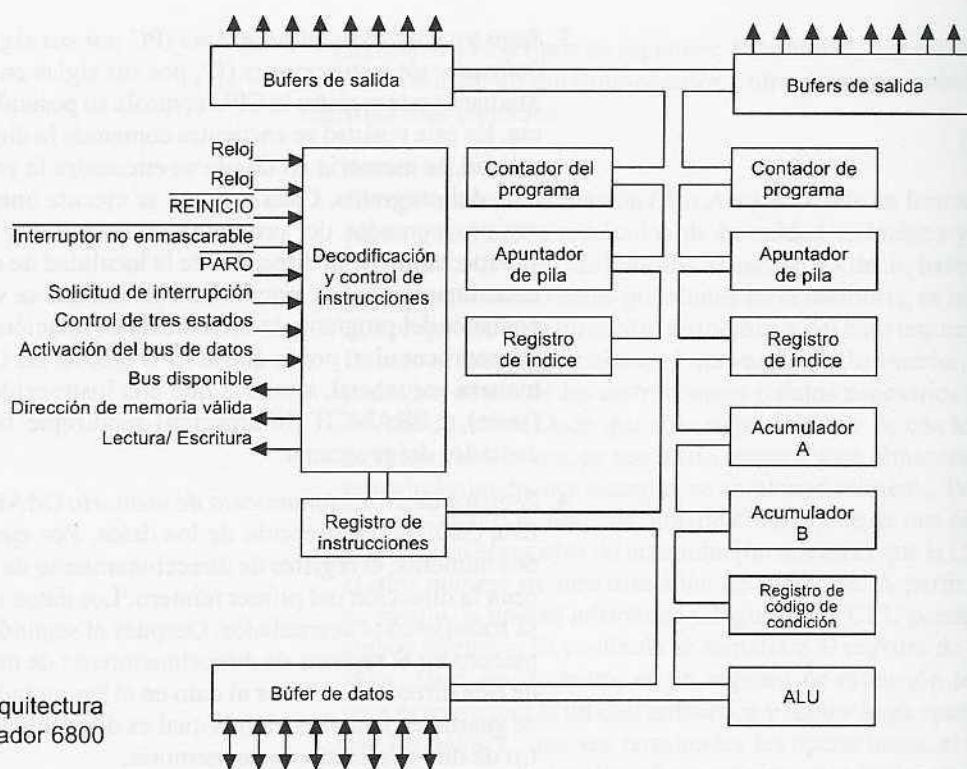
Estos registros sirven para almacenar datos o direcciones en forma temporal y se utiliza en operaciones de transferencias entre varios registros.

7. *Registro de apuntador de pila (SP por sus siglas en inglés)*

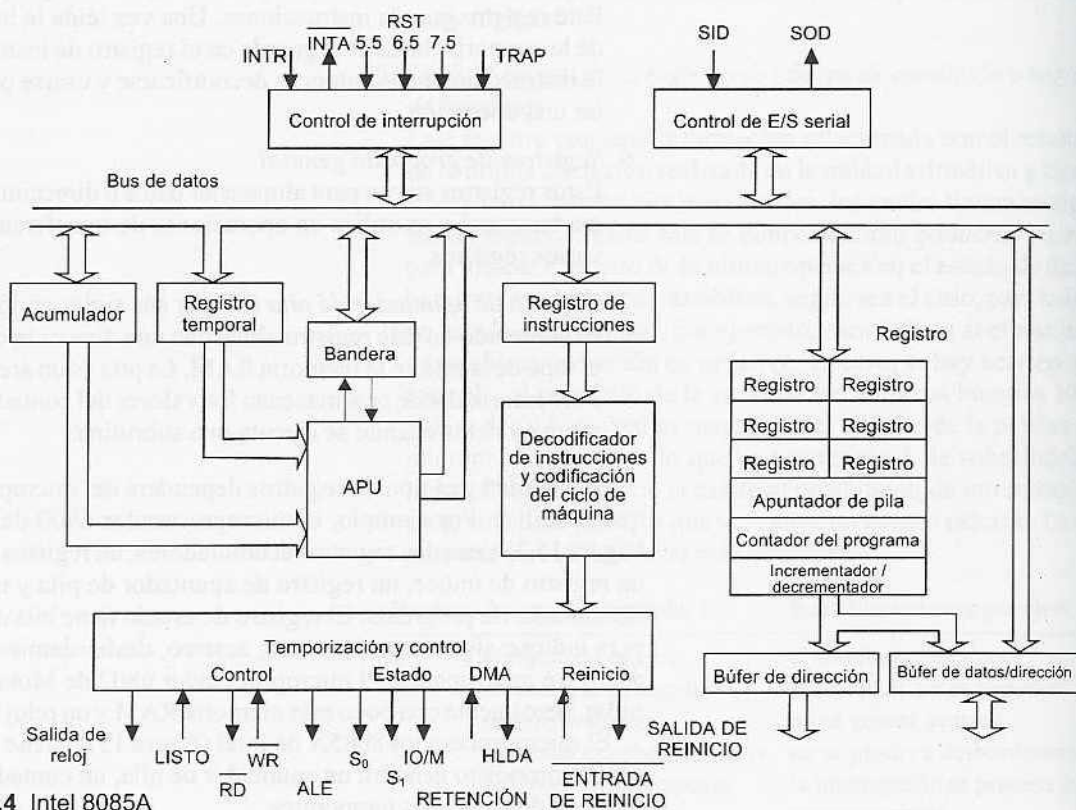
El contenido de este registro almacena una dirección que define el tope de la pila en la memoria RAM. La pila es un área especial de memoria donde se almacenan los valores del contador de programa y datos cuando se ejecuta una subrutina.

La cantidad y el tipo de registros dependerá del microprocesador que se utilice. Por ejemplo, el microprocesador 6800 de Motorola (figura 15.3) tiene dos registros acumuladores, un registro de estado, un registro de índice, un registro de apuntador de pila y un registro de contador de programa. El registro de estado tiene bits de bandera para indicar: signo negativo, cero, acarreo, desbordamiento, medio acarreo e interrupción. El microprocesador 6802 de Motorola es similar, pero cuenta con poco más memoria RAM y un reloj interno.

El microprocesador 8085A de Intel (figura 15.4) tiene seis registros de propósito general, un apuntador de pila, un contador de programa y dos registros temporales.



**Figura 15.3** Arquitectura del microprocesador 6800 de Motorola



**Figura 15.4 Intel 8085A**



### 15.2.3 Memoria

En la unidad de memoria se guardan datos de tipo binario; físicamente está formada por uno o varios circuitos integrados. Los datos pueden ser códigos de instrucciones de un programa, o números con los que se realizan operaciones. El tamaño de la memoria dependerá de la cantidad de líneas del bus de dirección. Los elementos de la unidad de memoria están formados en esencia por grandes cantidades de celdas de memoria, cada una de las cuales guarda un bit 0 o 1. Las celdas de memoria se agrupan por localidades, y cada una de ellas tiene capacidad para guardar una palabra. Para acceder la palabra almacenada, se identifica cada localidad mediante una dirección específica. De esta manera, en un bus de dirección de 4 bits se pueden identificar 16 direcciones diferentes, cada una de las cuales puede guardar un byte, es decir, un grupo de ocho bits.

Dirección	Contenido de los datos							
0000								
0001								
0010								
0011								
0100								
0101								
etc.								
1111								

La capacidad de la unidad de memoria se especifica por la cantidad de localidades de memoria disponibles; 1 K es  $2^{10} = 1024$  localidades; una memoria de 4 K tiene 4096 localidades.

Existen varios tipos de unidad de memoria:

#### 1. ROM

Cuando se guardan datos en forma permanente, se utiliza un dispositivo de memoria conocido como *memoria de sólo lectura* (ROM por sus siglas en inglés). Las memorias ROM se programan con el contenido que se requiere durante la fabricación del circuito integrado. Mientras el chip de memoria esté en la computadora no es posible escribirle ningún dato, sólo se permite la lectura, y se utiliza para programas que no se van a modificar, como el sistema de arranque o "boot" de una computadora y programas para aplicaciones específicas en las que se utilizan microprocesadores. Aun cuando se suspenda la alimentación eléctrica, esta memoria no pierde su contenido. En la figura 15.5 se muestran las conexiones de un chip ROM típico capaz de guardar  $1\text{ K} \times 8$  bits.

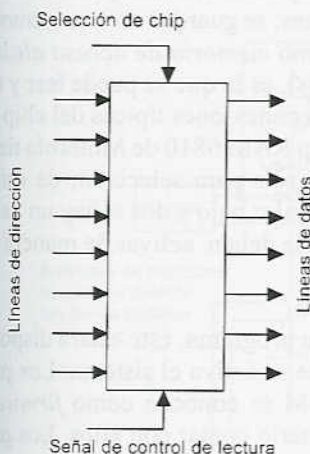


Figura 15.5 Chip de una ROM

## 2. PROM

El término *ROM programable* (PROM por sus siglas en inglés) se refiere a las memorias ROM que puede programar el usuario. En un principio, las celdas de memoria tienen un fusible como eslabón que mantiene su memoria en 0. Al hacer pasar una corriente a través del fusible, éste se abre de manera permanente, y así el valor cambia de 0 a 1. Una vez que el eslabón ha quedado abierto, los datos se guardan en forma permanente en la memoria y ya no es posible modificarlos.

## 3. EPROM

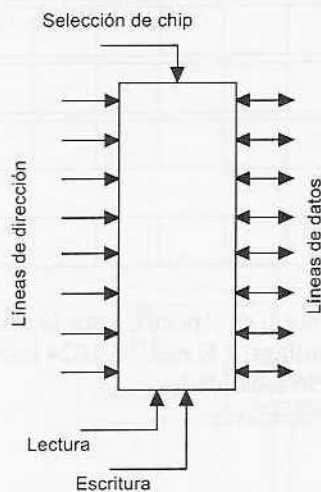
El término *ROM borrable y programable* (EPROM por sus siglas en inglés) se refiere a las memorias ROM que es posible programar y modificar. Un chip de EPROM típico contiene una serie de pequeños circuitos electrónicos, celdas, donde se almacena una carga. Para almacenar el programa se aplican voltajes a las terminales del circuito integrado y se produce una configuración de celdas cargadas y no cargadas. Esta configuración queda guardada de manera permanente en el chip hasta que la borra un haz de luz ultravioleta que pasa por una ventana de cuarzo ubicada en la parte superior del dispositivo. Esto provoca la descarga de todas las celdas. Por lo tanto, es posible volver a programar el chip. La EPROM 2716 de Intel tiene 11 conexiones de dirección y una para activación, la cual se activa cuando existe un valor bajo.

## 4. EEPROM

La *PROM eléctricamente borrable* (EEPROM por sus siglas en inglés) es similar a las EPROM, pero para el borrado se utiliza un voltaje relativamente alto, en vez de la luz ultravioleta.

## 5. RAM

Los datos temporales, es decir, aquellos con los que en un momento dado se realizan operaciones, se guardan en una memoria de lectura/escritura conocida como *memoria de acceso aleatorio* (RAM por sus siglas en inglés), es la que se puede leer y escribir. La figura 15.6 muestra las conexiones típicas del chip de una RAM de  $1\text{ K} \times 8\text{ bits}$ . El chip RAM 6810 de Motorola tiene siete conexiones de dirección y seis para selección; de éstas, cuatro se activan cuando hay un valor bajo y dos si hay un valor alto; para activar la RAM, todas se deben activar de manera simultánea.



**Figura 15.6** Chip de memoria RAM

Cuando en una ROM se guarda un programa, éste estará disponible y listo en el mismo momento que se activa el sistema. Los programas que se guardan en una ROM se conocen como *firmware* (microprogramas). Siempre es necesario contar con ellos. Los programas guardados en una RAM se conocen como *software*. Cuando el sistema se activa, el software se puede cargar en la RAM desde el equipo periférico, como el teclado, el disco duro o un disco flexible.



### 15.2.4 Entrada/salida

La operación de entrada/salida se define como la transferencia de datos entre el microprocesador y el mundo exterior. El término *dispositivos periféricos* se refiere a las piezas de equipo que intercambian datos con una arquitectura de microprocesador. Dado que las velocidades y características de los dispositivos periféricos pueden ser muy distintas a las del microprocesador, se conectan a través de circuitos de interfase. Una de las funciones más importantes de uno de estos circuitos es sincronizar la transferencia de datos entre el microprocesador y el dispositivo periférico. En las operaciones de entrada, el dispositivo de entrada coloca los datos en el registro de datos del circuito de interfase; estos datos permanecen ahí hasta que los lee el microprocesador. En las operaciones de salida, el microprocesador coloca los datos en el registro hasta que los lee el dispositivo periférico.

Para que el microprocesador pueda introducir datos válidos en un dispositivo de entrada necesita estar seguro de que el circuito de interfase ha retenido en forma correcta los datos de entrada. Para ello realiza un *muestreo* o una *interrupción*. En el primer caso, el chip de interfase recurre a un bit de estado definido como 1 para indicar que los datos son válidos. El microprocesador tiene que esperar a que aparezca este bit de estado. El problema con este método es que el microprocesador debe esperar hasta que se muestre el bit de datos. En el método de interrupción, el circuito de interfase envía una señal de interrupción al microprocesador, cuando contiene datos válidos; el microprocesador suspende la ejecución de su programa principal y ejecuta la rutina asociada con la interrupción para leer los datos.

### 15.2.5 Configuración mínima del sistema

La figura 15.7 muestra cómo un microprocesador (M6800) se puede combinar con una memoria ROM (MCM6830), una memoria RAM (MCM6810) y un circuito de interfase (MC6820), para obtener un sistema funcional mínimo.

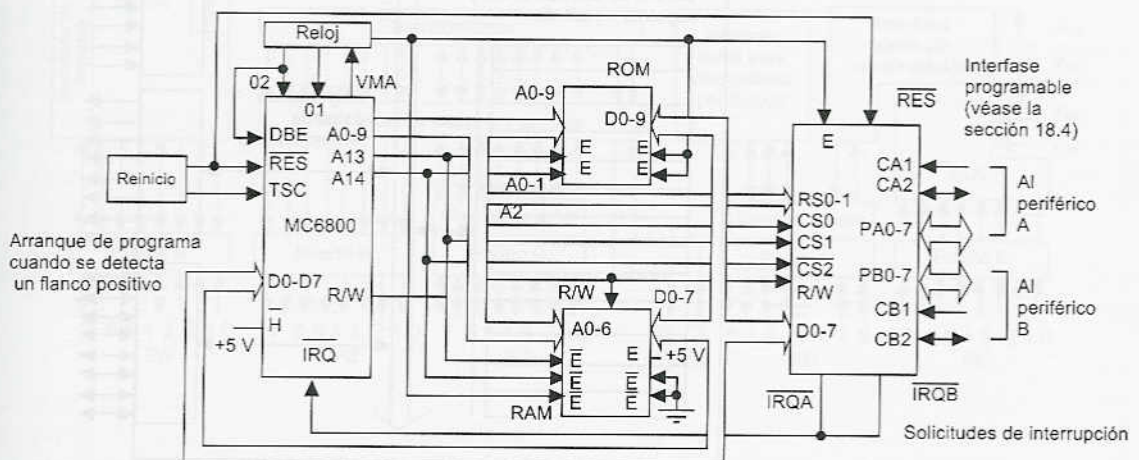


Figura 15.7 Configuración de un sistema mínimo

### 15.3 Microcontroladores

Para que un microprocesador pueda funcionar como un sistema de microcomputadora aplicado al control, son necesarios chips adicionales, por ejemplo, dispositivos de memoria para almacenar programas y datos, así como puertos de entrada/salida para permitir que se comunique con el mundo externo y reciba señales desde éste. El *microcontrolador* consiste en la integración en un chip de un microprocesador con memoria, interfases de entrada/salida y otros dispositivos periféricos como temporizadores. La figura 15.8 muestra un diagrama de bloques general de un microcontrolador.

Un microcontrolador común tiene terminales para la conexión externa de entradas y salidas, alimentación eléctrica y señales de reloj y de control. Las conexiones de entradas y de salidas se agrupan en unidades denominadas puertos de entrada/salida. Por lo general, estos puertos tienen ocho líneas para poder transportar una palabra de datos de 8 bits. Para una palabra de 16 bits se utilizan dos puertos, uno para transmitir los 8 bits inferiores, y el otro para los 8 bits superiores. Los puertos pueden ser sólo de entrada o de salida, o bidireccionales para que funcionen tanto de entrada como de salida.

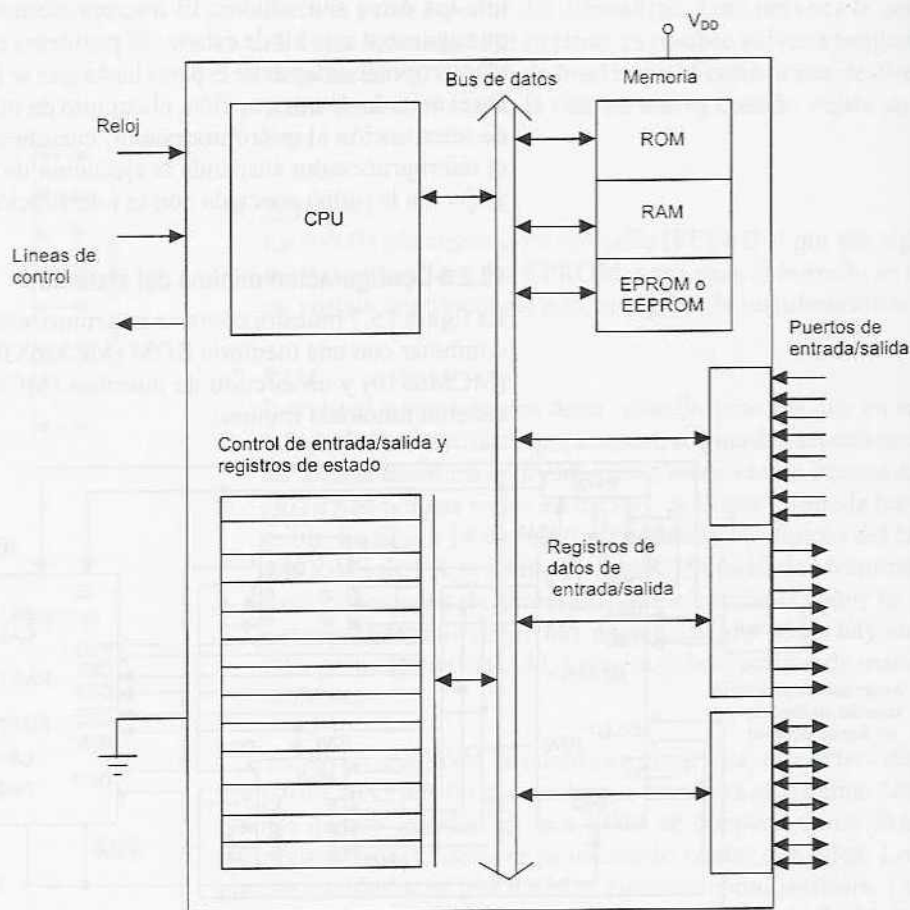


Figura 15.8 Diagrama de bloques de un microcontrolador



El 68HC11 de Motorola y el 8051 de Intel son ejemplos de microcontroladores de 8 bits, y en los que el bus de datos tiene capacidad para 8 bits. El 68HC16 de Motorola es un ejemplo de un microcontrolador de 16 bits y el 68300 de Motorola es un microcontrolador de 32 bits.

### 15.3.1 El M68HC11 de Motorola

Motorola cuenta con dos familias básicas de microcontroladores de 8 bits: el 68HC05, que es la versión económica, y el 68HC11, que es la versión con rendimiento superior. La familia M68HC11 de Motorola (figura 15.9), se basa en el microprocesador 6800 de Motorola, el cual es muy utilizado para sistemas de control. Hay diversas versiones, las diferencias se deben al tipo de RAM, ROM, EPROM, EEPROM y las características del registro de configuración. Por ejemplo, una versión (68HC11A8) tiene 8 K de ROM, 512 bytes de EEPROM, 256 bytes de RAM, un sistema de temporización de 16 bits, una interfase serial síncrona, una interfase de comunicación serial sin retorno a cero asíncrona, un convertidor analógico a digital de 8 bits, 8 canales para las entradas analógicas y cinco puertos A, B, C, D y E.

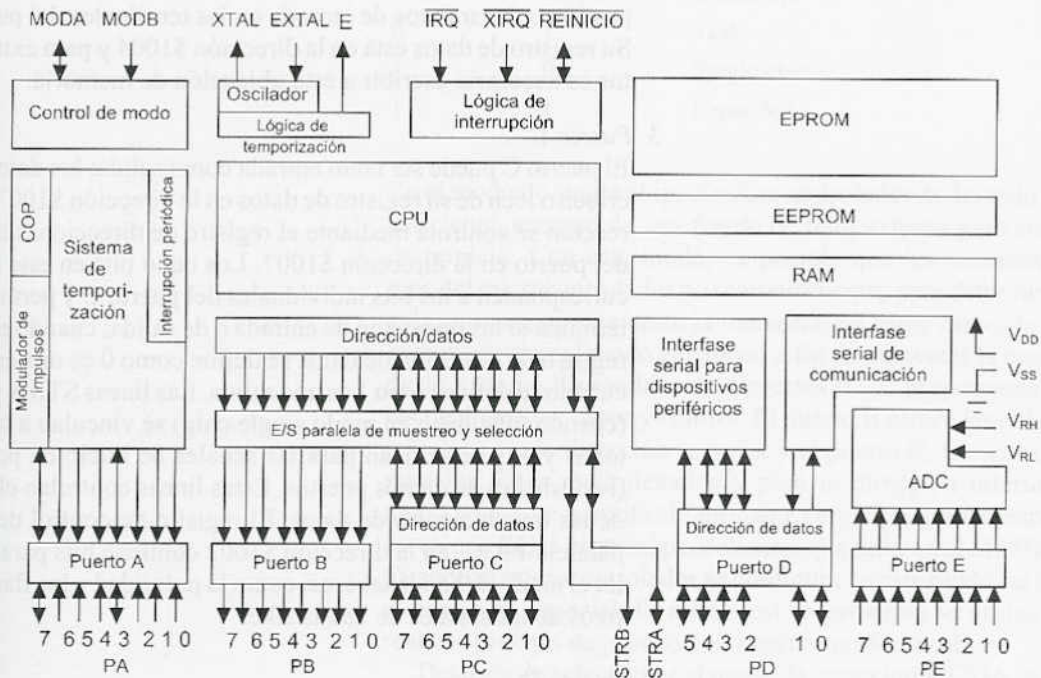
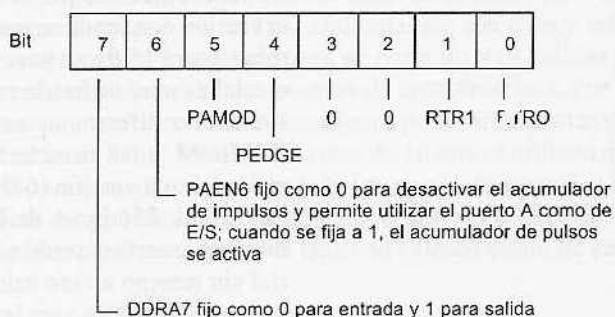


Figura 15.9 Diagrama de bloques de M68HC11

### 1. Puerto A

El puerto A tiene sólo tres líneas de entrada, cuatro líneas de salida y una línea que funciona como entrada o salida. La dirección del registro de datos del puerto A es \$1000, la dirección del registro de control del acumulador de pulsos es \$1026 (figura 15.10); este registro controla la función de cada bit del puerto A. Este puerto también permite el acceso al temporizador interno del microcontrolador, los bits PAMOD, PEDGE, RTR1 y RTR0 controlan el acumulador de pulsos y el reloj.



**Figura 15.10** Registro del control del acumulador de pulsos

### 2. Puerto B

El puerto B sólo funciona como salida, y tiene ocho líneas. No es posible colocar datos de entrada en las terminales del puerto B. Su registro de datos está en la dirección \$1004 y para extraer datos es necesario escribir a esta ubicación de memoria.

### 3. Puerto C

El puerto C puede ser tanto entrada como salida; los datos se escriben o leen de su registro de datos en la dirección \$1003. Su dirección se controla mediante el registro de direcciones de datos del puerto en la dirección \$1007. Los ocho bits en este registro corresponden a los bits individuales del puerto C y permiten determinar si las líneas son de entrada o de salida; cuando el bit del registro de dirección de datos se define como 0 es una entrada y cuando se define como 1 es una salida. Las líneas STRA y STRB (cuando funcionan en modo single chip) se vinculan a los puertos B y C y se utilizan para las señales de inicio de protocolo (handshake) de dichos puertos. Estas líneas controlan el tiempo de las transferencias de datos. El registro de control de E/S en paralelo PIOC, en la dirección \$1002 contiene bits para controlar el modo de handshake, así como la polaridad y los flancos activos de las señales de handshake.

### 4. Puerto D

El puerto D contiene sólo seis líneas, que pueden ser tanto de entrada como de salida, y su registro de datos se localiza en la dirección \$1008; las direcciones se controlan mediante el registro de direcciones del puerto, ubicado en la dirección \$1009; el bit



correspondiente se define como 0, para una entrada y como 1, para una salida. El puerto D también sirve como conexión a los dos subsistemas seriales del microcontrolador. La interfase para la comunicación serial es un sistema asíncrono que proporciona una comunicación serial compatible con modems y terminales. La interfase periférica serial es un sistema síncrono de alta velocidad diseñado para comunicar el microcontrolador y los componentes periféricos compatibles con estas velocidades.

#### 5. Puerto E

El puerto E es un puerto de 8 bits sólo de entrada que se puede utilizar como puerto de entrada de propósito general, o para las entradas del convertidor interno analógico-digital. Las dos entradas,  $V_{RH}$  y  $V_{RL}$  proporcionan voltaje de referencia al ADC. El registro de datos del puerto E está en la dirección \$1002.

#### 6. Modos

MODA y MODB son dos terminales que se pueden usar para definir, durante el encendido, el funcionamiento del microcontrolador en uno de cuatro modos posibles: inicio especial, prueba especial, un solo chip y ampliado.

MODB	MODA	Modo
0	1	Bootstrap
0	1	Test
1	0	Single chip
1	1	Expanded

En el modo de single chip, el microcontrolador es del todo auto-suficiente, excepto de una fuente de reloj externa y un circuito de reinicio. Con este modo, es posible que los recursos propios del microcontrolador no sean suficientes para determinadas aplicaciones, por ejemplo, la memoria; en estos casos, la solución es recurrir al modo expanded a fin de aumentar la cantidad de direcciones disponibles. Los puertos B y C proporcionan buses de dirección, datos y control. El puerto B ofrece las ocho terminales para la dirección superior y el puerto C, las terminales para los datos multiplexados y para la dirección inferior. El modo bootstrap permite al fabricante cargar programas especiales en una ROM especial para clientes que utilizan el M68HC11. Cuando el microcontrolador se configura en este modo, se carga el programa especial. El modo test en principio se utiliza para realizar pruebas de producción internas en Motorola.

Después de seleccionar el modo, la conexión MODA se puede utilizar para determinar el inicio de la ejecución de una instrucción. La función de la terminal MODB es servir como un medio para que la RAM interna del chip pueda recibir alimentación cuando se suspende la alimentación eléctrica.

### 7. Terminales del oscilador

Las terminales del sistema oscilador XTAL y EXTAL son conexiones necesarias para acceder al oscilador interno. E es el bus temporizador y funciona a un cuarto de la frecuencia del oscilador y se puede emplear para sincronizar eventos externos.

### 8. Controlador de interrupción

Este controlador permite al microcontrolador interrumpir un programa (ver el capítulo 18). Por las líneas IRQ y XIRQ entran las señales de interrupción. RESET es para el restablecimiento. Una interrupción es el evento que requiere la CPU para la ejecución normal de un programa y para que realice determinado servicio relacionado con el evento. Las líneas IRQ y XIRQ están asignadas a las fuentes de interrupción externas.

### 9. Temporizador

El M68HC11 contiene un sistema de temporización. Éste cuenta con un contador de ejecución libre, una función de comparación de cinco salidas, la capacidad para capturar el tiempo cuando se produce un evento externo, una interrupción periódica en tiempo real y un contador, denominado acumulador de impulsos para eventos externos. El contador de ejecución libre, denominado TCNT, es un contador de 16 bits cuyo conteo empieza en 0000, cuando se restablece la CPU y sigue funcionando en forma continua, sin que el programa lo pueda reiniciar. En cualquier momento es posible leer su valor. La fuente del contador es el temporizador de bus del sistema y se puede graduar de manera anticipada definiendo en el registrador TMSK2 los bits PR0 y PR1 como bits 0 y 1, respectivamente, en la dirección \$1024. Mediante las funciones de comparación de salida es posible especificar en qué momento ocurrirá una salida una vez terminada la cuenta antes definida, por ejemplo, el conteo del temporizador. El sistema de captura de entrada consigna el valor del contador cuando se produce una entrada en el momento de producirse una entrada, de manera que queda capturada en el momento exacto cuando se produce una entrada. Es posible configurar el acumulador de impulsos para que funcione como contador de eventos y cuente los impulsos de temporización externos o como acumulador de tiempo de modo que guarde la cantidad de impulsos que se producen durante determinado intervalo como resultado de la activación del contador y, después de cierto tiempo, se desactive. El registro de control de acumulador de impulsos, PACTL (ver la figura 15.9), que se encuentra en la dirección \$1026 se usa para seleccionar el modo de operación. El bit PAEN se define como 0 para desactivar el acumulador de impulsos y como 1, para activarlo; el bit PAMOD se define como 0 para activar el modo de contador de eventos y como 1 para el modo de tiempo activado; el bit PEDGE se define como 0 para que el acumulador de impulsos responda a un flanco descendente, cuando opera en el modo contador de eventos y como 1 para



que responda a un flanco ascendente. En el modo de tiempo accionado, el bit PEDGE se define como 0 para desactivar el conteo cuando el bit 7 del puerto A es 0 y para que acumule cuando dicho bit sea 1; cuando el bit PEDGE se define como 1 en este modo, se desactiva el conteo cuando el puerto A, bit 7 es 1 y se activa cuando dicho bit es igual a 0.

#### 10. COP

Otra función de temporización es la función de la *operación correcta de la computadora* (COP por sus siglas en inglés). Consiste en un temporizador que detecta cuando ya ha transcurrido el intervalo de retardo y restablece el sistema en caso de que no se haya logrado llevar a cabo una determinada operación dentro de un lapso razonable (ver la sección 21.2). También se le conoce como *temporizador del controlador de secuencia*.

#### 11. PWM

Con la modulación de ancho de pulso (PWM por sus siglas en inglés) se controla la velocidad de los motores de cd (ver la sección 7.5.5) mediante una señal de onda cuadrada; al variar la cantidad de tiempo durante la cual la señal está presente, se modifica el valor promedio de la señal. Para generar la onda cuadrada se utiliza un microcontrolador, disponiéndolo de tal manera que se produzca una salida cada medio periodo. Sin embargo, algunas versiones del M68HC11 tienen un módulo de modulación de ancho de pulso de manera que, una vez configurado y activado el módulo de PWM, es posible generar de manera automática las ondas de PWM.

De lo anterior se puede concluir que antes de utilizar un microcontrolador es necesario inicializarlo, es decir, definir sus valores iniciales, poniendo los bits en los registros correspondientes a fin de que funcione de la manera deseada.

Lo anterior es sólo una breve indicación sobre las conexiones de entrada/salida del microcontrolador M68HC11. Si el lector desea profundizar sobre el tema, se sugiere consultar los manuales publicados por el fabricante o las siguientes obras: *Software and Hardware Engineering, Motorola M68HC11* de F.M. Cady (Oxford University Press, 1977) o *Microcontroller Technology, The 68HC11* de P. Spasov (Prentice-Hall, 1996, 1992).

#### 15.3.2 El 8051 de Intel

Existen otras familias similares de microcontroladores, y entre las más comunes está la 8051 de Intel. La figura 15.11 muestra sus conexiones. El 8051 tiene cuatro puertos de entrada/salida en paralelo: los puertos 0, 1, 2 y 3. Los puertos 0, 2 y 3 también desempeñan funciones alternas. La versión 8051AH tiene una memoria ROM de 4 K, una memoria RAM de 128 bytes, dos temporizadores y un control de interrupción para cinco fuentes.

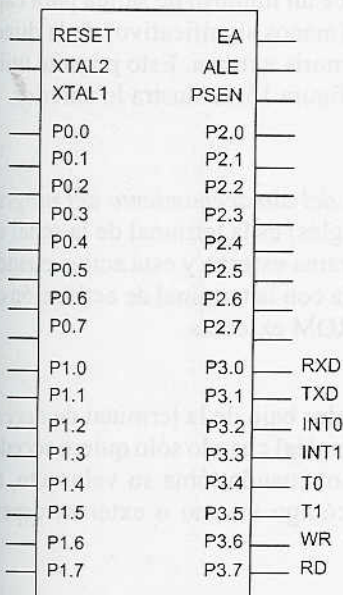


Figura 15.11 Intel 8051

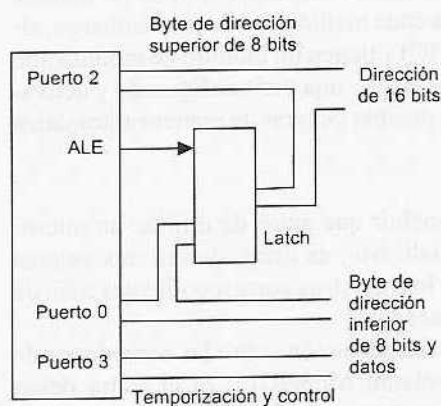


Figura 15.12 Aplicación de ALE

#### 1. Puerto 0

Este puerto se utiliza tanto como puerto de entrada como de salida. También se puede emplear para acceder a memoria externa.

#### 2. Puerto 1

Este puerto se utiliza tanto como puerto de entrada como de salida.

#### 3. Puerto 2

El puerto 2 se usa tanto como puerto de entrada como de salida. También se puede emplear para acceder a memoria externa.

#### 4. Puerto 3

Se utiliza tanto como puerto de entrada como de salida, o como puerto de entrada/salida para propósitos especiales. Entre las funciones alternas del puerto 3 están las de salidas de interrupción y temporización, entrada y salida de puerto serial y señales de control de interfase con la memoria externa. RXD es el puerto de entrada serial, TXD el puerto de salida en serie, INT0 la interrupción externa 0 e INT1 la interrupción externa 1, T0 la entrada externa 0 del temporizador/contador, T1 la entrada externa 1 del temporizador/contador, WR es para la selección de la escritura de la memoria externa y RD para la selección de la lectura de la memoria externa. El término selección se refiere a una conexión que sirve para activar o desactivar una función particular.

#### 5. ALE

La conexión para la *activación de la memoria de bloqueo* (ALE por sus siglas en inglés) produce un impulso de salida para capturar el byte de orden inferior (menos significativo) de la dirección durante el acceso a la memoria externa. Esto permite utilizar direcciones de 16 bits. La figura 15.12 ilustra lo anterior.

#### 6. PSEN

La terminal para la *activación del almacenamiento del programa* (PSEN por sus siglas en inglés) es la terminal de la señal de lectura de la memoria de programa externa y está activa cuando su valor es bajo. Está conectada con la terminal de activación de salida de una ROM o una EPROM externas.

#### 7. EA

El microprocesador toma el valor bajo de la terminal de *acceso externo* (EA por sus siglas en inglés) cuando sólo quiere acceder al código de programa externo; cuando toma su valor alto, en forma automática accede al código interno o externo, dependiendo de la dirección.

#### 8. XTAL1, XTAL2

Son las terminales de conexión de un oscilador de cristal o externo.



### 9. RESET

Cuando en esta conexión hay una señal alta se reinicia el microcontrolador.

Para mayores detalles, se sugiere consultar los manuales editados por el fabricante, o las siguientes obras: *Programming and Interfacing the 8051 Microcontroller* de S. Yeralan y A. Ahluwalia (Addison-Wesley, 1993), o *The 8051 Family of Microcontrollers* de R.H. Barnett (Prentice-Hall, 1995).

### 15.3.3 Microcontroladores de Microchip

Otra familia de microcontroladores de 8 bits muy empleada es la del Microchip PIC16C6x/7x. Para designar sus microcontroladores de un solo chip se utiliza el término PIC (controlador de interfase de acoplamiento con periféricos PIC por sus siglas en inglés). La figura 15.13 muestra las conexiones de una de las versiones del controlador PIC16C74A.

- 1 La conexión 1 es el interruptor para borrar y reiniciar, es decir, entrada de reinicio; para que se reinicie el sistema el valor de la señal debe ser bajo.
- 2 Las terminales 2, 3, 4, 5, 6 y 7 corresponden al puerto A de entrada/salida bidireccional. Las terminales 2, 3, 4, 5 y 7 también pueden ser entradas analógicas que se alimentan a través de un convertidor interno analógico a digital. La terminal 6 puede funcionar como entrada de la señal de reloj del temporizador 0. Éste se puede utilizar para contar transiciones de señales externas, y generar una interrupción cuando ha tenido lugar la cantidad necesaria de eventos. La terminal 7 también puede funcionar como la selección de esclavo del puerto serial síncrono.

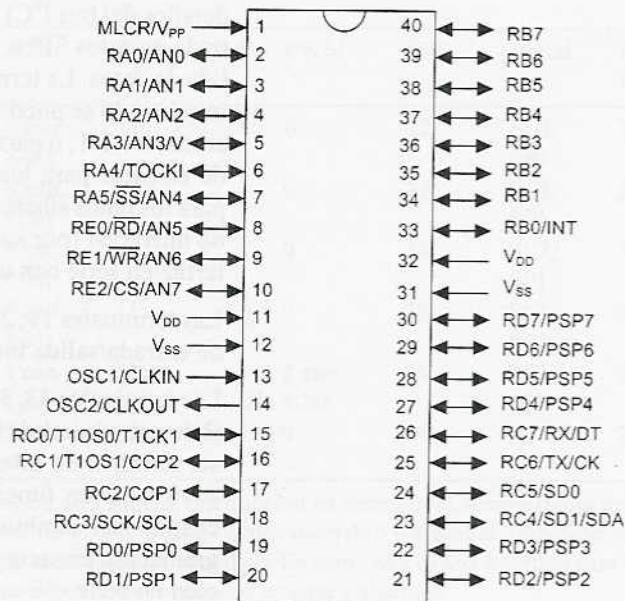


Figura 15.13 PIC16C74A

- 3 Las terminales 8, 9 y 10 corresponden al puerto E de entrada/salida bidireccional. La terminal 8 también puede ser el control de lectura del puerto esclavo paralelo, o para la entrada analógica 5. El puerto esclavo paralelo es un elemento que facilita el diseño de los circuitos de interfase con computadoras personales, cuando en una aplicación las terminales de los puertos D y E se asignan a este modo de operación.
- 4 Las terminales 11 y 32 son la fuente de voltaje positivo.
- 5 Las terminales 12 y 31 son las conexiones a tierra.
- 6 La terminal 13 es para la entrada del oscilador de cristal, o para la entrada de la fuente de reloj externa.
- 7 La terminal 14 es para la salida del oscilador de cristal.
- 8 Las terminales 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25 y 26 son para el puerto C de entrada/salida bidireccional. La terminal 15 se puede utilizar como salida del temporizador 1 o como entrada de reloj del temporizador 1. La terminal 16 es entrada del oscilador del temporizador 1 o entrada de la Captura 2/salida de la Comparación 2/la salida de la PWM2. El temporizador 1 se puede utilizar para monitorear el tiempo entre las transiciones de una señal de una terminal de entrada, o para controlar el tiempo preciso de las transiciones de una terminal de salida. Cuando se utiliza en los modos de captura o comparación permite utilizar el microcontrolador para controlar la temporización de una salida en la terminal 17. La terminal 17 es la entrada de la Captura 1/la salida de la Comparación 1/la salida del PWM1. Las salidas de la modulación de ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés) se encuentran en las terminales 16 y 17. La terminal 18 es entrada o salida del reloj en serie síncrono, tanto de la interfaz periférica en serie SPI como de los modos I<sup>2</sup>C (ver en la sección 20.6.6 los detalles del bus I<sup>2</sup>C). La terminal 23 puede funcionar para la entrada de datos SPI o, en el caso del modo I<sup>2</sup>C, para la entrada/salida de datos. La terminal 24 puede ser la salida de datos SPI. La terminal 25 se puede emplear para los datos de Recepción Asíncrona, UART, o para los datos síncronos. La terminal 26 se puede emplear para los datos de Recepción Asíncrona, UART, o para los datos síncronos. UART, el transmisor receptor asíncrono universal (por sus siglas en inglés), se usa para crear una interfaz en serie con una computadora personal.
- 9 Las terminales 19, 20, 21, 22, 27, 28, 29 y 30 sirven como puerto de entrada/salida bidireccional.
- 10 Las terminales 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 y 40 sirven como puerto B de entrada/salida bidireccional. La terminal 33 también puede ser terminal de interrupción externa. Las terminales 37, 38, 39 y 40 también funcionan como terminales para interrupciones cuando hay cambios. La terminal 39 también es el reloj de programación en serie y la terminal 40 para los datos de programación en serie.



Para mayores detalles sobre los microcontroladores PIC se sugieren las publicaciones del fabricante u obras como *Design with PIC Microcontrollers* de J.B. Peatman (Prentice-Hall, 1998).

### 15.3.4 Selección de un microprocesador

Al elegir un microcontrolador se deben considerar los siguientes factores:

- 1 *Número de puertos de entrada/salida*  
¿Cuántos puertos de entrada/salida son necesarios para realizar la tarea respectiva?
- 2 *Interfaces necesarias*  
¿Qué interfaces se van a necesitar? Por ejemplo, ¿se necesita una modulación por ancho de pulso? Muchos microcontroladores proporcionan salidas PWM, por ejemplo, el PIC17C42 tiene dos.
- 3 *Necesidades de memoria*  
¿Qué capacidad de memoria se necesita para llevar a cabo una tarea?
- 4 *Cantidad de interrupciones necesarias*  
¿Cuántos eventos de interrupción se necesitan?
- 5 *Velocidad de procesamiento requerida*  
El microprocesador requiere de tiempo para ejecutar una instrucción (ver la sección 16.2.2), tiempo que está definido por el reloj del procesador.

Como ejemplo de los diversos microcontroladores disponibles, la tabla 15.1 muestra detalles de algunos de la familia M68HC11.

**Tabla 15.1** Características del M68HC11

	ROM	EEPROM	RAM	ADC	Temporizador	PWM	E/S	Serial	Reloj E MHz
68HC11A0	0	0	256	8 can., 8-bit	(1)	0	22	SCI, SPI	2
68HC11A1	0	512	256	8 can., 8-bit	(1)	0	22	SCI, SPI	2
68HC11A7	8 K	0	256	8 can., 8-bit	(1)	0	38	SCI, SPI	3
68HC11A8	8 K	512	256	8 can., 8-bit	(1)	0	38	SCI, SPI	3
68HC11C0	0	512	256	4 can., 4-bit	(2)	2 can., 8-bit	36	SCI, SPI	2
68HC11D0	0	0	192	Ninguno	(2)	0	14	SCI, SPI	2

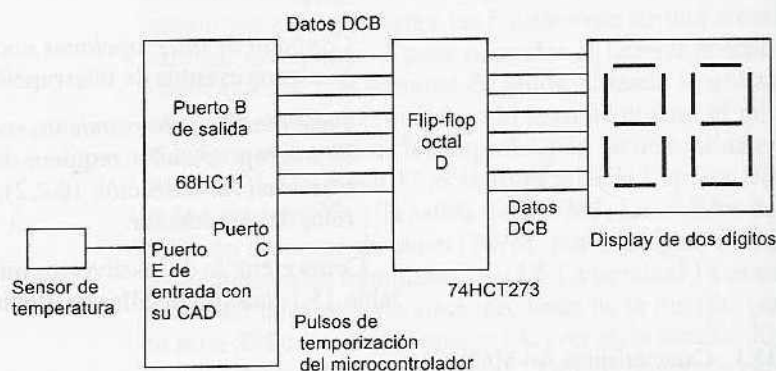
Temporizador: (1) captura de 3 entradas, comparación de 5 salidas, interrupción en tiempo real, temporizador del controlador de secuencia, acumulador de pulsos; (2) captura de 3 o 4 entradas, comparación de 5 o 4 salidas, interrupción en tiempo real, temporizador del controlador de secuencia, acumulador de impulsos. En serie: SCI es una interfase para comunicaciones en serie asíncrona, SPI es una interfase para dispositivos periféricos en serie y síncrona.

## 15.4 Aplicaciones

Los siguientes son dos ejemplos de cómo se utilizan los microcontroladores. En el capítulo 22 se presentan más ejemplos.

### 15.4.1 Sistema para medición de temperatura

Para ilustrar en forma breve cómo se puede usar un microcontrolador, la figura 15.14 muestra los principales elementos de un sistema de medición de temperatura en el cual se emplea un MC68HC11. El sensor de temperatura produce un voltaje proporcional a la temperatura (por ejemplo, un termotransistor como el LM35; ver la sección 2.9.4). La salida del sensor de temperatura se conecta a la línea de entrada del CAD del microcontrolador. Éste se programa para convertir la temperatura en una salida DCB con la que se conmutan los elementos de un display de dos dígitos de siete segmentos. Sin embargo, dado que la temperatura puede fluctuar, es necesario utilizar un registro de memoria para guardar los datos el suficiente tiempo para permitir su lectura en el display. El registro de almacenamiento, el 74HCT273, es un flip-flop octal tipo D cuyo reinicio se produce durante el siguiente flanco de elevación positiva de la entrada de reloj del microcontrolador.



**Figura 15.14** Sistema de medición de temperatura

### 15.4.2 Lavadora doméstica

La figura 15.15 muestra cómo emplear un microcontrolador para operar una lavadora doméstica. El microcontrolador más común es el M68HC05B6 de Motorola; por ser más barato y sencillo que el microcontrolador M68HC11 Motorola ya mencionado en este capítulo, y que se utiliza mucho en aplicaciones de bajo costo. Las señales de los sensores de la temperatura del agua y de la velocidad del motor entran a través del puerto de entrada analógico a digital. El puerto A proporciona las salidas de los diversos actuadores que se usan para controlar la máquina y también la entrada del interruptor del nivel del agua. En el puerto B se encuentran las salidas para el display. El puerto C produce las señales de salida para el display y también recibe las señales de entrada del teclado que se usa para ingresar en la máquina las diversas selecciones del programa. La sección PWM del temporizador proporciona una modulación por ancho



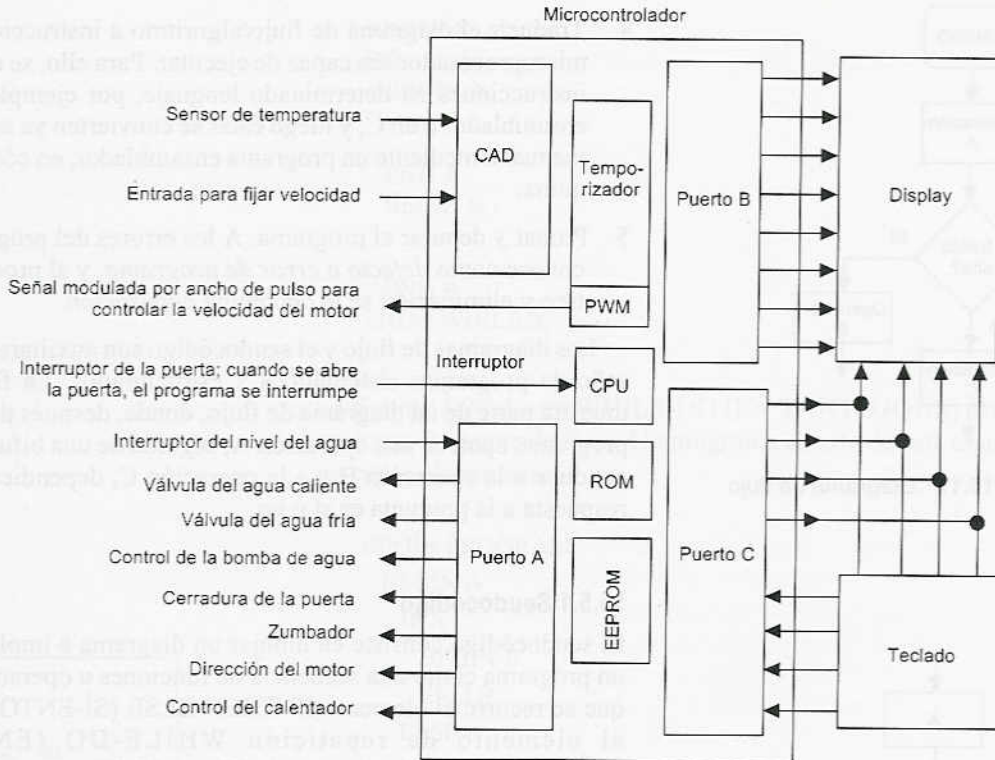


Figura 15.15 Lavadora doméstica

de pulsos para controlar la velocidad del motor. El programa de la máquina se interrumpe y detiene si se abre la puerta de la lavadora.

## 15.5 Programación

Un método de uso común para diseñar programas es el siguiente:



Figura 15.16 Símbolos empleados en los diagramas de flujo

- 1 Definir el problema, indicando con toda claridad qué función se espera que ejecute el programa, las entradas y salidas requeridas, cuáles son las restricciones de la velocidad de operación, exactitud, capacidad de memoria, etcétera.
- 2 Definir el algoritmo que se va a utilizar. Un *algoritmo* es la secuencia de pasos que definen el método de solución del problema.
- 3 En sistemas con menos de mil instrucciones, es útil representar el algoritmo mediante un *diagrama de flujo*. La figura 15.16 muestra los símbolos más comunes que se emplean en la elaboración de estos diagramas. Cada paso del algoritmo se representa mediante uno o varios de esos símbolos y éstos se unen mediante líneas que representan el flujo del programa. Otra herramienta de diseño útil es el *seudocódigo*. Éste es una forma de describir los pasos de un algoritmo de manera informal, la cual es posible traducir posteriormente a un programa.



Figura 15.17 Diagrama de flujo

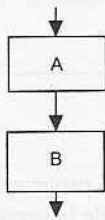


Figura 15.18 Secuencia

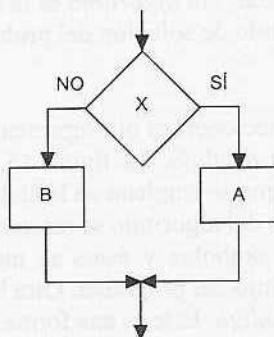


Figura 15.19 SÍ-ENTONCES-O

4. Traducir el diagrama de flujo/algoritmo a instrucciones que el microprocesador sea capaz de ejecutar. Para ello, se escriben las instrucciones en determinado lenguaje, por ejemplo, lenguaje ensamblador o en C, y luego éstas se convierten ya sea en forma manual o mediante un programa ensamblador, en código de máquina.
5. Probar y depurar el programa. A los errores del programa se les conoce como *defecto* o *error de programa*, y al proceso de rastreo y eliminación se le denomina *depuración*.

Los diagramas de flujo y el pseudocódigo son auxiliares para el diseño de programas sistemáticos y estructurados. La figura 15.17 muestra parte de un diagrama de flujo, donde, después del inicio del programa, aparece una operación A, seguida de una bifurcación que conduce a la operación B o a la operación C, dependiendo de si la respuesta a la pregunta es sí o no.

### 15.5.1 Seudocódigo

El pseudocódigo consiste en dibujar un diagrama e implica elaborar un programa como una secuencia de funciones u operaciones en las que se recurre al elemento IF-THEN-ELSE (SÍ-ENTONCES-O) y al elemento de repetición WHILE-DO (EN TANTO (QUE)-HACER). Una secuencia (figura 15.18) se escribiría como:

```

BEGIN A
...
END A
...
BEGIN B
...
END B

```

y una decisión como:

```

IF X
THEN
  BEGIN A
  ...
  END A
ELSE
  BEGIN B
  ...
  END B
ENDIF X

```

La figura 15.19 muestra este tipo de decisión en un diagrama de flujo. Una repetición se escribe como:



```

WHILE X
DO
  BEGIN A
  ...
  END A
  BEGIN B
  ...
  END B
END WHILE X

```

La figura 15.20 ilustra WHILE-DO (EN TANTO (QUE)-HACER) como un diagrama de flujo. Un programa escrito de esta manera sería como el siguiente:

```

BEGIN PROGRAM
BEGIN A
  IF X
    BEGIN B
    END B
  ELSE
    BEGIN C
    END C
  ENDIF X
END A
BEGIN D
  IF Z
    BEGIN E
    END E
  ENDIF Z
END D

```

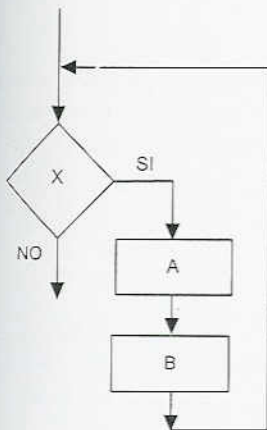


Figura 15.20 EN TANTO (QUE)-HACER

En los capítulos 16 y 17 se mostrará cómo elaborar programas en lenguaje ensamblador y lenguaje C, respectivamente.

## Problemas

1. En el caso de un microprocesador explique la función de: a) un acumulador, b) el estado, c) la dirección de memoria, d) los registros del contador de programa.
2. En un microprocesador se utilizan ocho líneas de dirección para acceder la memoria. ¿Cuál será la cantidad máxima de ubicaciones de memoria a las que se puede acceder?
3. Un chip de memoria tiene 8 líneas de datos y 16 líneas de dirección. ¿Cuál es su capacidad?
4. ¿Cuál es la diferencia entre un microcontrolador y un microprocesador?

5. Dibuje un diagrama de bloques de un microcontrolador básico y explique la función de cada subsistema.
6. ¿Qué puertos del M68HC11 se utilizan para a) un convertidor A/D, b) un puerto bidireccional, c) una entrada/salida serial, d) sólo para funcionar en exclusiva como puerto de salida de 8 bits?
7. ¿Con cuántos bits de memoria tiene el M68HC11A7 para la memoria de datos?
8. En el M68HC11 de Motorola el puerto C es bidireccional. ¿Cómo se debe configurar para que funcione como a) entrada, b) salida?
9. El M68HC11 de Motorola se puede utilizar en un solo chip y en modo ampliado. ¿Cuál es el propósito de estos modos?
10. ¿Para qué se utiliza la conexión ALE del 8051 de Intel?
11. ¿Qué entrada se requiere para restablecer el microcontrolador 8051 de Intel?
12. Represente en pseudocódigo lo siguiente:
  - a) Si A es sí, entonces B o bien C.
  - b) En tanto (que) A es sí – hacer B.



# 16 Lenguaje ensamblador

## 16.1 Lenguajes

Con el término *software* se designan todas las *instrucciones* con las que se indica a un microprocesador o microcontrolador qué es lo que debe hacer. El repertorio de instrucciones que el microprocesador reconoce se denomina *conjunto de instrucciones*. La forma de éste dependerá del microprocesador que se utilice. El conjunto de instrucciones necesarias para llevar a cabo una tarea se conoce como *programa*.

Los microprocesadores trabajan en código binario. A las instrucciones escritas en código binario se les conoce como *código de máquina*. La elaboración de programas en este código es un proceso tedioso que además requiere habilidad, pero que puede dar lugar a errores, dado que el programa es una serie de 0s y 1s y no es fácil comprender el significado de las instrucciones con sólo observar la secuencia. Una alternativa es utilizar un código taquigráfico de fácil comprensión para representar las secuencias de 0s y 1s. Por ejemplo, la adición de datos a un acumulador se representa sólo como ADDA. Este código taquigráfico se conoce como *código mnemónico*, y es un código 'auxiliar para la memorización'. Para designar este código se utiliza el término *lenguaje ensamblador*. Elaborar un programa utilizando la mnemónica es más sencillo, puesto que es una versión abreviada de la operación que se realiza mediante una instrucción. También, dado que las instrucciones describen las operaciones del programa, se facilita su comprensión y reduce la posibilidad de cometer errores, lo que sí sucede con las secuencias binarias de la programación en código de máquina. Sin embargo, es necesario convertir el programa ensamblador a código de máquina, ya que éste sí lo reconoce el microprocesador. Esta conversión se realiza a mano, con base en las hojas de especificaciones del fabricante en las que se lista el código binario para cada mnemónica. También existen programas de cómputo para hacer la conversión, los cuales se les conoce como *compiladores para lenguaje ensamblador*.

Los *lenguajes de alto nivel* proporcionan un tipo de lenguaje de programación que describe de manera más precisa, en un lenguaje

más accesible el tipo de operaciones que se requieren. Ejemplos de estos lenguajes son BASIC, C, FORTRAN y PASCAL. Sin embargo, aún es necesario convertir estos lenguajes a código de máquina mediante un compilador, para que el microprocesador lo pueda utilizar. En este capítulo se presenta un panorama general sobre cómo elaborar programas utilizando lenguaje ensamblador; en el capítulo 17 se comenta lo referente al lenguaje C.

## 16.2 Conjuntos de instrucciones

Las siguientes son las instrucciones más comunes que se dan a los microprocesadores; la lista completa de estas instrucciones se conoce como *conjunto de instrucciones*. En general, las instrucciones se clasifican en:

1. Transferencia de datos
2. Aritméticas
3. Lógicas
4. Control del programa

El conjunto de instrucciones es distinto para cada procesador. Algunas instrucciones son, sin embargo, razonablemente comunes para la mayoría de los microprocesadores. Estas instrucciones son:

### *Transferencia de datos*

#### 1. *Load (cargar)*

Esta instrucción lee el contenido de la localidad de memoria especificado y se copia en la localidad del registro especificado en la CPU; por ejemplo:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Dato en la localidad de memoria 0010	Dato en la localidad de memoria 0010
	Dato tomado de 0010 en el acumulador

#### 2. *Stored (almacenar)*

Esta instrucción copia el contenido de un registro especificado en una localidad de memoria especificada; por ejemplo:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Dato en el acumulador	Dato en el acumulador
	Dato copiado en la localidad de memoria 0011



*Aritméticas*3. *Add (sumar)*

Esta instrucción suma el contenido de una localidad de memoria especificada con los datos de algún registro; por ejemplo:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Acumulador con dato 0001	Acumulador con dato 0011
Localidad de memoria con datos 0010	

4. *Decrement (decrementar)*

Esta instrucción resta 1 del contenido de una localidad especificada. Por ejemplo, supongamos que el acumulador sea la localidad especificada:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Acumulador con dato 0011	Acumulador con dato 0010

5. *Compare (comparar)*

Esta instrucción determina si el contenido de un registro es mayor, menor o igual que el contenido de una localidad de memoria específica. El resultado aparece en el registro de estado como una bandera.

*Instrucciones lógicas*6. *AND*

Esta instrucción aplica la operación lógica AND al contenido de la localidad de memoria especificada y los datos en un registro determinado. A los números se les aplica la operación bit por bit, por ejemplo:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
El acumulador con dato 0011	Acumulador con dato 0001
La localidad de memoria con dato 1001	

En los datos anteriores, sólo en el bit menos significativo hay un 1 en ambos conjuntos de datos y la operación AND sólo produce un 1 en el bit menos significativo del resultado.

7. *XOR*

Esta instrucción aplica la operación lógica XOR al contenido de la localidad de memoria especificada y a los datos en un determinado registro; la operación se realiza bit por bit.

8. *Corrimiento lógico (a la izquierda o a la derecha)*

Las instrucciones de corrimiento lógico producen el desplazamiento de la configuración de bits en el registro, un espacio a la izquierda o a la derecha mediante la inclusión de un 0 al extremo del número. Por ejemplo, para el corrimiento lógico a la derecha se corre un 0 al bit más significativo y el bit menos significativo se desplaza a la bandera de acarreo del registro de estado.

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Acumulador con dato 0011	Acumulador con dato 0001 El registro de estado indica acarreo 1

9. *Corrimiento aritmético (a la izquierda o a la derecha)*

Las instrucciones de corrimiento aritmético producen el desplazamiento de la configuración de bits en el registro un espacio a la izquierda o a la derecha, pero copiando el número final en el espacio creado por el desplazamiento; por ejemplo, en un desplazamiento aritmético a la derecha:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Acumulador con dato 1011	Acumulador con dato 1101 El registro de estado indica acarreo 1

10. *Rotación (a la izquierda o a la derecha)*

Las instrucciones de rotación producen el desplazamiento de la configuración de bits en el registro un espacio a la izquierda o a la derecha y el bit que sale sobrando se escribe ahora en el otro extremo; por ejemplo, en una rotación a la derecha:

Antes de la instrucción	Después de la instrucción
Acumulador con dato 0011	Acumulador con dato 1001

*Control del programa*11. *Jump (salto)*

Esta instrucción modifica la secuencia de ejecución del programa. En general, mediante el contador del programa éste se ejecuta de manera secuencial, en estricta secuencia numérica. Ahora bien, con una instrucción de salto, el contador del programa pasa a determinada línea del programa. Por ejemplo, supongamos que el programa requiere la siguiente secuencia de instrucciones:

Decrementa el acumulador

Salta, si el acumulador no es cero, a la instrucción ...





Figura 16.1 Ejemplo de una bifurcación

## 12. Branch (bifurcación o control de flujo)

Es una instrucción condicional cuyas opciones son *bifurcación si el valor es cero* hacia una dirección o *bifurcar si el valor es positivo* hacia otra dirección. Esta instrucción se ejecuta si se cumplen las condiciones requeridas. Por ejemplo, un programa que requiera la secuencia de instrucciones del diagrama de flujo de la figura 16.1.

## 13. Paro

Esta instrucción detiene todas las operaciones del microprocesador.

Los tipos de códigos mnemónicos utilizados como instrucciones de lenguaje ensamblador dependerán del microprocesador o microcontrolador utilizado. La tabla 16.1 muestra el conjunto de instrucciones del microcontrolador M68HC11, que en esencia es el mismo que el del microprocesador M6800. Para más detalles de este u otro conjunto de instrucciones, consulte las publicaciones del fabricante del microprocesador o microcontrolador.

Tabla 16.1 Mnemónicos del M68HC11

Instrucción	Mnemónico	Instrucción	Mnemónico
<i>Carga</i>		<i>Registros de almacenamiento</i>	
Cargar un dato en el acumulador A	LDAA	Almacenar el contenido del acumulador A	STAA
Cargar un dato en el acumulador B	LDAB	Almacenar el contenido del acumulador B	STAB
Cargar un dato en el doble acumulador	LDD	Almacenar el contenido del acumulador doble	STD
Cargar un dato en el apuntador de pila	LDS	Almacenar el apuntador de pila	STS
Cargar un dato en el registro de índice X	LDX	Almacenar el registro de índice X	STX
Cargar un dato en el registro de índice Y	LDY	Almacenar el registro de índice Y	STY
Llevar el dato de la pila y cargarlo al acumulador A	PULA	Introducir en la pila los datos del acumulador A	PSHA
Leer el dato de la pila y cargarlo al acumulador B	PULB	Introducir en la pila los datos del acumulador B	PSHB
Leer el registro de índice X de la pila	PULX	Introducir en la pila el contenido del registro de índice X	PSHX
Leer el registro de índice Y de la pila	PULY	Introducir en la pila el contenido del registro de índice Y	PSHY
<i>Registros de transferencia</i>		<i>Lógicas</i>	
Transferir un dato de acumulador A al acumulador B	TAB	Aplicar el operador AND al contenido del acumulador A	ANDA
Transferir un dato del acumulador B al acumulador A	TBA	Aplicar el operador AND al contenido del acumulador B	ANDB
Transferir un dato del apuntador de pila al reg. índice X	TSX	Aplicar el operador XOR al contenido del acumulador A	EORA
Transferir un dato del apuntador de pila al reg. índice Y	TSY	Aplicar el operador XOR al contenido del acumulador B	EORB
Transferir un dato del reg. índice X al apuntador de pila	TXS	Aplicar el operador OR al contenido del acumulador A	ORAA
Transferir un dato del reg. índice Y al apuntador de pila	TYS	Aplicar el operador OR al contenido del acumulador B	ORAB
Intercambiar datos entre el acum. doble y el reg. índice X	XGDX	Reemplazar la memoria por su complemento a 1	COM
Intercambiar datos entre el acum. doble y el reg. índice Y	XGDY	Reemplazar el acumulador A por su complemento a 1	COMA
<i>Decremento/incremento</i>		Reemplazar el acumulador B por su complemento a 1	COMB
Restar 1 al contenido de la memoria	DEC	<i>Aritmética</i>	
Restar 1 al contenido del acumulador A	DECA	Sumar el contenido del acumulador A al acumulador B	ABA
Restar 1 al contenido del acumulador B	DECB	Sumar el contenido del acumulador B al reg. índice X	ABX
Restar 1 al apuntador de pila	DES	Sumar el contenido del acumulador B al del reg. índice Y	ABY
Restar 1 al registro de índice X	DEX	Sumar la memoria al acumulador A sin acarreo	ADDA
Restar 1 al registro de índice Y	DEY	Sumar la memoria al acumulador B sin acarreo	ADDB
Sumar 1 al contenido de la memoria	INC	Sumar la memoria al acumulador doble sin acarreo	ADDD
Sumar 1 al contenido del acumulador A	INCA	Sumar la memoria al acumulador A sin acarreo	ADCA
Sumar 1 al contenido del acumulador B	INCB	Sumar la memoria al acumulador B sin acarreo	ADCB
Sumar 1 al apuntador de pila	INS	Ajuste decimal	DAA
Sumar 1 al registro de índice X	INX	Restar el contenido del acum. B al contenido del acum. A	SBA
Sumar 1 al registro de índice Y	INY	Restar la memoria del acumulador A con acarreo	SBCA

(Continúa al reverso)

Instrucción	Mnemónico	Instrucción	Mnemónico
<i>Rotar/acarrear</i>		Restar la memoria del acumulador B con acarreo	SBCB
Rotar a la izquierda los bits de la memoria	ROL	Restar el contenido de la memoria del acumulador A	SUBA
Rotar a la izquierda los bits del acumulador A	ROLA	Restar el contenido de la memoria del acumulador B	SUBB
Rotar a la izquierda los bits del acumulador B	ROLB	Restar el contenido de la memoria del acumulador doble	SUBD
Rotar a la derecha los bits de la memoria	ROR	Reemplazar acumulador A por su complemento a 2s	NEGA
Rotar a la derecha los bits del acumulador A	RORA	Reemplazar acumulador B por su complemento a 2s	NEGB
Rotar a la derecha los bits del acumulador B	RORB	Multiplicar el acumulador A por el acumulador B	MUL
Corrimiento aritmético a la izquierda de bits de la memoria	ASL	Dividir un entero D sin signo entre el registro de índice X	IDIV
Corrimiento aritmético a la izquierda de bits del acum. A	ASLA	Divisor fraccionario sin signo D entre registro entero X	FDIV
Corrimiento aritmético a la izquierda de bits del acum. B	ASLB	<i>Bifurcación condicional</i>	
Corrimiento aritmético a la derecha de bits de la memoria	ASR	Bifurcación si el signo es negativo	BMI
Corrimiento aritmético a la derecha de bits del acum. A	ASRA	Bifurcación si el signo es positivo	BPL
Corrimiento aritmético a la derecha de bits del acum. B	ASRB	Bifurcación si está definido un desborde	BVS
Corrimiento lógico a la izquierda de bits de la memoria	LSL	Bifurcación si está limpio el desborde	BVC
Corrimiento lógico a la izquierda de bits del acumulador A	LSLA	Bifurcación si es menor que cero	BLT
Corrimiento lógico a la izquierda de bits del acumulador B	LSLB	Bifurcación si es mayor o igual a cero	BGE
Corrimiento lógico a la izquierda de bits del acumulador D	LSLD	Bifurcación si es menor o igual a cero	BLE
Corrimiento lógico a la derecha de bits de la memoria	LSR	Bifurcación si es mayor que cero	BGT
Corrimiento lógico a la derecha de bits del acumulador A	LSRA	Bifurcación si es igual	BEQ
Corrimiento lógico a la derecha de bits del acumulador B	LSRB	Bifurcación si no es igual	BNE
Corrimiento lógico a la derecha de bits del acumulador C	LSRC	Bifurcación si es mayor	BHI
<i>Pruebas a datos con ajuste de códigos de condiciones</i>		Bifurcación si es menor o igual	BLS
Prueba lógica AND entre el acumulador A y la memoria	BITA	Bifurcación si es mayor o igual	BHS
Prueba lógica AND entre el acumulador B y la memoria	BITB	Bifurcación si es menor	BLO
Comparar el acumulador A con el acumulador B	CBA	Bifurcación si el acarreo es cero	BCC
Comparar el acumulador A con la memoria	CMPA	Bifurcación si el acarreo es 1	BCS
Comparar el acumulador B con la memoria	CMPB	<i>Saltar y bifurcar</i>	
Comparar el acumulador doble con la memoria	CPD	Saltar a la dirección	JMP
Comparar el registro de índice X con la memoria	CPX	Saltar a la subrutina	JSR
Comparar el registro de índice Y con la memoria	CPY	Regresar de la subrutina	RTS
Restar \$00 de la memoria	TST	Bifurcar a la subrutina	BSR
Restar \$00 del acumulador A	TSTA	Bifurcar siempre	BRA
Restar \$00 del acumulador B	TSTB	Nunca bifurcar	BRN
<i>Interrupción</i>		Establecer bits de bifurcación	BRSET
Limpiar máscara de interrupción	CLI	Limpiar bits de bifurcación	BRCLR
Establecer una máscara de interrupción	SEI	<i>Código de condición</i>	
Interrupción de software	SWI	Limpiar acarreo	CLC
Regresar de la interrupción	RTI	Limpiar desborde	CLV
Esperar de interrupción	WAI	Establecer acarreo	SEC
<i>Diversos</i>		Establecer desborde	SEV
No opera	NOP	Transferir un dato del acum. A al reg. de código de condición	TAP
Detener procesamiento	STOP	Transferir un dato del reg. de código de condición al acum. A	TPA
Modo de prueba especial	TEST		

Nota: La cantidad de bits en un registro depende del procesador. En un microprocesador de 8 bits en general hay registros de 8 bits. En ocasiones es posible utilizar juntos dos de los registros de datos para duplicar el número de bits. Este tipo de registro combinado se conoce como registro doble.

### 16.2.1 Direccionamiento

Al utilizar un mnemónico, como LDA, para especificar una instrucción, a continuación se incluye información adicional, para especificar las fuentes y destinos de los datos que requiere la instrucción. Los datos que siguen a una instrucción se conocen como *operandos*. Observe que el sistema hexadecimal se emplea para representar números.

Existen diversos métodos para especificar la localización de los datos y, por lo tanto, cómo el programa permite al microprocesador obtener sus instrucciones o datos. Los siguientes son los métodos más comunes:



1. *Direccionamiento inmediato*

Los datos que de manera inmediata aparecen después de la instrucción son los valores con los que se realizan las operaciones. Por ejemplo, LDA B #\$FF significa almacenar el número FF (un número hexadecimal) en el acumulador B. El # significa modo inmediato y \$ que FF se refiere a un número en notación hexadecimal. Al escribir instrucciones no siempre se utiliza el signo \$, dado que en general es obvio identificar a los números. Otro ejemplo es LDX #C540. Éste significa: almacenar en el registro de índice el número C540. Este tipo de operación implica el almacenamiento de un valor predeterminado en un registro o en una localidad de memoria.

2. *Direccionamiento directo o direccionamiento de página cero*

Se supone que la dirección de memoria reside en la parte baja de los 256 bytes de memoria, por lo que sólo se necesitan 8 bits para especificar esa localidad, es decir, los 8 bits superiores son 0s. Por ello, este modo sólo se puede usar en una dirección en las localidades entre \$0000 y \$00FF. Por ejemplo, ADD \$25 significa sumar el contenido de la localidad de memoria 0025 al contenido original del acumulador.

3. *Direccionamiento absoluto o direccionamiento extendido*

La dirección completa del dato a actualizar debe aparecer después de la instrucción. Por ejemplo, LDA A \$20F0 significa cargar al acumulador A el dato almacenado en la dirección \$20F0.

4. *Direccionamiento implícito o inherente*

La dirección aparece implícita en la instrucción. Por ejemplo, CLR A significa borrar el acumulador A.

5. *Direccionamiento indexado*

El primer byte de la instrucción contiene el código de operación y el segundo, el desplazamiento. Ésta se añade al contenido del índice de registro para determinar la dirección del operando. Por ello, la instrucción LDA A \$FF,X significa cargar el acumulador A con los datos que aparecen en la dirección obtenida de la suma de los contenidos del registro de índice y FF. Otro ejemplo es: STA A \$05,X que significa guardar el contenido del acumulador A en la dirección dada por el registro índice más 05.

6. *Direccionamiento relativo*

Éste se utiliza con instrucciones de bifurcación o derivación. Las instrucciones de bifurcación siguen los códigos operación con un byte denominado dirección relativa. Ésta indica el desplazamiento en la dirección que se debe añadir al contador de programa si se produce la bifurcación. Por ejemplo, BEQ \$F1 indica que si el dato es igual a cero, entonces la siguiente dirección en el programa es F1 lugares más adelante. El desplazamiento F1 se suma a la dirección de la siguiente instrucción.

**Tabla 16.2** Ejemplos de direccionamiento

Modo de direccionamiento	Instrucción	
Inmediato	LDA A #\$F0	Cargar el acumulador A con el dato F0
Directo	LDA A S50	Cargar el acumulador A con el dato que está en la dirección 0050
Extendido	LDA AS0F01	Cargar el acumulador A con el dato que está en la dirección 0F01
Indexado	LDA A \$CF,X	Cargar el acumulador con datos de la dirección dada por la suma del registro de índice más CF
Implícito	CLR A	Borrar acumulador A
Extendido	CLR \$2020	Borrar dirección 2020, es decir, guardar todos los 0s en dirección 2020
Indexado	CLR \$10,X	Borrar la dirección dada por el registro de índice más 10, es decir, guardar todos los 0s en dicha dirección

La tabla 16.2 ilustra lo antes expuesto en relación con diversas instrucciones que utilizan los mnemónicos de Motorola.

### 16.2.2 Desplazamiento de datos

El siguiente es un ejemplo del tipo de información que se puede obtener en una hoja del conjunto de instrucciones de un fabricante (microprocesador 6800 de Motorola).

Operación	Mnemónico	Modos de direccionamiento					
		INMED.			DIRECTO		
		OP	~	#	OP	~	#
Sumar	ADDA	8B	2	2	9B	3	2

~ es el número de ciclos del microprocesador que se requieren y # es el número de bytes de programa necesarios.

Esto significa que cuando en este procesador se utiliza en el modo de direccionamiento inmediato la operación Sumar se representa por el término mnemónico ADDA. El código de máquina para este direccionamiento es 8B y para obtener su expresión completa son necesarios dos ciclos. Para la operación se requieren dos bytes del programa. El término código de operación se refiere a la instrucción que ejecutará el microprocesador, la cual se expresa de forma hexadecimal. Un byte es un grupo de ocho dígitos binarios que el microprocesador reconoce como una palabra. Por lo tanto, se necesitan dos palabras. En el direccionamiento directo el código de máquina es 9B y se requieren tres ciclos y dos bytes de programa.

Para ejemplificar cómo pasa la información entre la memoria y el microprocesador, considere las siguientes tareas. El direccionamiento de la memoria RAM para guardar un nuevo programa dependerá de lo que se considere adecuado. En los siguientes ejemplos se han empleado como dirección de inicio a 0010. Para emplear el direccionamiento directo, las direcciones deberán estar en la página



cero, es decir, entre 0000 y 00FF. Los ejemplos se basan en el uso del conjunto de instrucciones del microprocesador M6800.

Tarea: introducir todos los ceros en el acumulador A.

Dirección de memoria	Código de operación	
0010	8F	CLR A

La siguiente dirección de memoria que se puede emplear es 0011 dado que CLR A sólo ocupa un byte del programa. Éste es el modo de direccionamiento implícito.

Tarea: sumar al contenido del acumulador A el dato 20.

Dirección de memoria	Código de operación	
0010	8B 20	ADD A #20

Aquí se utiliza el direccionamiento de tipo inmediato. La siguiente dirección de memoria que se puede utilizar es 0012, dado que en esta forma de direccionamiento, ADD A ocupa dos bytes de programa.

Tarea: cargar el acumulador A con los datos presentes en la dirección de memoria 00AF.

Dirección de memoria	Código de operación	
0010	B6 00AF	LDA A \$00AF

Ésta utiliza el direccionamiento de tipo absoluto. La siguiente dirección de memoria que se puede emplear es 0013, dado que, en este tipo de direccionamiento, LDA A ocupa tres bytes de programa.

Tarea: girar hacia la izquierda los datos que contiene la localidad de memoria 00AF.

Dirección de memoria	Código de operación	
0010	79 00AF	ROL \$00AF

En este caso se utiliza el direccionamiento de tipo absoluto. La siguiente dirección de memoria que se puede usar es 0013, dado que ROL, en este modo, ocupa tres bytes de programa.

Tarea: guardar los datos que contiene el acumulador A en la localidad de memoria 0021.

Dirección de memoria	Código de operación	
0010	D7 21	STA A \$21

Aquí se utiliza el direccionamiento de tipo directo. La siguiente dirección de memoria que se puede utilizar es 0012, dado que STA A, en este modo, ocupa dos bytes de programa.

Tarea: si el resultado de la instrucción anterior es cero, avanzar cuatro lugares mediante bifurcación.

Dirección de memoria	Código de operación	
0010	27 04	BEQ \$04

Se utiliza el direccionamiento de tipo relativo. Si el resultado no es cero, la siguiente dirección de memoria es 0012, dado que BEQ, en este modo, ocupa dos bytes de programa. Si el resultado es cero, entonces la siguiente dirección es  $0012 + 4 = 0016$ .

### 16.3 Programas en lenguaje ensamblador

Un programa en lenguaje ensamblador puede considerarse como una serie de instrucciones de tipo ensamblador, el cual, a su vez, produce el programa en código de máquina. Un programa escrito en lenguaje ensamblador consiste de una secuencia de instrucciones, una por línea. Las instrucciones constan de una a cuatro secciones o *campos*, éstos son:

Etiqueta    Código de operación    Operando    Comentario

Se utiliza un símbolo especial para indicar el inicio y el final de un campo; los símbolos empleados dependen del tipo de código de máquina del microprocesador. En el 6800 de Motorola se utilizan espacios. En el Intel 8080 después de la etiqueta aparecen dos puntos, después del código de operación, un espacio, comas entre cada entrada del campo de direcciones y antes de un comentario, un punto y coma.

La *etiqueta* es el nombre que recibe determinada entrada en la memoria. Las etiquetas están formadas por letras, números y algunos otros caracteres. En el 6800 de Motorola, las etiquetas tienen de uno a seis caracteres; la primera debe ser una letra, y no puede ser sólo la letra A, B o X, puesto que ésta se reservan para referirse a los acumuladores o al registro de índice. En el 8080 de Intel se aceptan cinco caracteres, el primero debe ser una letra, @ o ?. En la etiqueta no se debe usar ninguno de los nombres reservados para los registros, códigos de instrucciones o pseudoperaciones (ver más adelante en esta misma sección). Cada etiqueta de un programa debe ser única. Si no hay etiqueta, entonces se debe agregar un espacio en el campo de etiquetas. En el 6800 de Motorola un asterisco (\*) en la etiqueta indica que la instrucción es un comentario, es decir, un comentario insertado para que el programa sea más claro. De esta manera, el comentario es ignorado por el ensamblador durante el proceso para obtener el programa en código de máquina.

El código de operación especifica cómo manejar los datos, lo cual se indica por su mnemónico; por ejemplo, LDA A. Este es el único de todos los campos que nunca puede estar vacío.



Además, el campo del código de operación puede contener directivas para el ensamblador. Éstas se conocen como *seudo-operaciones*, ya que, aun cuando aparecen en el campo del código de operación, no se traducen a instrucciones en código de máquina. Estas operaciones pueden definir símbolos, asignar programas y datos a ciertas áreas de la memoria, elaborar tablas y datos fijos, indicar la terminación del programa, etcétera. Las instrucciones de ensamblador más comunes son:

*Definir contador del programa*

ORG	Define la dirección en memoria de inicio de la parte del programa que se ejecuta. En un programa puede haber varios puntos de origen.
-----	---

*Definir símbolos*

EQU, SET, DEF	Iguala/ajusta/define un símbolo como un valor numérico, otro símbolo o una expresión.
------------------	---

*Reservar localidades de memoria*

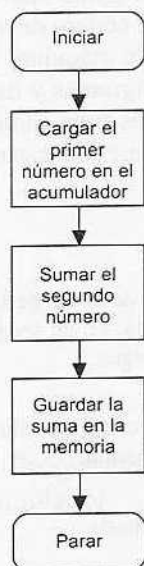
RMB, RES	Reserva bytes/espacio de la memoria.
----------	--------------------------------------

*Definir constante en la memoria*

FCB	Forma un byte constante.
FCC	Forma una secuencia de caracteres constante.
FDB	Forma una constante de dos byte.
BSW	Almacena bloque de ceros.

La información incluida en el campo del operando dependerá del mnemónico anterior y del modo de direccionamiento utilizado. Proporciona la dirección de los datos que se manejan durante el proceso especificado en el código de operación. Por ello, con frecuencia se le conoce como *campo de direcciones*. Este campo puede estar vacío si las instrucciones dadas por el código de operación no necesitan datos ni dirección. Los datos numéricos de este campo pueden ser hexadecimales, decimales, octales o binarios. El ensamblador supone que los números son decimales, a menos que se indique otra manera. En el 6800 de Motorola antes del número hexadecimal se coloca un signo \$, o una H al final; antes de los números octales se pone una @ o una O o una Q al final; antes de un número binario se pone un % o una B al final. En el Intel 8080 un número hexadecimal termina con H, un número octal termina en O o Q y un número binario termina en B. Los números hexadecimales deben empezar con un dígito decimal, es decir, 0 a 9, para evitar confusión con los nombres. En el 6800 de Motorola, el modo de dirección inmediato se indica colocando antes del operando el signo #, y el modo de dirección indexado a continuación del operando se coloca una X. Para los modos de direccionamiento directo o extendido se utilizan símbolos especiales. Si la dirección está en la página cero, es decir, FF o inferior, el ensamblador asigna en forma automática el modo directo. Si la dirección es mayor que FF, el ensamblador asigna el modo extendido.

El campo de comentarios es opcional y su propósito es permitir al programador la inclusión de comentarios que contribuyan a una ma-



**Figura 16.2** Diagrama de flujo para la suma de dos números

yor legibilidad del programa. Durante la compilación del programa de código de máquina el ensamblador ignora el campo de comentarios.

### 16.3.1. Ejemplos de programas en lenguaje ensamblador

Los siguientes ejemplos ilustran cómo elaborar programas. Se basan en el empleo del conjunto de instrucciones de un microprocesador basado en el M6800.

*Problema:* sumar números de 8 bits localizados en dos direcciones de la memoria.

El algoritmo es:

1. Iniciar.
2. Cargar el primer número en el acumulador.
3. Sumar el segundo número.
4. Guardar la suma en una localidad de memoria designada.
5. Parar.

La figura 16.2 muestra los pasos anteriores representados en un diagrama de flujo. El programa ensamblador para el M6800 es:

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
AUGEND	EQU	\$0070	
ADDEND	EQU	\$0071	
SUM	EQU	\$0072	
	ORG	\$0010	
	LDA A	AUGEND	Primer número que entra al acumulador A
	ADD A	ADDEND	Sumar el segundo número
	STA	A SUM	Guardar la suma
	WAI		Fin del programa

La primera línea del programa especifica la dirección del primer sumando. La segunda línea especifica la dirección del número que se suma al primer número. La tercera línea especifica dónde se colocará el resultado de la suma. La cuarta línea especifica la dirección de memoria en la que debe empezar el programa. El empleo de etiquetas significa que el operando relacionado con los datos no tiene que especificar las direcciones, sólo las etiquetas. Cuando las pseudooperaciones se traducen a código de máquina también se indican las direcciones para los elementos. En código de máquina el programa sería el siguiente:

```

0010 96 70
0012 9B 71
0014 97 72
0016 3F

```





Figura 16.3 Un ciclo

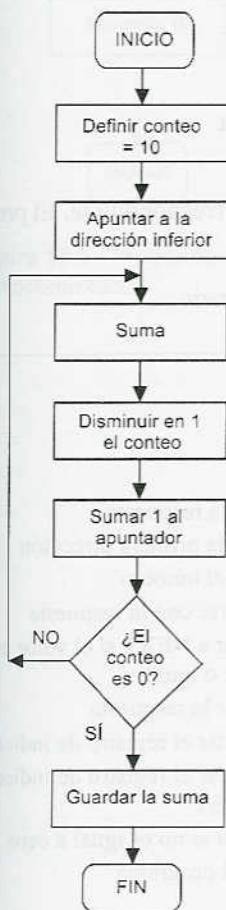


Figura 16.4 Diagrama de flujo de la suma de 10 números

En muchos programas existe la necesidad de realizar una tarea varias veces, en forma sucesiva. En estos casos, el programa se diseña de manera que la operación respectiva pase varias veces por la misma sección. Esto se denomina *procesamiento en ciclos* o *iteración*; un ciclo o secuencia de instrucciones repetitivas es una sección de un programa que se repite varias veces. La figura 16.3 muestra el diagrama de flujo de un ciclo. Es necesario realizar varias veces cierta operación antes de proceder con el programa. Una vez que la cantidad de operaciones se haya completado es posible continuar con la ejecución del programa.

**Problema:** suma los números ubicados en 10 direcciones distintas (éstas pueden ser, por ejemplo, el resultado generado por 10 sensores).

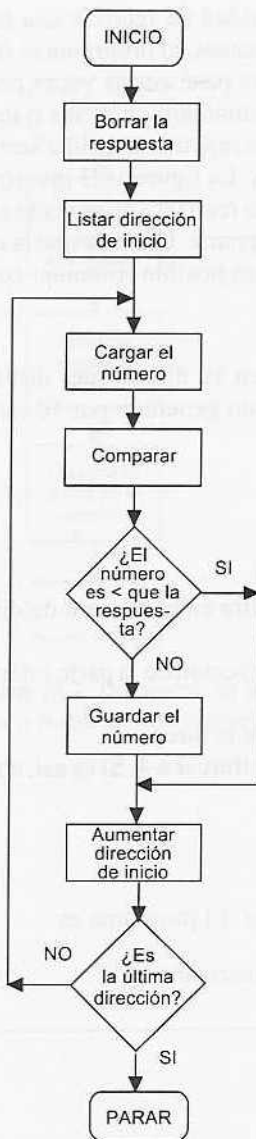
El algoritmo sería:

1. Inicio.
2. Definir el valor del conteo igual a 10.
3. Apuntar a la localidad que se encuentra en el número de dirección de la parte inferior.
4. Sumar el número que aparece en la dirección de la parte inferior.
5. Disminuir en uno el conteo.
6. Sumar 1 al apuntador de ubicación de la dirección.
7. ¿La cuenta es igual a 0? Si no es así, bifurcar a 4. Si es así, continuar.
8. Guardar la suma.
9. Parar.

La figura 16.4 ilustra el diagrama de flujo. El programa es:

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
COUNT	EQU	\$0010	
POINT	EQU	\$0020	
RESULT	EQU	\$0050	
	ORG	\$0001	
	LDA B	COUNT	Cargar el contador
	LDX	POINT	Inicializar el registro de índice al inicio de los números
SUM	ADD A	X	Sumar el sumando
	INX		Sumar 1 al registro de índice
	DEC B		Restar 1 al acumulador B
	BNE	SUM	Bifurcar a suma
	STA A	RESULT	Guardar
	WAI		Parar el programa

El número 10, correspondiente al conteo, se carga en el acumulador B. El registro de índice proporciona la dirección inicial de los datos que se suman. El primer paso es sumar el contenido de la localidad de memoria direccionada por el registro índice al contenido del acu-



**Figura 16.5** Diagrama de flujo para obtener el número mayor

mulador, al inicio considerado como cero (para borrarlo una opción es emplear una instrucción CLR A). Mediante la instrucción INX se suma 1 al registro de índice, de manera que la siguiente dirección que se elija sea 0021. DEC B resta 1 al contenido del acumulador B e indica que el valor del conteo es ahora de 9. BNE es la instrucción para bifurcar a SUM si no es igual a cero, es decir, si el indicador Z tiene un valor 0. El programa itera y repite el ciclo hasta que ACC B sea cero.

*Problema:* determinar cuál de todos los números de una lista es el mayor (por ejemplo, las señales correspondientes a la medición de la temperatura más alta enviadas por varios sensores de temperatura).

El algoritmo sería:

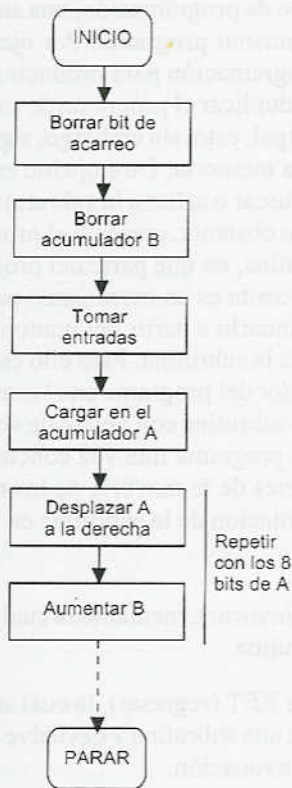
1. Borrar la dirección de la respuesta.
2. Listar la dirección de inicio.
3. Cargar el número de la dirección de inicio.
4. Comparar el número resultante con el número de la dirección de respuesta.
5. Guardar la respuesta si es mayor.
6. De no ser así, guardar el número.
7. Aumentar la dirección de inicio en 1.
8. Bifurcar a 3 si la dirección no es la última.
9. Parar.

La figura 16.5 muestra el diagrama de flujo correspondiente. El programa es:

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
FIRST	EQU	\$0030	
LAST	EQU	\$0040	
ANSW	EQU	\$0041	
	ORG	\$0000	
	CLR	ANSW	Borrar la respuesta
	LDX	FIRST	Cargar la primera dirección
NUM	LDA A	\$30,X	Cargar el número
	CMP A	ANSW	Comparar con la respuesta
	BLS	NEXT	Bifurcar a NEXT si el valor es inferior o igual
	STA A	ANSW	Guardar la respuesta
NEXT	INX		Aumentar el registro de índice
	CPX	LAST	Comparar el registro de índice con LAST
	BNE	NUM	Bifurcar si no es igual a cero
	WAI		Parar el programa

El procedimiento es primero borrar la dirección de la respuesta. A continuación se carga la primera dirección y el número en dicha dirección se coloca en el acumulador A. LDA A \$30,X significa cargar





el acumulador A con los datos de la dirección dada por el registro de índice más 30. Se compara el número con la respuesta; el número se guarda si la respuesta es mayor que el número que ya está en el acumulador, de no ser así, hay que bifurcar para repetir el ciclo con el siguiente número.

**Problema:** elaborar un programa para el microcontrolador 68HC11 que permita contar cuántos sensores están produciendo señales.

Las entradas de los sensores están conectadas al puerto C (ver la figura 15.9), se supone que son ocho entradas y que las señales producidas son de apagado o de encendido. El algoritmo sería:

1. Listar la dirección de inicio.
2. Borrar el bit de acarreo.
3. Borrar el acumulador B.
4. Tomar las entradas de alarma del puerto C y cargarlas en el acumulador A.
5. Desplazar a la derecha los bits del acumulador A.
6. Incrementar el acumulador B cada vez que un bit alto en calidad de acarreo se detecte.
7. Repetir los pasos 5 y 6 ocho veces en total.
8. Parar.

El número en el acumulador B corresponde a la cantidad de sensores activados. La figura 16.6 ilustra el diagrama de flujo y el siguiente es el programa:

Figura 16.6 Programa del microcontrolador

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
START	ORG	\$E000	
	CLC		Borrar el bit de acarreo
	CLRB		Borrar el acumulador B
	LDA A	\$1003	Cargar las entradas del sensor del puerto C en el acumulador A
	LSL A		Acarrear de la entrada en C7
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C6
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C5
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C4
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C3
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C2
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C1
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	LSL A		Acarreo de entrada en C0
	ADB C	#\$00	Sumar 1 si se define C
	WAI		Parar el programa

## 16.4 Subrutinas

Es frecuente el caso de que un bloque de programación, una subrutina, se requiera varias veces en un mismo programa. Por ejemplo, cuando se necesita un bloque de programación para producir un retraso en el tiempo. Una opción sería duplicar el programa de subrutina varias veces en el programa principal; esto, sin embargo, significa un deficiente aprovechamiento de la memoria. Otra opción es conservar una copia en la memoria y bifurcar o saltar a la subrutina cada vez que sea necesario. Lo anterior no obstante, presenta el problema de saber, una vez concluida la subrutina, en qué parte del programa hay que reanudar éste. Lo que se necesita es un mecanismo para regresar al programa principal y continuarlo a partir del punto en que se quedó en el momento del inicio de la subrutina. Para ello es necesario guardar el contenido del contador del programa en el momento en que se produce la bifurcación a la subrutina con objeto de volver a cargar este valor en el contador del programa una vez concluida la subrutina. Las dos de las instrucciones de la mayoría de los microprocesadores que permiten la implantación de la subrutina en la forma antes descrita son:

1. JSR (salta a la rutina) o CALL (invocar), mediante la cual se habilita la invocación de una subrutina.
2. RTS (regresar de la subrutina) o RET (regresar), la cual se utiliza como la última instrucción de una subrutina y devuelve ésta al sitio correcto del programa de invocación.

Las subrutinas se pueden invocar desde diversas partes de un programa. Para ello es necesario guardar el contenido del contador del programa de la siguiente manera: lo último en entrar es lo primero en salir (LIFO por sus siglas en inglés). Este tipo de registro se conoce como *pila*. Es como si se tratara de una pila de platos: en la que el último plato siempre se coloca en la parte superior y el primer plato que se saca es siempre el que está en la parte superior por ser el último que se añadió a la pila. La pila puede ser un bloque de registros en un microprocesador o, más comúnmente, una sección de la memoria RAM. Hay un registro especial en el microprocesador que se conoce como el *registro del apuntador de pila*, mediante el cual se apunta la siguiente dirección libre en el área de la memoria RAM en la que se coloque la pila.

Además del empleo automático de la pila cuando se utilizan subrutinas, el programador puede diseñar un programa en el que la pila se utilice para guardar datos en forma temporal. En este caso, las dos instrucciones serán:

1. PUSH (cargar). Mediante esta instrucción, los datos de los registros especificados se guardan en la siguiente localidad de la pila que esté libre.
2. PULL (sacar) o POP (subir). Mediante esta instrucción se recogen los datos de la última ubicación de la pila que se haya utilizado y se transfieren a un determinado registro.



Por ejemplo, antes de proceder a la ejecución de una subrutina, quizás sea necesario guardar los datos de algunos registros; y después de la subrutina, restaurar dichos datos. Los elementos del programa serían, en el 6800 de Motorola:

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
SAVE	PSH A		Guardar acumulador A en pila
	PSH B		Guardar acumulador B en pila
	TPA		Transferir el registro de estado al acumulador A
	PSH A		Guardar el registro de estatus en pila
<i>Subrutina</i>			
RESTORE	PUL A		Restaurar el código de condición desde la pila al acumulador A
	TAP		Restaurar el código de condición desde A al registro de estado
	PUL B		Restaurar acumulador B desde la pila
	PUL A		Restaurar acumulador A desde la pila

#### 16.4.1 Subrutina de retardo

En general, cuando en el microprocesador hay una entrada de un dispositivo, como un convertidor analógico a digital, se requieren *ciclos de retardo*. Con frecuencia, lo que se necesita es enviar una señal al convertidor para que inicie la conversión y luego esperar determinado tiempo antes de leer los datos del convertidor. Esto se puede hacer incluyendo un ciclo mediante el cual el microprocesador realice diversas instrucciones antes de proceder con el resto del programa. Un programa de retardo sencillo sería el siguiente:

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
DELAY	LDA A	#05	Cargar 05 en el acumulador A
LOOP	DEC A		Disminuir en 1 el acumulador A
	BNE	LOOP	Bifurcar si el resultado no es igual a cero
	RTS		Regresar de la subrutina

Cada movimiento a través del ciclo implica la realización de varios ciclos de máquina. Si el ciclo se ha llevado a cabo durante cinco veces, para el correspondiente retardo del programa se necesita:

Instrucción	Ciclos	Ciclos en total
LDA A	2	2
DEC A	2	10
BNE	4	20
RTS	1	1

En total, el retraso es de 33 ciclos de máquina. Si cada uno de éstos tarda 1  $\mu$ s, entonces, el retraso total es de 33  $\mu$ s. Para un retraso mayor, desde el inicio se pone un número mayor en el acumulador A.

#### 16.4.2 Retardo para un motor paso a paso

En un motor paso a paso se deben utilizar retardos entre cada instrucción para avanzar un paso y permitir que haya tiempo para que ese paso ocurra antes de la siguiente instrucción del programa. El algoritmo de un programa para generar una secuencia continua de impulsos escalón sería el siguiente:

1. Inicio.
2. Definir la secuencia de las salidas necesarias para obtener la secuencia de pasos.
3. Definir la posición del paso inicial.
4. Avanzar un paso.
5. Saltar a la rutina de retraso para dar tiempo a que se complete el paso.
6. ¿Este es el último paso en la secuencia de pasos para una rotación completa? Si no es así, continúe con el paso siguiente; si así es, regrese al número 3.
7. Continúe así, hasta el infinito.

El siguiente es un posible programa para un motor paso a paso, en la configuración de paso completo, y controlado por el microcontrolador M68HC11, empleando las salidas de PB0, PB1, PB2 y PB3. Se utiliza una tabla para la 'consulta' de la secuencia del código de salida para que las salidas lleven el motor paso a paso a la siguiente secuencia de pasos. Las tablas de consulta son ejemplos de direccionamiento indexado, donde los datos se guardan en una tabla y los datos se leen conforme un apuntador avanza de una a otra posición de la tabla. La tabla es la siguiente:

Paso	Salidas requeridas desde el puerto B				Código
	PB0	PB1	PB2	PB3	
1	1	0	1	0	A
2	1	0	0	1	9
3	0	1	0	1	5
4	0	1	1	0	6
1	1	0	1	0	A

La secuencia de código que se necesita para operar el motor paso a paso con paso completo es A, 9, 5, 6, A; así, estos valores constituyen la secuencia que el apuntador debe consultar en la tabla. FCB es el código de operación para 'formar un byte constante' y se usa para inicializar los bytes de datos de la tabla.

El retardo aquí se obtiene mediante el bloque temporizador del microcontrolador (ver la sección 15.3.1). Se utiliza un retraso de 10 ms. En un sistema de microcontrolador con un temporizador de



2 MHz un retraso de 10 ms corresponde a 20 000 ciclos de reloj. Para obtener este retraso primero se obtiene el valor del registro del TCNT y a éste se añaden 20 000 ciclos; con este valor se carga el registro TOC2.

Etiqueta	Código de operación	Operando	Comentario
BASE	EQU	\$1000	
PORTB	EQU	\$4	Puerto de salida
TFLG1	EQU	\$23	Registro 1 del indicador de interrupción del temporizador
TCNT	EQU	\$0E	Registro del contador del temporizador
TOC2	EQU	\$18	Registro de comparación 2 de salida
TEN_MS	EQU	20000	10 ms en el reloj
STTBL	ORG	\$0000	Esta es la tabla de consulta
	FCB	\$A	
	FCB	\$9	
	FCB	\$5	
ENDTBL	FCB	\$6	Fin de la tabla de consulta
	FCB	\$A	
	ORG	\$C000	
	LDX	#BASE	
START	LDA A	#\$80	Borrar indicador
	STA A	TFLG1,X	
	LDY	#STTBL	
	BEG	LDA A	
BEG	LDA A	0,Y	Empezar por la primera posición de la tabla
	STA A	PORTB,X	
	JSR	DELAY	Saltar a demora
	INY		Incremento en la tabla
	CPY	#ENTBL	¿Es el fin de la tabla?
	BNE	BEG	Si no es así, bifurcar a BEG
	BRA	START	Si así es, ir de nuevo a inicio
DELAY	LDD	TCNT,X	Aumentar una demora de 10 ms
	ADD D	#TEN_MS	
	STD	TOC2,X	
HERE	BRCLR	TFLG1,X,	Esperar hasta que haya transcurrido la demora
		\$80,HERE	
	LDA A	#\$80	Borrar indicador
	STA A	TFLG1,X	
	RTS		

Observe que en la etiqueta TEN\_MS hay un espacio subrayado; para indicar que tanto TEN como MS son parte de la misma etiqueta.

## Problemas

1. Con base en el siguiente resumen del juego de instrucciones de un fabricante (6800), determine los códigos de máquina necesarios para la operación de adición con acarreo de los siguientes modos: a) de dirección inmediata; b) de dirección directa.

Operación	Mnemónico	Modos de direccionamiento					
		IMMED			DIRECT		
		OP	~	#	OP	~	#
Sumar con acarreo	ADCA	89	2	2	99	3	2

2. La operación de borrado del conjunto de instrucciones del procesador 6800 de Motorola sólo tiene una entrada en la columna de modo de direccionamiento implicado. ¿Cuáles son las consecuencias de lo anterior?
3. ¿Cuál es la mnemotecnia del 6800 de Motorola para: a) borrar un registro A; b) guardar el acumulador A; c) cargar el acumulador A; d) comparar los acumuladores; e) cargar el registro índice?
4. Escribir una línea de programa ensamblador para: a) cargar el acumulador con 20 (hex); b) disminuir el acumulador A; c) borrar la dirección \$0020; d) ADD (sumar) al contenido del acumulador A el número en la dirección \$0020.
5. Explique las operaciones especificadas en las siguientes instrucciones: a) STA B \$35; b) LDA A #\$F2; c) CLC; d) INC A; e) CMP A #\$C5; f) CLR \$2000; g) JMP 05,X.
6. Escriba los siguientes programas en lenguaje ensamblador:
  - a) Para restar el número hexadecimal que está en la dirección de memoria 0050 del número hexadecimal que está en la ubicación de memoria 0060 y guardar el resultado en la ubicación 0070.
  - b) Multiplicar dos números de 8 bits ubicados en las direcciones 0020 y 0021 y guardar el producto, un número de 8 bits, en la ubicación 0022.
  - c) Guardar los números hexadecimales del 0 al 10 en las ubicaciones de la memoria que empiezan en 0020.
  - d) Desplazar el bloque de 32 números a la dirección \$3000, empezando por la dirección \$2000.
7. Escribir en lenguaje ensamblador una subrutina que se pueda usar para producir un retardo cuyo valor sea cualquier cantidad.
8. Escribir en lenguaje ensamblador una rutina que se pueda usar para: si la entrada en la dirección 2000 producida por un sensor tiene un valor alto, el programa salta a una rutina que empieza en la dirección 3000; si es baja, el programa continúa.



# 17 Lenguaje C

## 17.1 ¿Por qué el lenguaje C?

C es un lenguaje de alto nivel que a menudo se utiliza en vez del lenguaje ensamblador (ver el capítulo 16) para programar microprocesadores. En comparación con el lenguaje ensamblador, el lenguaje C tiene la ventaja de ser más fácil de manejar y de que un mismo programa se puede usar con microprocesadores diferentes; para ello, basta usar el compilador apropiado para traducir el programa C al código de máquina del microprocesador involucrado. El lenguaje ensamblador varía, dependiendo del tipo de microprocesador; en cambio, C es un lenguaje normalizado por el Instituto Nacional Estadounidense de Normalización (ANSI por sus siglas en inglés).

Este capítulo es una introducción al lenguaje C, así como a la elaboración de programas. Para un estudio más detallado del tema, se sugieren obras tales como *Teach Yourself C Programming in 21 Days* de P. Aitken y B.L. Jones (Sams Publishing, 1995), o bien *C for Engineers and Scientists* de G. Bronson (West, 1993) y, en forma específica para microcontroladores, *Programming Microcontrollers in C* de T. Van Sickle (High Text, 1994).

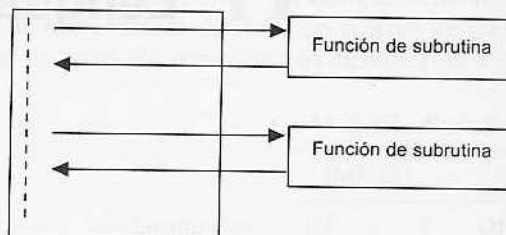
## 17.2 Estructura de un programa

La figura 17.1 muestra los principales elementos de un programa en C. Existe una directiva de preprocesado que invoca archivos estándar, seguidos de la función principal. Dentro de ésta hay otras funciones que se conocen como subrutinas. Cada función contiene cierta cantidad de instrucciones.

### 17.2.1 Principales características

Las siguientes son las principales características de los programas escritos en lenguaje C. Observe que en los programas en C el compilador ignora tanto los espacios como los cambios de línea y sólo se usan para comodidad del programador, ya que facilitan la lectura del programa.

Función principal del preprocesador



**Figura 17.1** Estructura de un programa de lenguaje C

### 1. Palabras clave

En el lenguaje C ciertas palabras se reservan como palabras clave (keywords) con significado específico. Por ejemplo, *int* se utiliza para indicar que se está trabajando con valores enteros; *if* se utiliza cuando un programa puede cambiar de dirección de ejecución, dependiendo de que se satisfaga o no una decisión. En C todas las palabras claves se escriben con minúsculas. Estas palabras sólo se pueden emplear para este propósito. Las siguientes son las palabras estándar (en ANSI) del lenguaje C:

auto	double	int	struct
break	else	long	switch
case	enum	register	typedef
char	extern	return	union
const	float	short	unsigned
continue	for	signed	void
default	goto	sizeof	volatile
do	if	static	while

### 2. Instrucciones

Las instrucciones son los elementos que componen un programa; cada instrucción se termina con un punto y coma. Las instrucciones pueden agruparse en bloques poniéndolas entre corchetes, es decir, {}. Por ejemplo, un grupo de dos instrucciones sería el siguiente:

```
{
    instrucción 1;
    instrucción 2;
}
```

### 3. Funciones

El término *función* se utiliza para designar un bloque autónomo de código de programa que se encarga de realizar un determinado conjunto de acciones; a la función se le da un nombre para referirse a ella (semejante a las subrutinas de los programas en lenguaje ensamblador). Para especificar una función se escribe un nombre seguido de paréntesis; por ejemplo: `name()`. Dentro de los paréntesis pueden existir argumentos; el argumento de una función es un valor que se transfiere a la función cuando ésta se



invoca. Para ejecutar una función, ésta se invoca por su nombre como una instrucción del programa. Por ejemplo, la instrucción:

```
printf("Mechatronics");
```

Esto significa que la palabra *Mechatronics* se transfiere a la función `printf()`, una función preescrita que se invoca por el comando del preprocesador; y como resultado, la palabra es visualizada en la pantalla. Para indicar qué caracteres forman una secuencia (por ejemplo, los que forman la palabra *Mechatronics*), éstos se ponen entre dobles comillas.

#### 4. *Retorno*

Una función puede regresar un valor a la rutina de invocación. Al frente del nombre de la función aparece el *tipo de regreso*, el cual especifica el tipo del valor que va a devolver la función invocada una vez concluida su ejecución. Por ejemplo, `int main()` se utiliza para indicar que un valor entero será devuelto por la función `main` cuando sea invocada. Algunas veces la función no devuelve ningún valor, en estos casos el retorno se especifica como `void` (vacío); por ejemplo, `void main(void)`. Con frecuencia, el archivo de encabezados contiene la información del retorno; cuando hay funciones definidas en el archivo de encabezados no hay necesidad de especificar dicha información.

Para regresar un valor desde una función hasta el punto donde se invocó, se utiliza la palabra clave *return*; por ejemplo, para regresar el contenido de `result`, se escribe:

```
return result;
```

En general la instrucción `return` finaliza una función.

#### 5. *Funciones de librerías estándar*

Los paquetes de lenguaje C cuentan con librerías con gran cantidad de funciones predefinidas en código C ya escritas y que, por lo tanto, permiten al usuario ahorrar una gran cantidad de trabajo. Estas funciones se pueden invocar por su nombre. Para utilizar el contenido de determinada librería, ésta se debe especificar en la cabecera del programa. Ejemplos de las librerías son:

```
math.h para funciones matemáticas
stdio.h para funciones de entrada y salida
time.h para funciones de tiempo y fecha
```

Por ejemplo, la función `printf()` es una función que puede invocarse de la librería `stdio.h`; con esta función se visualiza un dato en la pantalla del monitor. Otra función es `scanf()`, la cual se utiliza para leer datos del teclado.

## 6. Preprocesado

El *preprocesado* es un programa que se identifica por *directivas de preprocesado*, y que se ejecuta antes de la compilación. Estos comandos se distinguen por el signo # en el principio de la línea. Por ejemplo:

```
# include <>
```

para incluir el archivo que se especifica entre los paréntesis angulares. Cuando se llega a este comando, el archivo especificado se inserta en el programa. Es frecuente emplear este comando para agregar el contenido de los programas de encabezado preestablecidos, los cuales cuentan con diversas declaraciones y definiciones para permitir el empleo de las funciones de la librerías estándar. El siguiente es el ejemplo de una entrada:

```
# include <stdio.h>
```

Como ejemplo, considere este sencillo programa:

```
# include <stdio.h>

main( )
{
    printf("Mechatronics");
}
```

Antes de iniciar el programa principal se agrega el archivo *stdio.h*. Así, cuando el programa principal empieza ya es posible emplear la función *printf()*, lo que produce la visualización de la palabra *Mechatronics* en la pantalla.

Otro tipo de comando de preprocesado es:

```
# define pi 3.14
```

el cual define valores que se insertan siempre que en el programa esté presente determinado término. Por ejemplo, siempre que aparezca *pi*, se utilizará el valor 3.14.

```
# define square(x) (x)*(x)
```

reemplaza al término *square(x)* en el programa por *(x)\*(x)*.

## 7. Función *main* (principal)

Todo programa escrito en C tiene una función denominada *main()*. Ésta controla la ejecución del programa y es la primera función invocada. La ejecución empieza con su primera instrucción. Otras funciones pueden ser invocadas por medio de instrucciones, las cuales se ejecutan de una en una y el control regresa a la función principal.

La instrucción:



```
void main(void)
```

indica que ningún resultado regresará al programa principal y que no hay argumento. Por convención, se considera que `main()` devuelve un valor de 0 para indicar la terminación normal del programa; es decir:

```
return 0;
```

#### 8. Comentarios

Para incluir comentarios se usan `/*` y `*/`. Por ejemplo:

```
/* Sigue el programa principal */
```

El compilador ignora los comentarios y sólo se usan para facilitar al programador la comprensión de un programa. Los comentarios pueden ocupar más de una línea, por ejemplo:

```
/* Un ejemplo de un programa usado para  
ilustrar la programación */
```

#### 9. Variables

Una *variable* es una localidad de memoria a la cual se ha asignado un nombre, y en la cual se guardan diversos valores. Las variables en las que se guardan caracteres se especifican mediante la palabra clave *char*; dicha variable tiene una longitud de 8 bits y en general se usa para guardar un solo carácter. Los enteros con signo, es decir, números sin parte fraccionaria y con signo, positivo o negativo, se especifican con la palabra clave *int*. La palabra clave *float* se emplea para números de punto flotante, números con parte fraccionaria. La palabra clave *double* también se utiliza para números de punto flotante, pero proporciona el doble de dígitos significativos que *float*. Para declarar una variable, antes del nombre se inserta el tipo que le corresponde, por ejemplo:

```
int contador;
```

La expresión anterior declara que la variable "contador" es de tipo entero. Otro ejemplo sería:

```
float x, y;
```

Éste indica que las variables "x" y "y" son números de punto flotante.

#### 10. Asignaciones

Una instrucción de asignación es aquella donde la variable que aparece a la izquierda del signo `=` toma el valor de la expresión que aparece a la derecha de dicho signo. Por ejemplo, `a = 2` asigna el valor 2 a la variable `a`.

### 11. Operadores aritméticos

Los operadores aritméticos que se usan son: suma +, resta -, multiplicación \*, división /, módulo %, incremento ++ y decremento --. El operador de incremento aumenta el valor de una variable en 1; el operador de decremento lo disminuye en 1. La precedencia de las operaciones es la misma de las operaciones aritméticas. Por ejemplo,  $2*4 + 6/2$  es 11. El siguiente es un ejemplo de un programa que utiliza operadores aritméticos:

```
/* programa para calcular el área de un círculo */

#include <stdio.h> /*identifica la librería*/

int radio, area /*variables radio y area son enteros*/

int main(void) /*inicia programa main, int indica
que un valor entero regresa, void indica
que main( ) no tiene parámetros*/
{
    printf("Dar radio:"); /*"Dar radio" en la pantalla*/
    scanf("%d", &radio); /*Lee un entero del
teclado y lo asigna a la variable radio*/
    area = 3.14 * radius * radius; /*Calcula el área*/
    printf("\nArea = %d", area); /*En una nueva línea
imprime Area = y el valor numérico del área*/
    return 0; /*regresa al punto de llamado*/
}
```

### 12. Operadores de relación

Los operadores de relación se usan para comparar expresiones mediante preguntas como "¿Es x igual a y?" o "¿Es x mayor que 10?". Los operadores de relación son: es igual a ==, no es igual a !=, es menor que <, es menor o igual que <=, es mayor que >, es mayor o igual que >=. Observe que == se utiliza cuando se pregunta si dos variables son iguales, y = se usa para las asignaciones, es decir, cuando se afirma que ambas variables son la misma. Por ejemplo, la representación de la pregunta "¿Es a igual a 2?" sería (a == 2).

### 13. Operadores lógicos

Los operadores lógicos son:

Operador	Símbolo
AND	&&
OR	
NOT	!

Observe que en el lenguaje C el resultado es igual a 1 si es verdadero y 0 si es falso.



#### 14. Operadores sobre bits (bitwise)

Los operadores sobre bit manejan sus operandos como una serie de bits individuales, en vez de hacerlo por cada valor numérico; se comparan los bits de cada operando y sólo trabaja con variables enteras. Los operadores son:

Operación sobre bits	Símbolo
AND	&
OR	
EXCLUSIVE-OR	^
NOT	~
Corrimiento a la derecha	>>
Corrimiento a la izquierda	<<

La siguiente instrucción es un ejemplo:

```
portA = portA | 0x0c;
```

El prefijo 0x indica que el 0c es un valor hexadecimal, estando 0000 1100 en binario. El valor del puerto A al cual se aplica la operación OR es un número binario que fuerza los bits 2 y 3; todos los demás bits permanecen sin cambio.

```
portA = portA ^ 1;
```

La instrucción causa que todos los bits, excepto el bit 1 del puerto A, no sufran ninguna modificación. Si el bit 0 en el puerto A, es 1, XOR lo cambiará a 0, y si es 0 lo cambiará a 1.

#### 15. Secuencia

La serie de caracteres comprendida dentro de comillas, “ ”, se conoce como secuencia. Como su nombre lo indica, estos caracteres se manejan como una entidad vinculada. Por ejemplo:

```
printf("Sum = %d", x)
```

El argumento que está dentro de ( ) especifica qué se transfiere a la función printf. Hay dos argumentos, los cuales se separan con una coma. El primero es la secuencia entre las comillas y especifica cómo se debe presentar la salida, el %d especifica que la variable se visualizará como entero decimal. Otros especificadores de formato son:

%c	carácter
%d	entero decimal con signo
%e	notación científica
%f	número en punto flotante

%o	octal sin signo
%s	secuencia de caracteres
%u	entero decimal sin signo
%x	hexadecimal sin signo
%%	imprime el signo %

El argumento *x* especifica el valor que se visualizará.  
Como otro ejemplo, la instrucción:

```
scanf("%d", &x);
```

lee del teclado un número entero decimal y lo asigna a la variable entera *x*. El símbolo *&* que antecede a *x* es el operador 'dirección de'. Cuando se pone antes del nombre de una variable, ésta devuelve la dirección de dicha variable. El comando permite, por lo tanto, leer datos y guardarlos en base a la dirección dada.

#### 16. *Secuencias de escape*

Las secuencias de escape son caracteres que 'escapan' de la interpretación estándar de los caracteres y se usan para controlar la ubicación de la salida a visualizar mediante el movimiento del cursor de pantalla, o indicando un procedimiento especial. Por ejemplo:

```
printf("\nSum = %d", d)
```

el término *\n* indica que cada vez que aparezcan datos en la pantalla se debe usar una nueva línea. Las secuencias de escape utilizadas con más frecuencia son:

\a	emite una señal sonora (alarma)
\b	retroceso
\n	línea nueva
\t	tabulador horizontal
\\	diagonal invertida
\?	interrogación
\'	apóstrofo

#### 17.2.2 Ejemplo de un programa en C

Un ejemplo de un programa sencillo para mostrar el uso de algunos de los términos anteriores es:

```
/* Programa sencillo en C*/
```

```
# include <stdio.h>
```



```

void main(void)
{
    int a, b, c, d; /*a, b, c, y d son enteros*/
    a = 4; /*a a se le asigna el valor 4*/
    b = 3; /*a b se le asigna el valor 3*/
    c = 5; /*a c se le asigna el valor 5*/
    d = a * b * c; /*a d se le asigna el valor de a x b x c*/
    printf("a * b * c = %d\n", d);
}

```

La instrucción `int a, b, c, d;` declara las variables `a`, `b`, `c` y `d` como tipos enteros. Las instrucciones `a = 4`, `b = 3`, `c = 5` asignan valores iniciales a las variables; el signo `=` indica asignación. La instrucción `d = a * b * c` indica que se debe multiplicar `a` por `b`, esto por `c` y guardar el resultado en `d`. La parte `printf` en la instrucción `printf("a * b * c = %d\n", d)` es la función para visualizar en el monitor. El argumento contiene `%d`, lo cual indica que se debe convertir a un valor decimal para visualizarlo. Es decir, imprime `a * b * c = 60`. El caracter `\n` al final de la secuencia indica que en ese punto hay que insertar una nueva línea.

### 17.3 Control de flujo y ciclos

Las instrucciones que permiten el control de flujo y la realización de ciclos en los programas son *if* (si), *if/else* (si/entonces), *for* (para), *while* (en tanto) y *switch* (conmutar).

#### 1. *If*

La instrucción *if* produce una bifurcación (figura 17.2). Por ejemplo, si una expresión es verdadera, se ejecuta la instrucción; si no es verdadera, no se ejecuta y el programa continúa con la siguiente instrucción. Por ejemplo, la instrucción:

```

if(condition 1 == condition 2);
printf("\nCondition is OK.");

```

Un ejemplo de un programa en el que se utiliza la instrucción *if* es:

```

#include <stdio.h>

int x, y;
main()
{
    printf("\nDar el valor entero para x:");
    scanf("%d", &x);
    printf("\nDar el valor entero para y:");
    scanf("%d", &y);
    if(x == y)
        printf("x es igual a y");
    if(x > y)
        printf("x es mayor que y");
    if(x < y)
        printf("x es menor que y");
}

```

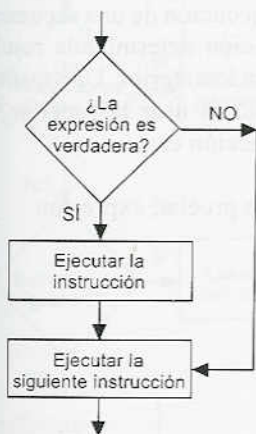


Figura 17.2 *If*

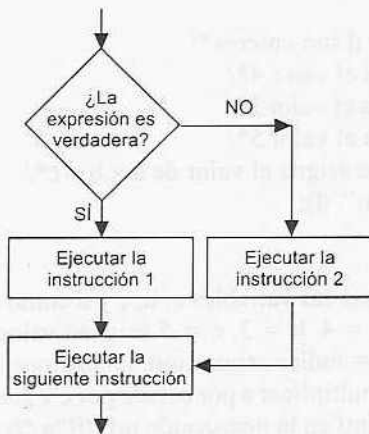


Figura 17.3 If/else

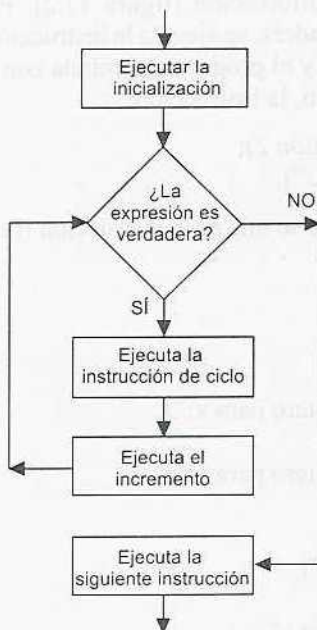


Figura 17.4 For

```
return 0;
```

```
}
```

En la pantalla aparece Dar el valor entero para x: y a continuación se introduce un valor mediante el teclado. La pantalla muestra Dar el valor entero para y: y a continuación se introduce un valor. La secuencia *if* determina si los valores introducidos son iguales, o cual es el mayor y visualiza el resultado en la pantalla.

## 2. If/else

La instrucción *if* se combina con la instrucción *else*. De esta manera, si el resultado es verdadero se ejecuta una instrucción; si no lo es, se ejecuta otra instrucción (figura 17.3). Por ejemplo:

```
#include<stdio.h>
```

```
main( )
```

```
{
```

```
int temp;
```

```
if(temp > 50)
```

```
printf("Warning");
```

```
else
```

```
printf("System OK");
```

```
}
```

## 3. For

El término *ciclo* (loop) se usa para la ejecución de una secuencia de instrucciones hasta que una condición determinada resulta verdadera o falsa. La figura 17.4 ilustra lo anterior. Una manera de escribir instrucciones para un ciclo es usar la función *for* (para). La forma general de esta instrucción es:

```
for(expresión inicial; expresión prueba; expresión
    incremento)
    instrucción de ciclo;
```

Un ejemplo de cómo se usa es:

```
#include<stdio.h>
```

```
int contador
```

```
main ( )
```

```
{
```

```
for(contador = 0; contador < 7; contador ++)
```

```
printf("\n%d", contador);
```

```
}
```

El valor inicial de contador es 0, se incrementa en 1, se hace un ciclo y se repite la instrucción *for* en tanto que contador sea me-





Figura 17.5 While

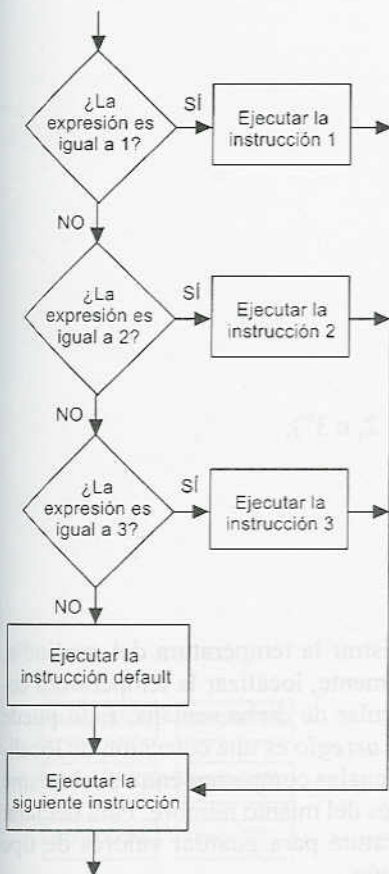


Figura 17.6 Switch

nor a 7. El resultado en pantalla muestra 0 1 2 3 4 5 6, donde cada número ocupa una línea.

#### 4. While

Con esta instrucción la repetición de un ciclo continúa hasta que la expresión sea verdadera (figura 17.5). Cuando la expresión resulta falsa, el programa continúa con la siguiente instrucción después del ciclo. Un ejemplo es el siguiente programa, donde la instrucción while se ejecuta mientras que el valor de contador sea menor a 7, visualizando los resultados.

```
#include <stdio.h>

int contador;
int main ( );
{
    contador = 1;
    while(contador < 7)
    {
        printf("\n%d", contador);
        contador++;
    }
    return 0;
}
```

En pantalla aparece 1 2 3 4 5 6 con cada número en una sola línea.

#### 5. Switch

Con esta instrucción se elige entre varias alternativas, la condición a probar aparece entre paréntesis. Las posibles opciones se identifican mediante etiquetas *case*, las cuales identifican los valores esperados de la condición de prueba. Por ejemplo, si ocurre el case 1 se ejecutaría la instrucción 1; si se produce el case 2, se ejecuta la instrucción 2, etc. Si la expresión no es igual a alguno de los case, entonces, se ejecuta la instrucción default. Después de una instrucción case casi siempre aparece una instrucción break para transferir la ejecución a la instrucción posterior del switch y detener la continuidad del switch siguiente de la lista de case. La secuencia es la siguiente (figura 17.6):

```
switch(expression)
{
    case 1;
        instrucción 1;
        break
    case 2;
        instrucción 2;
        break;
```

```

        case 3;
            instrucción 3;
            break;
        default;
            instrucción default;
    }
    next instrucción

```

El siguiente es un ejemplo de un programa que reconoce los números 1, 2 y 3 y permite visualizarlos una vez introducidos con el teclado.

```

#include<stdio.h>

int main ()
{
    int x;

    printf("Teclear un número 0, 1, 2 o 3: ");
    scanf("%d", &x);

    switch (x)
    {
        case 1:
            printf("Uno");
            break;
        case 2:
            printf("Dos");
            break;
        case 3:
            printf("Tres");
            break;
        default;
            printf("No fue 1, 2, o 3");
    }
    return 0;
}

```

## 17.4 Arreglos

Supongamos que deseamos registrar la temperatura del mediodía, durante una semana, y posteriormente, localizar la temperatura correspondiente a un día en particular de dicha semana. Esto puede realizarse usando un arreglo. Un *arreglo* es una colección de localidades para almacenar datos, los cuales comparten entre sí el mismo tipo de dato y se localizan a través del mismo nombre. Para declarar un arreglo con nombre Temperatura para guardar valores de tipo flotante se especifica la instrucción:

```
float Temperatura[7];
```



arreglo[0]	arreglo[1]	arreglo[2]	arreglo[3]
------------	------------	------------	------------

**Figura 17.7** Arreglo secuencial de cuatro elementos

El tamaño del arreglo se indica entre paréntesis cuadrados [ ], a continuación del nombre del arreglo. En este caso se han utilizado 7 para los datos de cada día de la semana. Para referirse a cada uno de los elementos de la configuración se utiliza un valor del índice. Al primer elemento corresponde el número 0, al segundo, el 1 y así en forma sucesiva, de manera que el último elemento de una secuencia de  $n$  elementos es el  $n - 1$ . La figura 17.7 muestra la forma de un arreglo secuencial. Para almacenar valores en el arreglo, se puede escribir:

```
temperatura[0] = 22.1;
temperatura[1] = 20.4;
etc.
```

Si se desea utilizar `scanf()` para introducir un valor en uno de los elementos del arreglo, ponga `&` delante del nombre del arreglo, por ejemplo:

```
scanf("%d", &temperatura [3]);
```

El siguiente es un ejemplo de un sencillo programa para guardar y visualizar el cuadrado de los números 0, 1, 2, 3, y 4:

```
#include<stdio.h>

int main(void)
{
    int sqrs[5];
    int x;

    for(x = 1; x<5; x++)
        sqrs[x - 1] = x * x;
    for(x = 0; x < 4; x++)
        printf("%d", sqrs[x]);

    return 0;
}
```

A los arreglos se les pueden asignar valores cuando se les declara por vez primera, por ejemplo:

```
int array[7] = {10, 12, 15, 11, 10, 14, 12};
```

Si se omite el tamaño del arreglo, el compilador creará un arreglo tan grande como para incluir los valores de la inicialización.

arreglo[0][0]	arreglo[0][1]
arreglo[1][0]	arreglo[1][1]
arreglo[2][0]	arreglo[2][1]

```
int array[ ] = {10, 12, 15, 11, 10, 14, 12};
```

Existe la posibilidad de emplear *arreglos multidimensionales*. Por ejemplo, una tabla de datos es un arreglo de dos dimensiones (figura 17.8), donde  $x$  representa la fila en tanto que  $y$  es la columna, y se escribe como:

```
array[x][y];
```

**Figura 17.8** Arreglo bidimensional

## 17.5 Apuntadores

La dirección de una localidad de memoria es única y es mediante ésta como se accesa a los datos guardados en determinada localidad. Un *apuntador* es una variable especial que puede guardar la dirección de otra variable. Si una variable denominada *p* contiene la dirección de otra variable denominada *x*, se dice que *p* *apunta* a *x*. Si *x* se encuentra en la dirección 100 de la memoria, *p* tendría el valor de 100. Como el apuntador es una variable, al igual que otras variables, ésta debe ser declarada, antes de utilizarse. El siguiente es un ejemplo de cómo se declara un apuntador:

```
type *nombre;
```

El *\** indica que nombre se refiere a un apuntador. Es frecuente que los nombres para designar apuntadores se escriban con el prefijo *p*, es decir, *pnombre*. Por ejemplo:

```
int *pnumero;
```

Para inicializar un apuntador y darle una dirección a la cual apuntar se utiliza *&*, que es el operador de dirección, utilizando una instrucción de la forma:

```
pointer = &variable;
```

El siguiente breve programa ilustra lo anterior:

```
#include<stdio.h>

int main(void)
{
    int *p, x;
    x = 12;
    p = &x; /*asigna a p la dirección de x*/
    printf("%d", *p); /*muestra el valor de x usando p*/

    return 0;
}
```

El programa visualiza el número 12 en la pantalla. El acceso al contenido de una variable usando un apuntador, como en el caso anterior, se conoce como *acceso indirecto*. Accesar los datos de una variable direccionada mediante un apuntador se conoce como *referenciación* del apuntador.

### 17.5.1 Aritmética de los apuntadores

A las variables de apuntador se les pueden aplicar los operadores aritméticos *+*, *-*, *++* y *--*. Como consecuencia de un incremento o decremento de un apuntador significa apuntar al elemento siguiente, o al elemento anterior, de una arreglo.



Por lo tanto, para incrementar un apuntador al valor del siguiente elemento de un arreglo se puede utilizar la siguiente instrucción:

```
pa++; /*usando el operador incrementa en 1*/
```

o bien:

```
pa = pa + 1; /*sumando 1*/
```

### 17.5.2 Apuntadores y arreglos

Mediante los apuntadores es posible acceder a elementos individuales en un arreglo. El siguiente programa muestra cómo hacerlo:

```
#include <stdio.h>

int main(void)
{
    int x[5] = (0, 2, 4, 6, 8);
    int *p;
    p = x; /*asigna a p la dirección de inicio de x*/
    printf("%d %d", x[0], x[2]);

    return 0;
}
```

Mediante la instrucción `printf ("%d %d", x[0], x[2]);` se apunta a la dirección dada por la `x`, por lo tanto, se muestran los valores de las dos direcciones `[0]` y `[2]`, es decir, 0 y 4, cada uno en una línea.

## 17.6 Diseño de programas

El diseño de un programa consta de los siguientes pasos:

### 1. Creación del código fuente

Consiste en escribir la secuencia de instrucciones en lenguaje C que constituirán el programa. Muchos compiladores contienen un editor para introducir el código fuente; de otra manera, se puede recurrir a Notepad de Microsoft Windows. El uso de un procesador de palabra puede presentar problemas, ya que la información adicional del formato podría impedir la compilación, a menos que se opte por guardar el archivo sin la información de formato. Por convención, `.c` se utiliza como extensión del archivo fuente de C.

### 2. Compilación del código fuente

La compilación del código fuente es su traducción a código de máquina. Antes de iniciar el proceso de compilación, se ejecutan las directivas del preprocesado. El compilador puede detectar diversas formas de error durante la traducción y generar mensajes que indiquen los errores. Algunas veces un solo error produ-

ce una secuencia de errores en cascada, todos provenientes del primer error. En general los errores obligan a regresar a la etapa de edición y reeditar el código fuente.

### 3. Vinculación (linking) para crear un archivo ejecutable

La vinculación es el proceso que consiste en reunir, en un solo archivo ejecutable, tanto el programa como las funciones de biblioteca que se requieran.

### 4. Ejecución del programa

El archivo ejecutable se caracteriza por su extensión .EXE.

## 17.7 Ejemplos de programas

Para evitar el tener que definir los registros en un microcontrolador cada vez que se escribe un programa, existen archivos de cabecera mediante los cuales se definen las direcciones de los arreglos de registro. Los archivos de cabecera para los microcontroladores MC68HC05, MC68HC11 y MC68HC16 de Motorola se encuentran en la obra *Programming Microcontrollers in C* de T. Van Sickle (High Text, 1994). El archivo de cabecera HC11E9 del MC68HC11 consta de cuatro partes; la primera define ocho entradas de un bit, cada una de las cuales corresponde a bits específicos de un registro; la segunda parte contiene las definiciones de todos los registros de entrada/salida; la tercera parte contiene las definiciones de los diversos nombres de bit utilizados en los registros; la cuarta parte contiene varios macros (directivas para el preprocesador que realizan sustituciones en las instrucciones de programa subsecuentes), que son útiles para manejar rutinas de interrupción. Los siguientes son ejemplos de programas escritos en C para sistemas con microcontroladores.

### 17.7.1 Encendido y apagado de un motor

Suponga que desea programar el microcontrolador M68HC11 para arrancar y detener un motor de cd. El puerto C se usa para las entradas y el B para la salida al motor, pasando por el respectivo driver (figura 17.9). El botón de arranque está conectado a PC0; al accionar éste, la entrada cambia de 1 a 0 cuando arranca el motor. El botón de paro está conectado a PC1 para cambiar la entrada de 1 a 0 cuando se detenga el motor. El registro de dirección de datos del puerto C, DDRC, se define como 0 y, de esta manera, el puerto C queda definido para recibir entradas. El programa correspondiente sería:

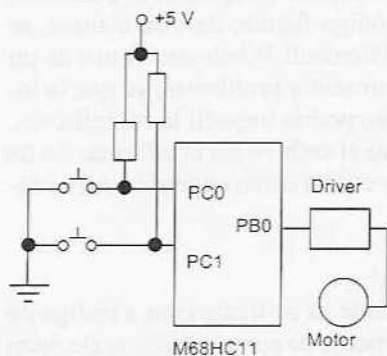


Figura 17.9 Control de un motor

```
#include<hc11e9.h> /*incluye el archivo de encabezado*/

void main(void)
{
    PORTB.PB0 &= 0; /*al principio el motor apagado*/
    DDRC = 0; /*prepara puerto C para entrada*/
    while (1) /*repite mientras se mantenga la condición*/
```



```

{
    if(PORTC.PC0 == 0) /*¿se oprimió el botón arranque?*/
        PORTB.PB0 |= 1; /*salida de arranque si se oprimió*/
    else if(PORTC.PC1 == 0) /*¿se oprimió el botón paro?*/
        PORTB.PB0 &= 0; /*salida de paro si se oprimió*/
}
}

```

Observe que `|` es el operador OR y ajusta como 0 un bit del resultado sólo si los bits respectivos de ambos operandos son 0; de no ser así, se define como 1. Se usa para activar o definir uno o varios bits iguales a un valor. Por ejemplo, en el Puerto B.PB0 `|= 1`, al 1 se aplica el operador OR tomando el valor que está en PB0 y así se enciende el motor. Ésta es una manera práctica de conmutar en forma simultánea varios bits de un puerto. El `&` de `PORTB.PB0 &= 0` se usa para aplicar el operador AND al bit PB0 con 0, y así, puesto que PB0 ya es 1, asigna a PORTB.PB0 el valor de 0.

### 17.7.2 Lectura de un canal del CAD

Suponga que desea programar un microcontrolador (M68HC11) de manera que sólo lea uno de los canales del CAD. El M68HC11 contiene un CAD de aproximaciones sucesivas, de 8 bits, y ocho canales, multiplexados a través del puerto E (figura 17.10). En el registro de control/estado del CAD, ADCTL, se encuentra el indicador de terminación de conversión, CCF, en el bit 7, así como otros bits que sirven para controlar al multiplexor y la exploración de canales. Si `CCF = 0`, la conversión no ha finalizado; cuando es 1, significa que ya finalizó. La conversión analógica a digital se inicia escribiendo un 1 en el bit DPU del registro OPTION. Sin embargo, es necesario que el CAD haya estado encendido por lo menos 100 µs antes de leer un valor.

Para convertir la entrada analógica a PE0, hay que definir igual a 0 los primeros cuatro bits del registro ADCTL, es decir, CA, CB, CC y CD. Si sólo se convierte un canal, el bit SCAN 5 se define como 0 y el bit MULT 4 igual a 0. Un programa para leer un determinado canal debe contener lo siguiente: después de encender el CAD, todos los bits del registro ADCTL se cambian a 0s, se pone el número del canal y se lee la entrada cuando CCF es 0. El programa sería el siguiente:

```

#include<hc11e9.h> /*archivo del encabezado*/

void main(void)
{
    unsigned int k; /*se da el número del canal*/

    OPTION=0; /*ésta línea y las siguientes encienden el CAD*/
    OPTION.ADPUL=1;

    ADCTL &=~0x7; /*borra los bits*/
    ADCTL |=k; /*da el número del canal a leer*/
}

```

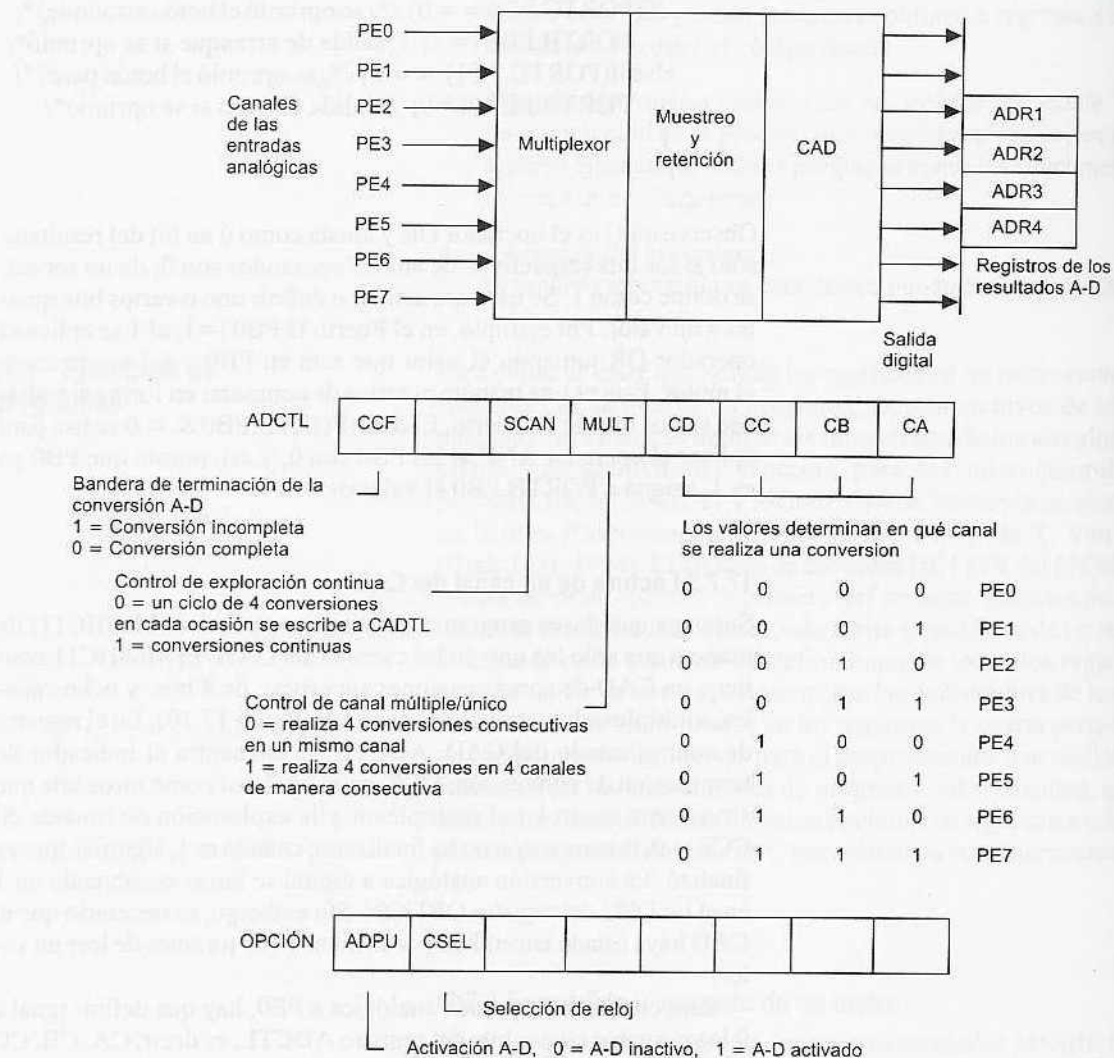


Figura 17.10 Convertidor CAD

```
while (ADCTL.CCF == 0);
return ADR1; /*regresa el valor convertido a la dirección 1*/
}
```

Observe que  $\sim$  es el operador complemento y su tarea es invertir los bits de su operando, es decir, todos los 0s cambian a 1 y viceversa. Se define el bit 7.  $|$  es el operador OR y en el resultado define un bit como 0 sólo si los bits correspondientes de ambos operandos son 0; de no ser así, define el resultado como 1. Se utiliza para activar o definir, uno o varios bits en un valor. En este caso, con  $k = 1$ , sólo se define CA igual a 1. Para asegurar que después del encendido el valor no se lea demasiado rápido, se añade una subrutina de retardo.



## Problemas

1. Las siguientes preguntas se refieren a diversos componentes de un programa.

a) Señale qué indica el término `int` en la siguiente instrucción:

```
int counter;
```

b) Señale qué indica la siguiente instrucción:

```
num = 10
```

c) Indique cuál sería el resultado de la siguiente instrucción:

```
printf("Name");
```

d) Indique cuál sería el resultado de la siguiente instrucción:

```
printf("Number %d", 12);
```

e) Indique cuál sería el resultado de lo siguiente:

```
#include <stdio.h>
```

2. Para el siguiente programa: ¿por qué se incluye la línea a) `#include <stdio.h>`; b) el `{` y el `}`; c) el `/d`; y d) ¿qué aparece en la pantalla cuando se ejecuta el programa?

```
#include <stdio.h>
```

```
main( )
```

```
{
```

```
    printf("/d"problema 3");
```

```
}
```

3. ¿Qué aparecerá en la pantalla al ejecutar el siguiente programa?

```
#include <stdio.h>
```

```
int main(void);
```

```
{
```

```
    int num;
```

```
    num = 20;
```

```
    printf("El número es %d", num);
```

```
    return 0;
```

```
}
```

4. Escriba un programa para calcular el área de un rectángulo; debe solicitarse el valor de la longitud y ancho del rectángulo. La respuesta debe aparecer precedida de las palabras 'El área es '.
5. Escriba un programa que visualice los números del 1 al 15, cada uno en una línea.
6. Explique las razones de las instrucciones del siguiente programa con el que se obtiene la división de dos números.

```
#include <stdio.h>
```

```
int main(void);
```

```
{
```

```
    int num1, num2;
```

```
    printf("Teclee el primer número:");
```

```
    scanf("%d", &num1);
```

```
    printf("Teclee el segundo número:");
```

```
    scanf("%d", &num2);
```

```
    if(num2 == 0)
```

```
        printf("No se puede dividir entre cero")
```

```
    else
```

```
        printf("El resultado es: %d", num1/num2);
```

```
    return 0;
```

```
}
```



# 18 Sistemas de entrada/salida

## 18.1 Interfaces

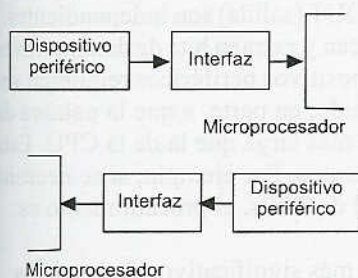


Figura 18.1 Interfaces

Cuando un microprocesador controla un sistema, debe recibir información de entrada, responder a ésta y producir señales de salida para realizar determinada acción de control. Por ejemplo, los sensores envían al microprocesador señales de entrada que contienen datos que se deben guardar; por otra parte, el microprocesador envía señales de salida a dispositivos externos tales como relevadores y motores. El término *dispositivo periférico*, o *periférico* designa un dispositivo, que puede ser un sensor, un teclado, un actuador, etcétera, el cual se conecta con un microprocesador. Por lo general, no es posible conectar en forma directa un dispositivo periférico a un microprocesador por la falta de compatibilidad en la forma y nivel de sus señales; para lograr la compatibilidad necesaria se recurre a un circuito, que se conoce como interfaz, que permite el acoplamiento entre los dispositivos periféricos y el microprocesador. La figura 18.1 ilustra esta configuración. La interfaz es la parte donde se elimina la incompatibilidad.

Este capítulo trata sobre los requisitos de las interfaces en general, y en particular del adaptador de interfaz para dispositivo periférico MC6820 de Motorola y del adaptador de interfaz para comunicaciones asíncronas MC6850 también de Motorola.

## 18.2 Puertos de entrada/salida

La manera más sencilla de conectar un dispositivo periférico a un microprocesador es considerando al dispositivo periférico como una ubicación de memoria del microprocesador. Lo anterior se conoce como sistema de *mapeado de memoria*, en el cual los puertos de entrada/salida funcionan como si fueran parte de la memoria, asignando a cada puerto una o varias direcciones; en los microprocesadores por lo general se utilizan los mismos buses, tanto para la memoria como para las transferencias de entrada/salida. En el MC6800 de Motorola, mediante la instrucción de lenguaje ensamblador STA más la dirección de un puerto de salida se envían datos al puerto de salida, la instrucción LDA más una dirección de entrada carga los datos de un puerto de entrada. Con el lenguaje C, bastará escribir instrucciones mediante las cuales se pone el valor en la dirección del puerto de salida, o elaborar instrucciones para leer la dirección del puerto de entrada, habiendo definido previamente la dirección de ese puerto. Por ejemplo, para definir la dirección del puerto se utilizaría el archivo de encabezados, de la siguiente manera:

```
#define PortB (*(char*) 0x1004)
```

Esto indica que la variable es tipo char y su dirección es 0x1004. La salida y la entrada serían:

```
PortB = 0x34h; /*escribe 34h al puerto B*/
```

```
x = PortB; /*lee el puerto B*/
```

Las alternativas para la correlación de la memoria son la *entrada/salida aislada*, en la que las direcciones de la memoria y las de la entrada/salida se decodifican por separado, y la *entrada/salida de conexión*, en la cual los puertos de entrada/salida se activan con instrucciones especiales. El sistema de mapeado de memoria es quizás el más común y se utiliza con cualquier microprocesador; en cambio, el método de entrada/salida aislada sólo se puede emplear con microprocesadores diseñados en forma específica para este método y sus instrucciones IN (entrada) y OUT (salida) son independientes.

Los microprocesadores introducen y extraen bits de datos a través de puertos paralelos. Diversos dispositivos periféricos requieren varios puertos de entrada/salida; debido, en parte, a que la palabra de datos del dispositivo periférico es más larga que la de la CPU. Ésta debe transferir los datos por segmentos. Por ejemplo, si se necesita una salida de 16 bits con una CPU de 8 bits, el procedimiento es:

1. La CPU prepara los ocho bits más significativos de los datos.
2. La CPU envía al primer puerto los ocho bits más significativos de los datos.
3. La CPU prepara los ocho bits menos significativos de los datos.
4. La CPU envía al segundo puerto los ocho bits menos significativos de los datos.
5. Así, después de cierto retraso, los 16 bits llegan al dispositivo periférico.

### 18.3 Requisitos de una interfaz

Las siguientes son algunas de las acciones que se requieren de un circuito de interfaz:

1. *Acoplamiento mediante buffer/aislamiento eléctricos*

Es necesario cuando un dispositivo periférico funciona con un voltaje o corriente distintos de los del sistema de bus del microprocesador, o cuando sus referencias de tierra son diferentes. El término *buffer* se refiere a un dispositivo que proporciona aislamiento, así como amplificación de corriente o voltaje. Por ejemplo, si la salida de un microprocesador se conecta a la base de un transistor, la corriente de base necesaria para conmutar al transistor es mayor que la que proporciona el microprocesador y, en este caso, se utiliza un buffer para amplificar la corriente. Asimismo, se requiere de un medio de aislamiento entre el microprocesador y el sistema de alimentación eléctrico.



## 2. Control de temporización

Este control es necesario cuando las velocidades de transferencia de los datos entre el dispositivo periférico y el microprocesador son distintas, por ejemplo, cuando un microprocesador se conecta a un dispositivo periférico más lento. Esto se puede realizar utilizando líneas especiales entre el microprocesador y el dispositivo periférico a fin de controlar la temporización de las transferencias de datos. Estas líneas se conocen como *líneas de reconocimiento*, y al proceso como *reconocimiento*. El dispositivo periférico envía la señal DATA READY (datos disponibles) a la sección de entrada/salida. La CPU determina si la señal DATA READY está activa; los datos en la sección de entrada/salida y envía la señal INPUT ACKNOWLEDGED (señal de reconocimiento de recepción de entrada) al dispositivo periférico. Esta señal indica que la transferencia se ha realizado y, por ello, el dispositivo periférico puede enviar más datos. Para una salida, el dispositivo periférico envía una señal OUTPUT REQUEST (petición de salida) o una PERIPHERAL READY (dispositivos periféricos listos) a la sección de entrada/salida. La CPU determina si la señal PERIPHERAL READY está activa y envía los datos al dispositivo periférico. La siguiente señal PERIPHERAL READY sirve para informar a la CPU que la transferencia se ha realizado.

## 3. Conversión de código

Esta conversión es necesaria cuando los códigos que usan los dispositivos periféricos son distintos de los que emplea el microprocesador. Por ejemplo, un LED requiere un decodificador para convertir la salida BCD del microprocesador al código necesario para operar los siete elementos del visualizador.

## 4. Modificación de la cantidad de líneas

La longitud de palabra en los microprocesadores es fija: 4, 8 o 16 bits. Esto determina la cantidad de líneas del bus de datos del microprocesador. La cantidad de líneas del equipo periférico puede ser diferente, y quizás requerir una palabra más larga que la del microprocesador.

## 5. Transferencia de datos en serie a paralelo y viceversa

En un microprocesador de 8 bits los datos se manejan en general de 8 bits a la vez. Para transferir de manera simultánea 8 bits a un dispositivo periférico se necesitan 8 rutas de datos. A esta forma de transferencia se le llama *transferencia de datos en paralelo*. Sin embargo, no siempre es posible transferir datos de esta forma. Por ejemplo, en la transferencia de datos de un sistema telefónico público puede haber sólo una ruta de datos, por lo que estos deben transferirse de manera secuencial, un bit a la vez. Este tipo de transferencia se denomina *transferencia de datos en serie* y es más lenta que la transferencia de datos en paralelo. Si se usa la transferencia de datos en serie, es necesario convertir los datos en serie que entran al microprocesador a datos en paralelo y viceversa, cuando salen de éste.

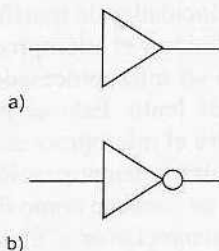


Figura 18.2 Buffers

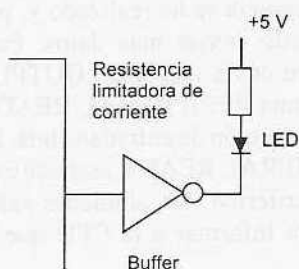


Figura 18.3 Cómo usar un buffer

#### 6. Conversión de señal analógica a señal digital y viceversa

Por lo general, la señal de salida de los sensores es analógica, y para que el microprocesador la pueda recibir es necesario convertirla a digital. La señal de salida de un microprocesador es digital, por lo que, cuando se desea operar un actuador es necesario convertir dicha señal en analógica.

#### 18.3.1 Buffers

La figura 18.2a muestra el símbolo de un buffer que no modifica la lógica de la entrada, sólo el nivel de la corriente o del voltaje. Es similar al símbolo de un amplificador, puesto que esa es la función del buffer. La figura 18.2b muestra el símbolo de un buffer que no sólo amplifica sino también invierte la salida.

Para ilustrar cómo se usa un buffer, considere una salida con la cual se activa un indicador de LED (figura 18.3). Cuando la salida del microprocesador es alta, el buffer produce una salida baja. El buffer ofrece a la corriente del LED una ruta hacia la tierra de baja resistencia, por lo que el LED se enciende. Cuando la salida del microprocesador es baja, el buffer produce una salida alta y la corriente del LED no tiene ruta hacia la tierra, por lo que éste se apaga.

Con frecuencia los dispositivos periféricos deben compartir las líneas de datos del microprocesador; es decir, deben conectarse al bus de datos y para ello es necesario que el microprocesador active sólo un dispositivo a la vez, y los demás permanezcan desactivados. Para ello se utilizan los *buffers de tres estados*. Este término se refiere a que la salida de éstos puede ser baja, alta o desconexión. El estado desconexión tiene una impedancia alta, por lo que la salida respecto a lo que se conecte a ella es como si fuera un circuito abierto. La figura 18.4 muestra cómo usar este tipo de buffers y la figura 18.5 sus símbolos respectivos. Estos buffers se pueden obtener como circuitos integrados, por ejemplo, el 74125 con cuatro buffers no inversores tipo activo por valor bajo y el 74126 con cuatro buffers no inversores tipo activo por valor alto.

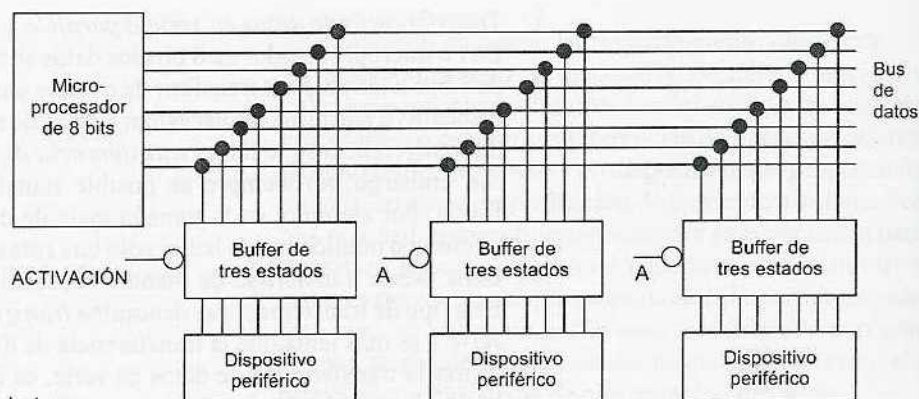


Figura 18.4 Buffer de tres estados



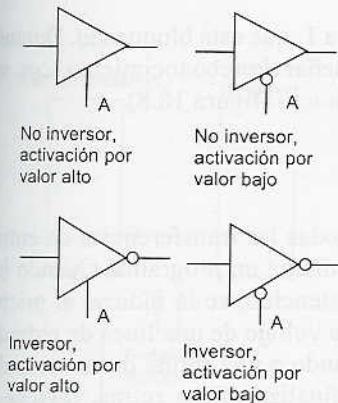


Figura 18.5 Buffers de tres estados

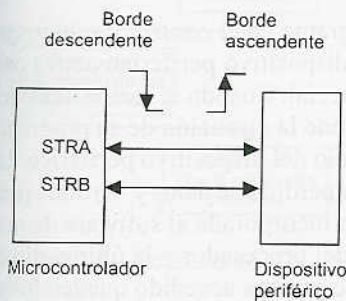


Figura 18.6 Control de reconocimiento

### 18.3.2 Reconocimiento

A menos que dos dispositivos puedan enviar y recibir datos a la misma velocidad, para intercambiar datos es necesario un reconocimiento (saludo o handshake). Con el reconocimiento, el dispositivo más lento controla la velocidad de transferencia de los datos. Para la transferencia de datos en paralelo, la forma de reconocimiento más común es la de *muestreo y reconocimiento*. Durante éste, se indica cuando se está listo para la recepción, se envían los datos y mientras éstos se reciben, el dispositivo receptor indica que no está listo para recibir otros datos; concluida la transferencia, este dispositivo indica que está listo otra vez para recibir.

Con el microcontrolador MC68HC11, la operación de entrada/salida muestreada consiste en lo siguiente. Para las señales de control de reconocimiento se usan las terminales STRA y STRB (figura 18.6, ver también la figura 15.9 para el modelo de bloques completo); el puerto C se emplea en la entrada muestreada y el puerto B corresponde a la salida muestreada. Cuando los datos están listos para que los envíe el microcontrolador, STRA produce un pulso y se envía al dispositivo periférico. Cuando el microcontrolador recibe el borde ascendente o el borde descendente de una señal en STRB, el puerto de salida correspondiente del microcontrolador envía los datos al dispositivo periférico. Una vez que los datos están listos para enviarlos al microcontrolador, el dispositivo periférico envía una señal a STRA indicando que ya está listo, y a continuación un borde ascendente o descendente de una señal en STRB para indicar que está listo para recibir. Antes de que se produzca el reconocimiento, el registro de entrada/salida PIOC en la dirección \$1002 es el primero que se configura. La figura 18.7 ilustra los estados necesarios para los bits que están en ese registro.

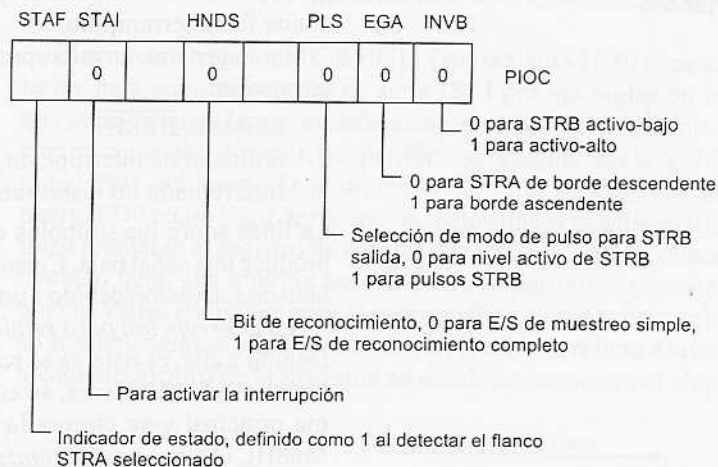
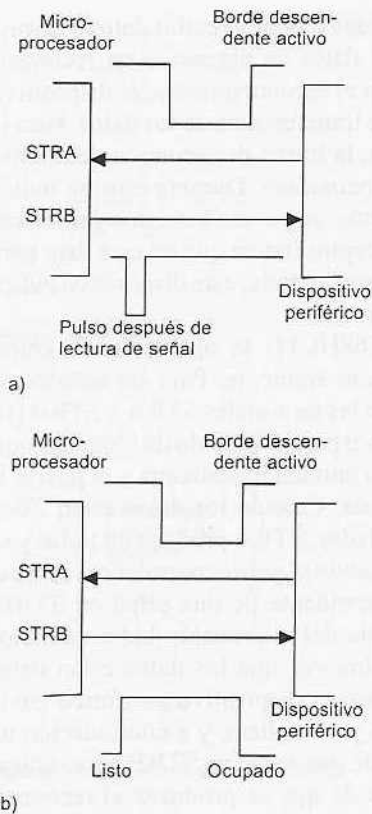


Figura 18.7 PIOC

La *Entrada/salida con reconocimiento completo*, consiste en el envío de dos señales a través de STRB; la primera indica la disposición para recibir datos y la otra que los datos han sido leídos. Esta forma de operación requiere que en el PIOC el bit HNDS se defina como 1; si PLS se define como 0, se dice que el reconocimiento





**Figura 18.8** Reconocimiento completo: a) de pulso, b) bloqueado

completo es tipo pulso y si es igual a 1, que está bloqueado. Durante la operación mediante pulsos, en señal de reconocimiento; con un STRB bloqueado se produce un reinicio (figura 18.8).

### 18.3.3 Muestreo e interrupciones

Suponga una situación en la que todas las transferencias de entrada/salida de datos se controlan mediante un programa. Cuando los dispositivos periféricos necesitan atención, se lo indican al microprocesador modificando el nivel de voltaje de una línea de entrada. El microprocesador responde saltando a una rutina de servicio del programa para el dispositivo. Al finalizar dicha rutina, regresa al programa principal. El control del programa de las entradas/salidas es un ciclo para leer entradas y actualizar salidas, con saltos a rutinas de servicio cuando se requieren. Este proceso, que consiste en repetir la verificación de cada dispositivo periférico para determinar si están listos para enviar o para aceptar un nuevo byte de datos, se conoce como *muestreo*.

Una opción del control por programa es el *control de interrupción*. Durante una interrupción un dispositivo periférico activa una línea de petición de interrupción especial. Cuando se recibe una interrupción, el microprocesador suspende la ejecución de su programa principal y salta a la rutina de servicio del dispositivo periférico. La interrupción no deberá producir una pérdida de datos y la rutina para manejar una interrupción debe estar incorporada al software de manera que el estado de los registros del procesador y la última dirección del programa principal a la que se haya accedido queden guardadas en sitios de la memoria específicos. Al concluir la rutina de servicio de interrupción, se restaura el contenido de la memoria y el microprocesador reanuda la ejecución del programa principal, desde donde fue interrumpido.

Por lo general, un microprocesador tiene tres tipos de líneas de interrupción:

1. Reinicio,  $\overline{\text{RESET}}$
2. Solicitud de interrupción,  $\overline{\text{IRQ}}$
3. Interrupción no mascarable,  $\overline{\text{XIRQ}}$

La línea sobre los símbolos de las terminales indica que la acción produce una señal baja. Cuando una de estas terminales pasa a un estado de activación debido a un valor bajo, se solicita la interrupción.

La *interrupción para reinicio* es un tipo especial de interrupción. Debido a ella, el sistema se reinicia, por lo que cuando está activa se detiene todo el sistema, se carga la dirección de inicio del programa principal y se ejecuta la rutina de inicio. El microcontrolador M68HC11 tiene un *sincronizador de controlador de secuencia para el adecuado funcionamiento de la computadora* (COP por sus siglas en inglés). Su propósito es detectar errores en el procesamiento del software cuando la CPU no ejecuta ciertas secciones de código dentro del lapso asignado. Cuando esto ocurre, el sincronizador del COP rebasa su tiempo y se procede al reinicio del sistema.



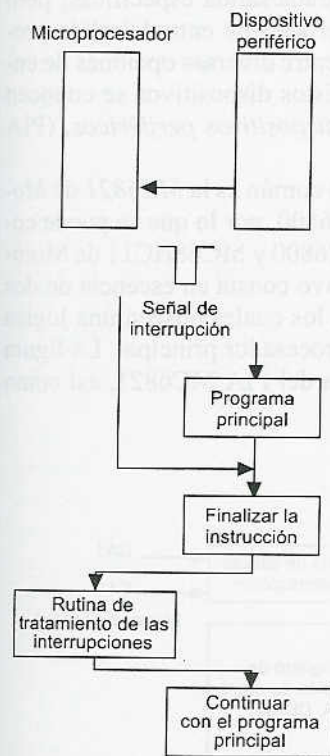


Figura 18.9 Solicitud de interrupción

La *solicitud de interrupción* es la línea que más utilizan los dispositivos periféricos para interrumpir el programa principal del microprocesador. Una señal baja en esta línea iniciará la interrupción (figura 18.9). Sin embargo el microprocesador se puede programar para que ignore la interrupción al definir un bit de activación como 1; en este caso se dice que la interrupción está enmascarada.

La *interrupción no mascarable* no se puede enmascarar, lo cual significa que no hay forma de impedir la ejecución de la rutina de la interrupción cuando ésta se conecta en esta línea. Una interrupción de este tipo se reserva para casos de rutinas de emergencia, por ejemplo, cuando se interrumpe el suministro de energía eléctrica y, por lo tanto, se recurre a la alimentación de una fuente de respaldo.

#### 18.3.4 Acoplamiento mediante interfaz en serie

En la transmisión de datos en paralelo, por cada bit se utiliza una línea; por otra parte, en los sistemas en serie los datos se transmiten a través de una sola línea, en bits que se envían en forma de secuencia. Existen dos tipos básicos de transferencia de datos: asíncrona y síncrona.

En la *transmisión asíncrona*, tanto el receptor como el transmisor usan su propia señal de sincronización, por lo que el receptor no conoce cuándo inicia o termina una palabra. Por ello es necesario que cada palabra de datos transmitida lleve sus propios bits de inicio y terminación a fin de que el receptor pueda saber dónde inicia y dónde termina una palabra (figura 18.10). En este modo de transmisión, en general el transmisor y el receptor son remotos (en el capítulo 20 se comentan detalles sobre interfaces estándar). En una *transmisión síncrona*, transmisor y receptor tienen una misma señal de sincronización, lo que permite la sincronización de la transmisión y la recepción.

El microcontrolador MC68HC11 (ver la figura 15.9) tiene una interfaz para comunicaciones en serie (SCI por sus siglas en inglés) que se utiliza para la transmisión asíncrona; por ello, se emplea para comunicarse con dispositivos periféricos remotos. En la SCI la terminal PD1 del puerto D se utiliza como línea de transmisión y el puerto PD0 como línea de recepción. Estas líneas se activan o desactivan mediante el registro de control de la SCI. El microcontrolador también tiene una interfaz para dispositivo periférico en serie (SPI por sus siglas en inglés) para la transmisión síncrona. Ésta se utiliza en comunicaciones en serie locales; por locales se refiere a las comunicaciones dentro de la máquina en donde se encuentra el chip.

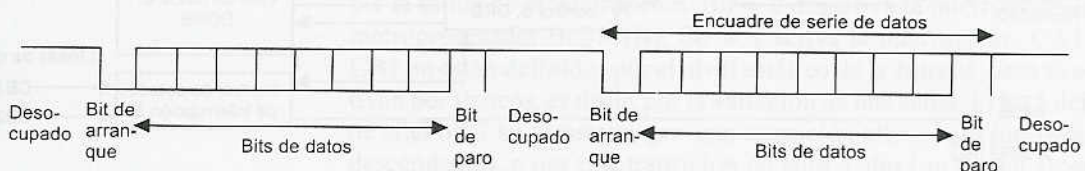


Figura 18.10 Transmisión asíncrona

### 18.4 Adaptador de interfaz para dispositivos periféricos

Es posible diseñar interfaces para entrada/salida específicas; pero también existen dispositivos para interfaces de entrada/salida programables; los cuales permiten elegir entre diversas opciones de entrada y salida a través del software. Estos dispositivos se conocen como *adaptadores de interfaz para dispositivos periféricos*, (PIA por sus siglas en inglés).

Una interfaz en paralelo PIA de uso común es la *MC6821* de *Motorola*. Ésta es parte de la familia MC6800, por lo que se puede conectar en forma directa a los buses MC6800 y MC68HC11 de Motorola. Se podría decir que este dispositivo consta en esencia de dos puertos de entrada/salida en paralelo, los cuales poseen una lógica con la cual se conectan con el microprocesador principal. La figura 18.11 muestra la configuración básica del PIA MC6821, así como sus respectivas conexiones.

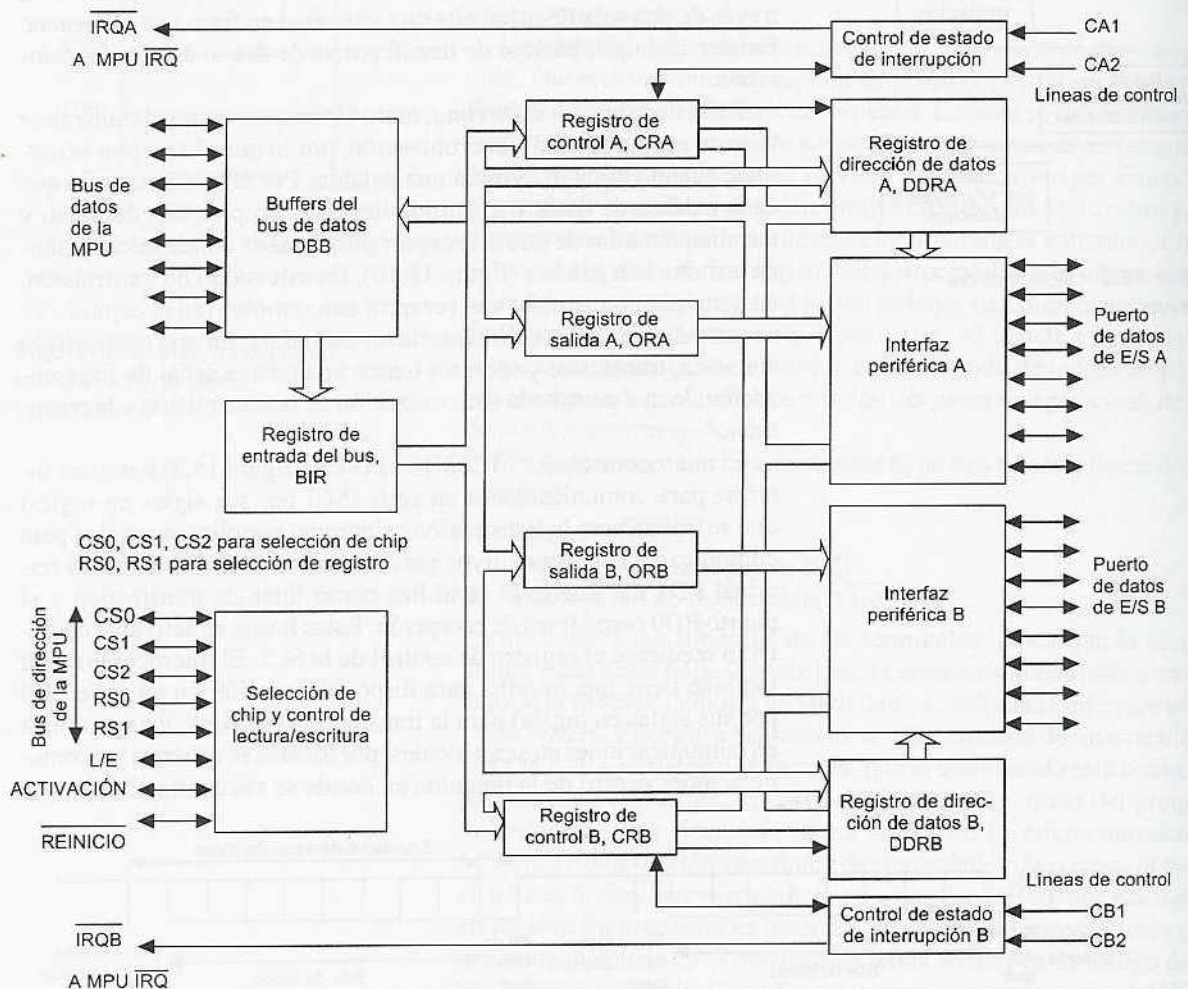


Figura 18.11 PIA MC6821



El PIA contiene dos puertos de datos paralelos de 8 bits, denominados A y B. Cada puerto tiene:

1. Un *registro de interfaz para dispositivo periférico*. El funcionamiento de un puerto de salida difiere del de entrada debido a que debe guardar los datos en el dispositivo periférico. Así, para la salida se usa un registro que en forma temporal guarda los datos. Se dice que el registro está *cerrado*, es decir, conectado, cuando un puerto se usa como salida, y *abierto*, si se usa como entrada.
2. Un *registro de la dirección o sentido de los datos* que determina si las líneas de entrada/salida son entradas o salidas.
3. Un *registro de control* para determinar las conexiones lógicas activas en el dispositivo periférico.
4. Dos *líneas de control*, CA1 y CA2, o CB1 y CB2.

Mediante dos líneas de dirección del microprocesador el PIA se conecta de manera directa con dos líneas de selección de registro, RS0 y RS1. De esta manera, el PIA cuenta con cuatro direcciones para los seis registros. Si RS1 es bajo, se direcciona el lado A, y cuando es alto, el lado B. RS0 direcciona los registros a un lado en particular, es decir, A o B. Cuando RS0 es alto, se direcciona el registro de control, y cuando es bajo, el registro de datos o el registro de dirección de datos. Para un lado en particular, el registro de datos y el registro de dirección de datos tienen la misma dirección. Cuál de ellos se direcciona dependerá del bit 2 del registro de control (ver más adelante).

Los bits de los registros de control A y B están relacionados con las funciones que se realizan en los puertos. De esta manera, en el registro de control A están los bits que muestra la figura 18.12. En el registro de control B se utiliza una configuración similar.

B7	B6	B5	B4	B3	B2	B1	B0
IRQA1	IRQA2	Control CA2		DDRA		Control CA1	
Acceso							

Figura 18.12 Registro de control

#### Bits 0 y 1

Los primeros dos dígitos controlan la forma en que funcionan las líneas de control de entrada CA1 o CB1. El bit 0 determina si es posible la salida de la interrupción. B0 = 0 desactiva la interrupción del microprocesador IRQA (B), B0 = 1 activa la interrupción. CA1 y CB1 no están definidos por el nivel estático de la entrada, pero se activan por flancos, es decir, por la variación de una señal. El bit 1 define si el bit 7 se determina por una transición alto a bajo (un flanco descendente), o por una transición de bajo a alto (un flanco ascendente). B1 = 0 define una transición de alto a bajo, B1 = 1 define una transición de bajo a alto.

*Bit 2*

El bit 2 determina si se direccionan los registros de dirección de datos o los registros de datos del dispositivo periférico. Si B2 se define como 0, se direccionan los registros de dirección de datos, y si B2 se define como 1, se eligen los registros de datos de los dispositivos periféricos.

*Bits 3, 4 y 5*

Estos bits permiten que el PIA realice diversas funciones. El bit 5 determina si la línea de control 2 es una entrada o una salida. Si el bit 5 se define como 0, la línea de control 2 será una entrada; si se define como 1, es una salida. En el modo de entrada, CA2 y CB2 funcionan de la misma manera. Los bits 3 y 4 determinan si la salida de la interrupción está activa y qué tipo de transiciones definen al bit 6.

Cuando B5 = 0, es decir, CA2(CB2) se define como entrada: B3 = 0 desactiva la interrupción del microprocesador IRQA(B) debido a CA2(CB2), B3 = 1 activa la interrupción del microprocesador IRQA(B) debido a CA2(CB2); B4 = 0 determina el que el indicador de interrupción IRQA(B), bit B6, se define por una transición de alto a bajo en CA2(CB2), B4 = 1 determina que se define por una transición de bajo a alto.

B5 = 1 define CA2(CB2) como salida. En el modo de salida CA2 y CB2 se comportan de diferente manera. En CA2: si B4 = 0 y B3 = 0, CA2 disminuye durante la primera transición ENABLE (E) de alto a bajo y a continuación el microprocesador lee el registro A de datos del dispositivo periférico, regresando a alto en la siguiente transición CA1; B4 = 0 y B3 = 1, CA2 disminuye durante la primera transición ENABLE, de alto a bajo y a continuación el microprocesador lee el registro A de datos del dispositivo periférico, regresando a alto durante la siguiente transición ENABLE de alto a bajo. Para CB2: si B4 = 0 y B3 = 0, CB2 disminuye en la primera transición ENABLE bajo a alto, y a continuación el microprocesador escribe en el registro de datos de dispositivos periféricos B, regresando a alto durante la siguiente transición CB1; B4 = 0 y B3 = 1, CB2 disminuye en la primera transición ENABLE de bajo a alto, y a continuación el microprocesador escribe en el registro de datos de dispositivos periféricos B, volviendo a alto durante la siguiente transición ENABLE de bajo a alto. En B4 = 1 y B3 = 0, CA2(CB2) disminuye cuando el microprocesador escribe B3 = 0 en el registro de control. En B4 = 0 y B3 = 1, CA2 (CB2) aumenta cuando el microprocesador escribe B3 = 1 en el registro de control.

*Bit 6*

Éste es el indicador de interrupción CA2(CB2), y lo definen las transiciones en CA2(CB2). Si CA2(CB2) es una entrada (B5 = 0), se borra cuando el microprocesador lee el registro de datos A(B). Si CA2(CB2) es la salida (B5 = 1), el indicador es 0 y no lo afectan las transiciones CA2(CB2).

*Bit 7*

Es el indicador de interrupción CA1(CB1) y se borra si el microprocesador lee el registro de datos A(B).



El procedimiento de elección de las opciones empleadas se denomina *configuración* o *inicialización* del PIA. La conexión RESET se usa para borrar todos los registros del PIA, en cual se debe inicializar.

#### 18.4.1 Inicialización del PIA

Antes de utilizar el PIA se debe elaborar y utilizar un programa que defina las condiciones del flujo de datos periféricos deseadas. El programa del PIA se coloca al inicio del programa principal para que desde el inicio el microprocesador lea los datos de los dispositivos periféricos. El programa de inicialización sólo se ejecuta una vez.

El programa de inicialización que define cuál puerto es el de entrada y cuál el de salida es como el siguiente:

1. Borre el bit 2 de los registros de control mediante un reinicio, de manera que se direccionen los registros de dirección de datos. El registro de dirección de datos A se direcciona como XXX0 y el registro de dirección de datos B como XXX2.
2. Para que A sea un puerto de entrada, cargue todos los 0s en el registro de dirección A.
3. Para que B sea un puerto de salida, cargue todos los 1s en el registro de dirección B.
4. Cargue 1 en el bit 2 de los dos registros de control. El registro de datos A ahora se direcciona como XXX0 y el registro de datos B como XXX2.

De esta manera, el programa de inicialización en lenguaje ensamblador para definir el lado A como la entrada y el lado B como la salida, después de un reinicio, es:

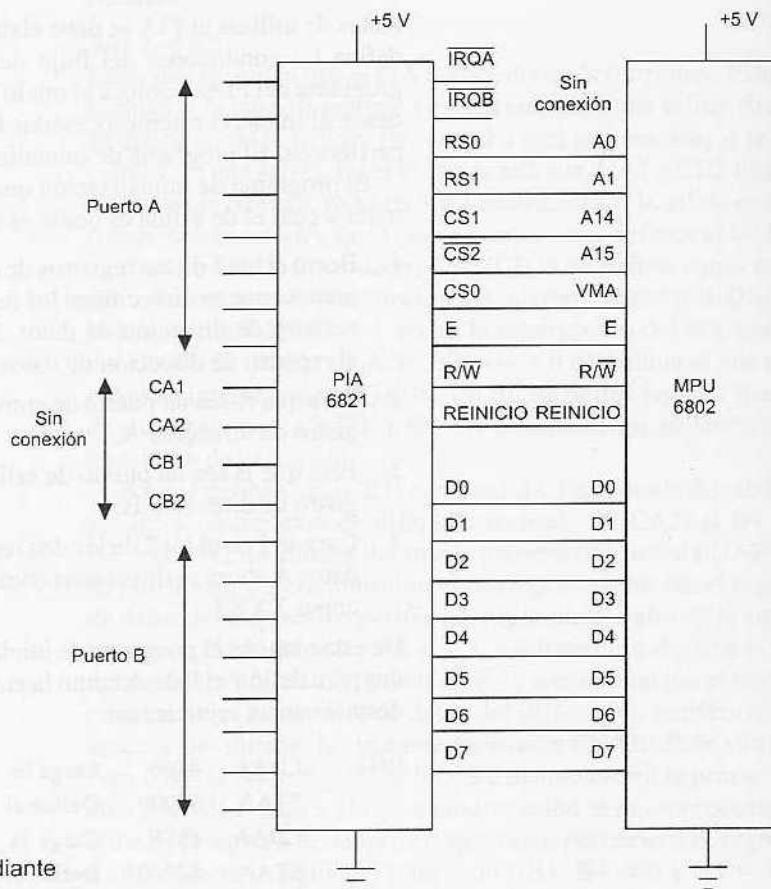
INIT	LDAA	#\$00	Carga 0s
	STAA	\$2000	Define al lado A como puerto de entrada
	LDAA	#\$FF	Carga 1s
	STAA	\$2000	Define al lado B como puerto de salida
	LDAA	#\$04	Carga 1 en el bit 2, y en los demás bits, 0
	STAA	\$2000	Selección del registro de datos del puerto A
	STAA	\$2002	Selección del registro de datos del puerto B

Con la instrucción LDAA 2000, los datos se leen en el puerto de entrada A y con la instrucción STAA 2002 el microprocesador escribe datos de dispositivo periférico en el puerto de salida.

#### 18.4.2 Conexión de señales de interrupción a través del PIA

El PIA MC6821 de Motorola (figura 18.13) tiene dos conexiones, IRQA e IRQB, a través de las cuales se envían señales de interrupción al microprocesador; cuando CA1, CA2 o CB1, CB2 envían una solicitud de interrupción, impulsan la terminal IRQ del microprocesador al estado activo con valor bajo. Cuando en la sección anterior, se consideró el programa de inicialización de un PIA, sólo el bit 2 del

registro de control se definió como 1; los otros se definieron como 0. Éstos desactivaron las entradas de las interrupciones. Para utilizar las interrupciones, se debe modificar el paso de la inicialización mediante el cual se guarda \$04 en el registro de control. La forma de modificación dependerá del tipo de cambio de la entrada requerida para iniciar la interrupción.



**Figura 18.13** Acoplamiento mediante interfaz con un PIA

Suponga, por ejemplo, que se requiere que CA1 active una interrupción cuando se presenta una transición de alto a bajo; CA2 y CB1 no se utilizan, en tanto que activa CB2, utilizándolo para la salida de definición/reinicio. El formato de registro de control para satisfacer estas especificaciones para CA es:

B0 es 1 para activar la interrupción en CA1.

B1 es 0 para que el indicador de interrupción IRQA1 se defina por una transición de alto a bajo en CA1.

B2 es 1 para dar acceso al registro de datos.

B3, B4 y B5 son 0 porque CA2 está desactivado.

B6 y B7 son indicadores sólo de lectura, por lo que es posible utilizar un 0 o un 1.

Por lo tanto el formato de CA1 podría ser 00000101, es decir, 05 en notación hexadecimal. El formato del registro de control de CB2 es:



B0 es 0 para desactivar CB1.

B1 puede ser 0 o 1 dado que CB1 está desactivado.

B2 es 1 para permitir el acceso al registro de datos.

B3 es 0, B4 es 1 y B5 es 1, para elegir definir/reinicio.

B6 y B7 son indicadores sólo de lectura, por lo que se usan 0 o 1.

Por lo tanto, el formato para CA1 sería 00110100, es decir, 34 en notación hexadecimal. El programa de inicialización sería:

INIT	LDAA	#\$00	Carga 0s
	STAA	\$2000	Define al lado A como puerto de entrada
	LDAA	#\$FF	Carga 1s
	STAA	\$2000	Define al lado B como puerto de salida
	LDAA	#\$05	Carga el formato del registro de control requerido
	STAA	\$2000	Selección del registro de datos del puerto A
	LDAA	#\$34	Carga el formato del registro de control requerido
	STAA	\$2002	Selección del registro de datos del puerto B

### 18.4.3 Ejemplo de conexión de una interfaz con un PIA

La figura 18.14 es un ejemplo de conexión de una interfaz con un PIA: en ella se muestra un circuito que se usa para un motor paso a paso unipolar (ver la sección 7.7.2). Al conectar los devanados inductivos se puede generar una f.e.m. de regreso de magnitud considerable, por lo que es necesario disponer de algún medio para aislar los devanados del PIA. Para ello se pueden usar optoaisladores, diodos o resistencias. Con los diodos se obtiene una interfaz sencilla y barata; en cambio, las resistencias no aíslan por completo el PIA.

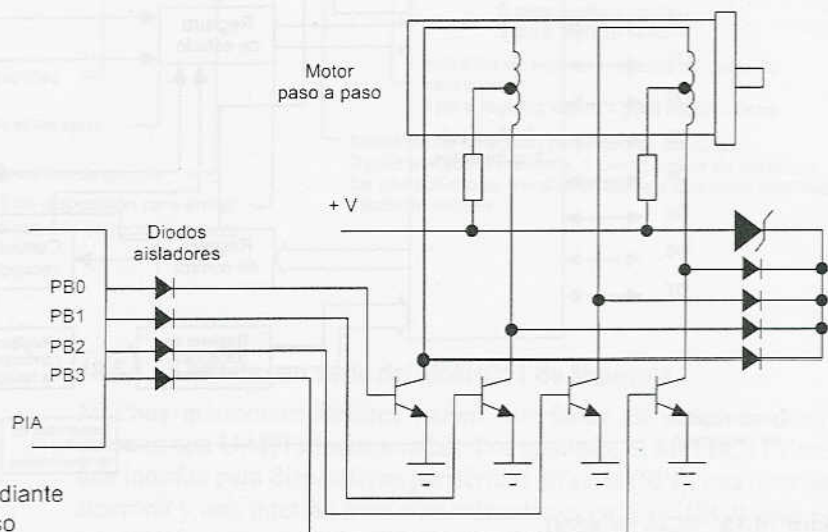


Figura 18.14 Acoplamiento mediante interfaz con un motor paso a paso

## 18.5 Interfaz para comunicaciones en serie

El *receptor/transmisor asíncrono universal* (UART por sus siglas en inglés) es el elemento esencial de un sistema de comunicaciones en serie; su función es cambiar los datos en serie a datos en paralelo en la entrada y datos en paralelo a datos en serie en la salida. Una forma programable de UART que es muy común es el *adaptador de interfaz para comunicaciones asíncronas* (ACIA por sus siglas en inglés) MC6850 de Motorola. La figura 18.15 ilustra un diagrama de bloques de los elementos que lo componen.

El flujo de datos entre el microprocesador y el ACIA se da a través de ocho líneas bidireccionales, D0 a D7. El microprocesador controla la dirección del flujo de datos mediante la entrada de lectura/escritura que se dirige al ACIA. Las tres líneas de selección de chip sirven para seleccionar determinados registros del ACIA. Si la línea de selección de registro tiene valor alto, se eligen los registros de transmisión de datos y de recepción de datos; si el valor es bajo, se eligen los registros de control y de estado. El registro de estado contiene información del estado de las transferencias de datos durante la realización de éstas, información que se utiliza para leer las líneas de detección de portadora de datos y de listo para enviar. El registro de control al principio se utiliza para reiniciar el ACIA y después, para definir la velocidad de transferencia de datos en serie y el formato de los datos.

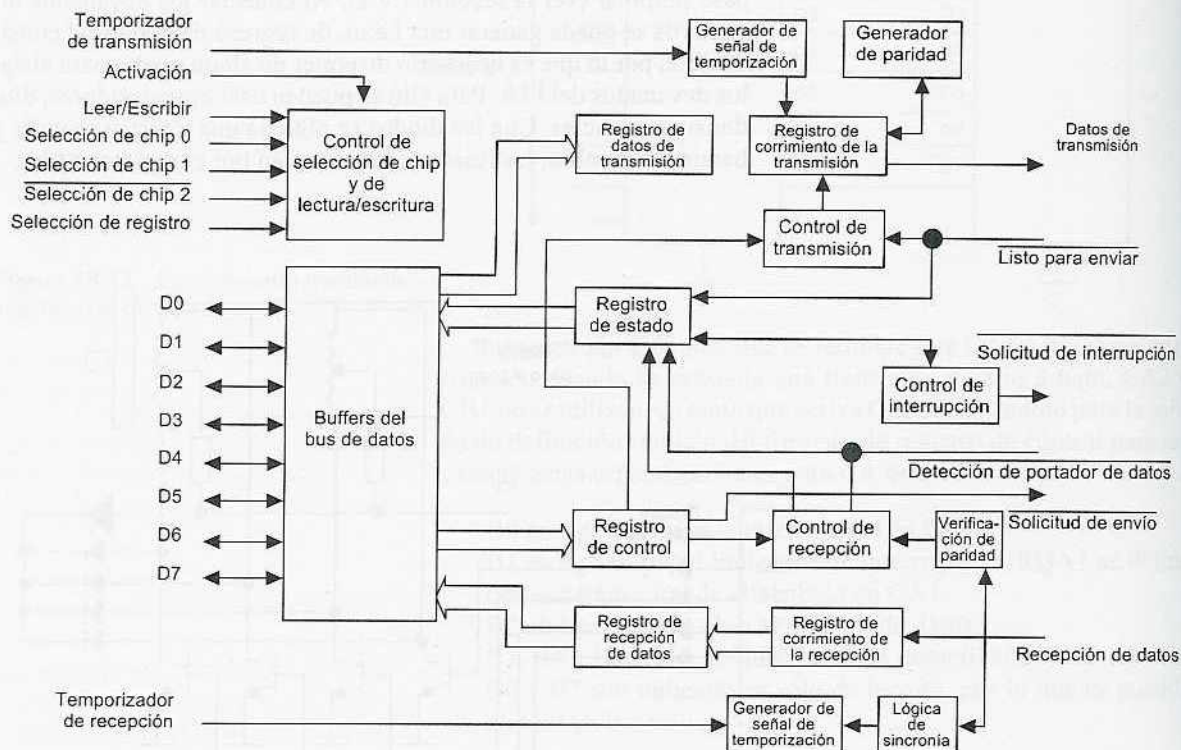


Figura 18.15 ACIA MC6850



La parte para dispositivos periféricos del ACIA incluye dos líneas de datos en serie y tres líneas de control. Los datos se envían por la línea de transmisión de datos y se reciben por la línea de recepción de datos. Se cuenta con señales de control de listo para enviar, señal de control para detección de portadores de datos y señal de solicitud de envío. La figuras 18.16 y 18.17 muestran los formatos de bit de los registros de control y de estado, respectivamente.

La transferencia de datos en serie asíncrona en general se usa para la comunicación entre dos computadoras, ya sea con o sin módem o entre una computadora y una impresora (ver en el capítulo 20 más detalles al respecto).

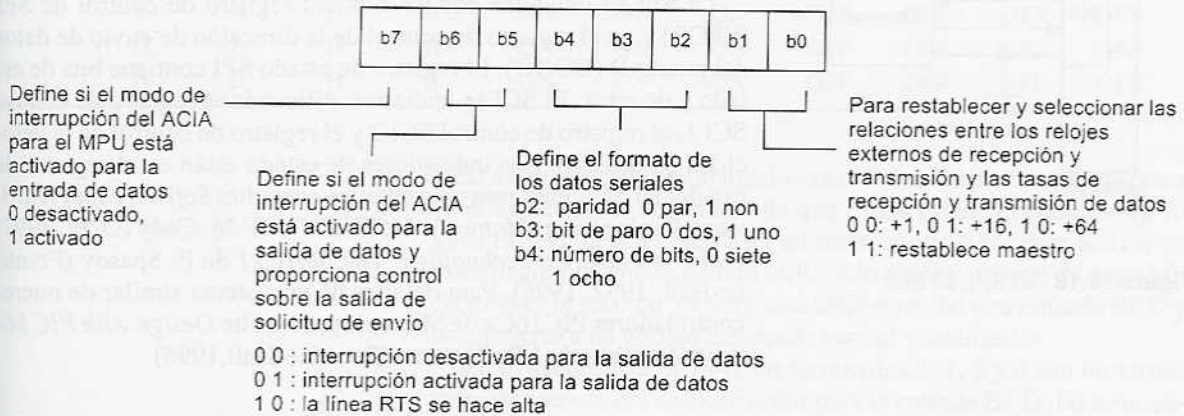


Figura 18.17 Registro de control

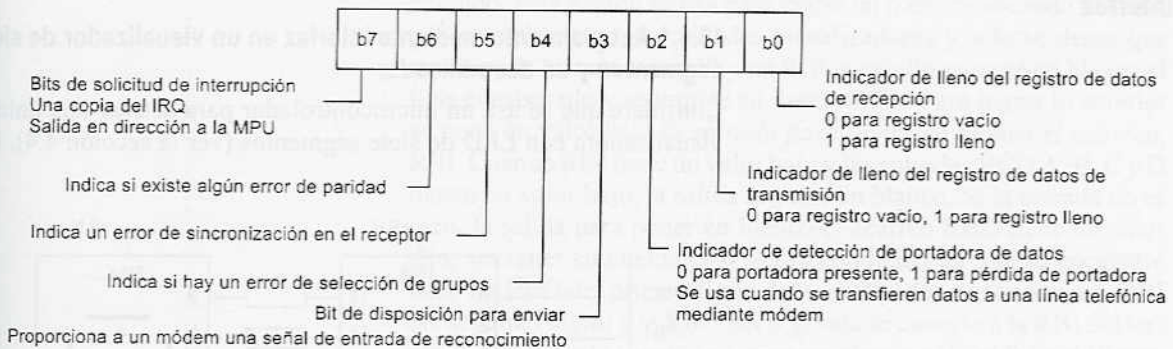


Figura 18.17 Registro de estado

### 18.5.1 La interfaz en serie del M68HC11 de Motorola

Muchos microcontroladores tienen interfaces en serie, es decir, cuentan con UARTs incorporadas. Por ejemplo, el M68HC11 tiene una interfaz para dispositivos periféricos en serie (SPI), una interfaz síncrona y una interfaz para comunicaciones en serie (SCI), que es una interfaz asíncrona (ver la figura 15.9). La SPI requiere la misma

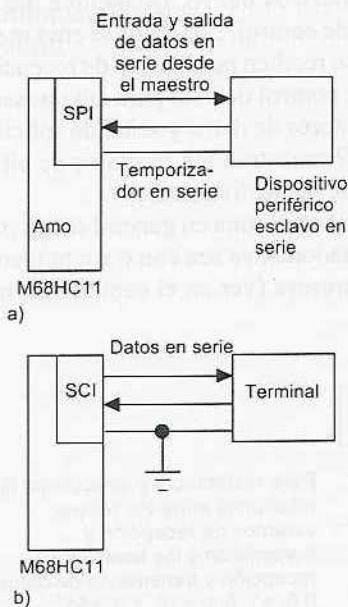


Figura 18.18 a) SPI, b) SCI

señal de sincronización que usan tanto el microcontrolador como el dispositivo o dispositivos que se conectan en forma externa (figura 18.18a). Es posible conectar a la SPI varios microcontroladores. La SCI es una interfaz asíncrona, y por ello es posible utilizar diferentes señales de sincronización entre su sistema y el dispositivo que se conecta de manera externa (figura 18.18b). Los microprocesadores para propósito general no cuentan con interfaz para comunicaciones en serie, por lo que para usarlos es necesario utilizar un UART (por ejemplo, el MC6850 de Motorola). En algunas situaciones se requiere más de una interfaz de comunicaciones en serie, y entonces es necesario complementar el microcontrolador M68HC11 con una UART.

La SPI se inicializa por los bits del registro de control de SPI (SPCR) y en el registro de control de la dirección de envío de datos del puerto D (DDRD). El registro de estado SPI contiene bits de estado y de error. El SCI se inicializa utilizando el registro de control SCI 1, el registro de control SCI 2 y el registro de control de la velocidad en baudios. Los indicadores de estado están en el registro de estado del SCI. Para mayores detalles consulte: *Software and Hardware Engineering: Motorola M68HC11* de F.M. Cady (OUP, 1997) o *Microcontroller Technology: The 68HC11* de P. Spasov (Prentice-Hall, 1992, 1996). Para detalles de un sistema similar de microcontroladores PIC16Cx de Microchip, consulte *Design with PIC Microcontrollers* de J.B. Peatman (Prentice-Hall, 1998).

## 18.6 Ejemplos de acoplamiento mediante interfaz

Los siguientes son ejemplos de acoplamientos mediante interfaces.

### 18.6.1 Acoplamiento mediante interfaz en un visualizador de siete segmentos y un decodificador

Considere que se usa un microcontrolador para activar una unidad visualizadora con LED de siete segmentos (ver la sección 4.4). Un

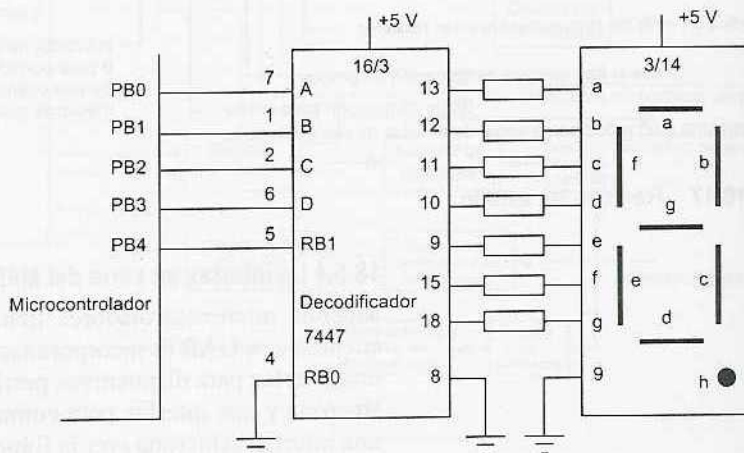


Figura 18.19 Activación de un visualizador



Tabla 18.1 Decodificador BCD 7447 para un visualizador de siete segmentos

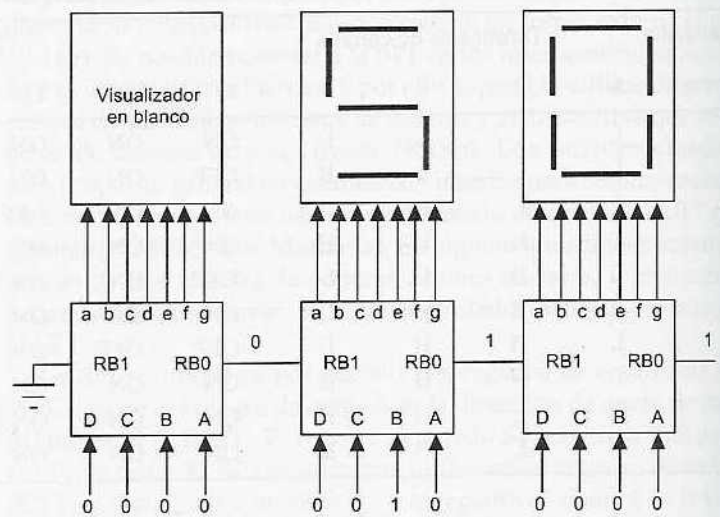
Visualizador	Terminales de entrada				Terminales de salida						
	6	2	1	7	13	12	11	10	9	15	14
0	L	L	L	L	ON	ON	ON	ON	ON	ON	OFF
1	L	L	L	H	OFF	ON	ON	OFF	OFF	OFF	OFF
2	L	L	H	L	ON	ON	OFF	ON	ON	OFF	ON
3	L	L	H	H	ON	ON	ON	ON	OFF	OFF	ON
4	L	H	L	L	OFF	ON	ON	OFF	OFF	ON	ON
5	L	H	H	L	ON	OFF	ON	ON	OFF	ON	ON
6	L	H	H	L	OFF	OFF	ON	ON	ON	ON	ON
7	L	H	H	H	ON	ON	ON	OFF	OFF	OFF	OFF
8	H	L	H	H	ON	ON	ON	OFF	OFF	OFF	OFF
9	H	L	H	L	ON	ON	ON	OFF	OFF	OFF	OFF

LED es un indicador de apagado-encendido; el número que aparezca en el visualizador dependerá de que LEDs estén encendidos. La figura 18.19 muestra cómo usar un microcontrolador para activar un visualizador de ánodo común utilizando un controlador de decodificador (ver la sección 14.6.3); este último recibe una entrada BCD y la convierte a un código adecuado para el visualizador.

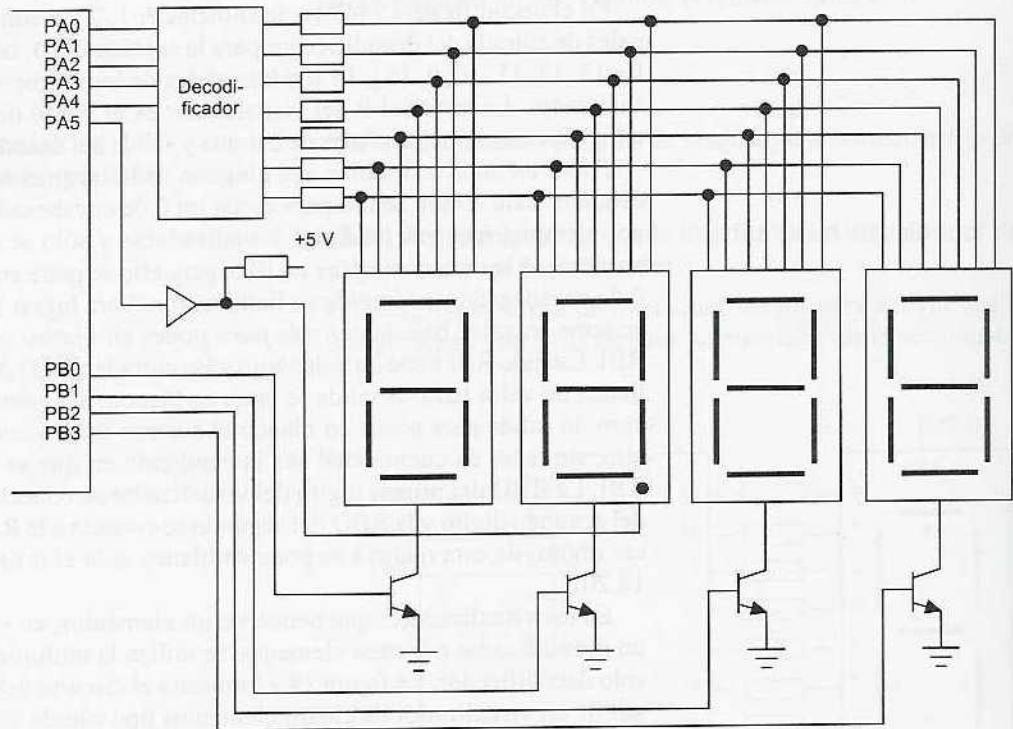
En el decodificador 7447 las terminales 7, 1, 2 y 6 son las terminales de entrada del decodificador para la entrada BCD; las terminales 13, 12, 11, 10, 9, 15 y 14 son las salidas de los segmentos del visualizador. La terminal 9 del visualizador es el punto decimal. La tabla 18.1 muestra las señales de entrada y salida del decodificador.

*Poner en blanco* significa que ninguno de los segmentos está encendido. Esta acción se usa para evitar un 0 de encabezado cuando, por ejemplo, hay tres unidades visualizadoras y sólo se desea que aparezca la lectura como 10 y no 010; para ello se pone en blanco el 0 de encabezado y se impide su iluminación. Para lograr lo anterior se pone en valor bajo la *entrada para poner en blanco el acarreo*, RBI. Cuando RBI tiene un valor bajo y las entradas BCD A, B, C y D tienen un valor bajo, la salida se pone en blanco. Si la entrada no es cero, la salida para poner en blanco el acarreo RBO tiene un valor alto, sin tener en cuenta cuál sea la condición en que se encuentre RBI. La RBO del primer dígito del visualizador se conecta a la RBI del segundo dígito y la RBO del segundo se conecta a la RBI del tercer dígito; de esta manera se pone en blanco sólo el 0 final (figura 18.20).

En los visualizadores que tienen varios elementos, en vez de usar un decodificador por cada elemento, se utiliza la multiplexión y un solo decodificador. La figura 18.21 muestra el circuito del multiplexor de un visualizador de cuatro elementos tipo cátodo común. Los datos BCD salen por el puerto A y el decodificador muestra en todos los visualizadores la salida del decodificador. El cátodo común de éstos se conecta a tierra a través de un transistor. El visualizador no se encenderá a menos que el transistor se encienda como consecuen-



**Figura 18.20** Puesta en blanco del acarreo



**Figura 18.21** Multiplexado de cuatro visualizadores

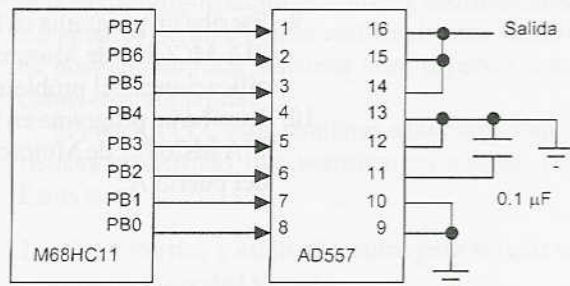


cia de una señal de salida del puerto B. Alternando entre PB0, PB1, PB2 y PB3, la salida del puerto A se llega hasta el visualizador que le corresponda. Para mantener una visualización constante, éste se enciende con suficiente frecuencia para que no se perciba el parpadeo del visualizador. Para presentar más de un dígito a la vez se puede usar la multiplexión por división de tiempo (ver la sección 3.7.2.).

### 18.6.2 Acoplamiento mediante interfaz para señales analógicas

Cuando es necesario que la señal de salida producida por un microprocesador o un microcontrolador deba ser de tipo analógico, se lleva a cabo una conversión de señal digital a analógica. Por ejemplo, el CAD AD557 de Analog Devices se utiliza para este propósito. Este convertidor produce un voltaje de salida proporcional a su entrada digital y dispone de un latch de entrada para el acoplamiento mediante interfaz del microprocesador. Si los latches no fueran necesarios, las terminales 9 y 10 se conectan a tierra. Los datos se bloquean cuando se produce un flanco positivo, es decir, un cambio de bajo a alto, en algunas de las entradas de la terminal 9 o de la terminal 10. Los datos se retienen hasta que ambas terminales regresan al nivel bajo. Cuando esto sucede, los datos se transfieren del latch al convertidor digital a analógico para su conversión en voltaje analógico. La figura 18.22 muestra el AD557, en el cual el latch no se ha utilizado y está conectado a un M68HC11 de Motorola, de manera que al ejecutar el programa, genera un voltaje que es una señal diente de sierra. Mediante la modificación correspondiente del programa, es muy sencillo producir otros tipos de forma de onda.

BASE EQU \$1000 Dirección de base de registros de E/S



La terminal 8 es para LSB  
La terminal 1 es para MSB

La terminal 16 es para  $V_{SAL}$   
La terminal 15 es para  $V_{SAL}$  SENTIDO A  
La terminal 14 es para  $V_{SAL}$  SENTIDO B  
Las terminales 13 y 12 son tierra  
La terminal 11 es  $+V_{CC}$   
La terminal 10 es para selección de chip  $\overline{CS}$   
La terminal 9 es para activación de chip  $\overline{CE}$

Figura 18.22 Generación de formas de onda

PORTB	EQU	\$04	Desviación de PORTB respecto de BASE
	ORG	\$C000	
	LDX	#BASE	Punto X a base de registro
	CLR	PORTB,X	Enviar 0 al CAD
AGAIN	INC	PORTB,X	Incrementar en 1
	BRA	AGAIN	Repetir
	END		

## Problemas

1. Describa las funciones que puede realizar una interfaz.
2. Explique la diferencia entre una interfaz en paralelo y una interfaz en serie.
3. Explique qué se entiende por un sistema de mapeado de memoria para entradas/salidas.
4. ¿Cuál es la función de un adaptador de interfaz con dispositivo periférico (PIA)?
5. Describa la arquitectura del PIA MC6821 de Motorola.
6. Explique la función del programa de inicialización de un PIA.
7. ¿Qué ventajas ofrece utilizar las interrupciones externas en vez del muestreo por software como medio de comunicación con dispositivos periféricos?
8. En el PIA MC6821 de Motorola, ¿qué valor debe quedar guardado en el registro de control, si hay que desactivar CA1, CB1 debe ser una entrada de interrupción activada definida por una transición de bajo a alto, CA2 debe estar activada y se utiliza como salida para definir/reiniciar y CB2 debe ser activada y asumir un valor bajo durante la primera transición E de bajo a alto, en seguimiento del microprocesador? Escriba en el registro de datos de dispositivos periféricos B y vuelva al valor alto durante la siguiente transición de bajo a alto E.
9. Escriba un programa en lenguaje ensamblador para inicializar el PIA MC6821 de Motorola, de manera que se cumplan las especificaciones del problema 8.
10. Escriba un programa en lenguaje ensamblador para inicializar el PIA MC6821 de Motorola, de manera que lea ocho bits de datos del puerto A.



# 19 Controladores lógicos programables

## 19.1 Controladores lógicos programables



Figura 19.1 Controlador lógico programable (PLC)

Un *controlador lógico programable* (PLC, por sus siglas en inglés) se define como un dispositivo electrónico digital que usa una memoria programable para guardar instrucciones y llevar a cabo funciones lógicas, de configuración de secuencia, de sincronización, de conteo y aritméticas, para el control de maquinaria y procesos (figura 19.1). Este tipo de procesadores se denomina *lógico* debido a que su programación básicamente tiene que ver con la ejecución de operaciones lógicas y de conmutación. Los dispositivos de entrada (por ejemplo, un interruptor) y los dispositivos de salida (por ejemplo, un motor), que están bajo control, se conectan al PLC; de esta manera el controlador monitorea las entradas y salidas, de acuerdo con el programa diseñado por el operador para el PLC y que éste conserva en memoria, y de esta manera se controlan máquinas o procesos. En un principio, el propósito de estos controladores fue sustituir la conexión física de relevadores de los sistemas de control lógicos y de sincronización. Los PLCs tienen la gran ventaja de que permiten modificar un sistema de control sin tener que volver a alambrar las conexiones de los dispositivos de entrada y de salida; basta con que el operador digite en un teclado las instrucciones correspondientes. Lo anterior permite contar con un sistema flexible mediante el cual es posible controlar sistemas muy diversos entre sí, tanto en tipo como en complejidad.

Si bien los PLCs son similares a las computadoras, tienen características específicas que permiten su empleo como controladores. Éstas son:

1. Son robustos y están diseñados para resistir vibraciones, temperatura, humedad y ruido.
2. La interfaz para las entradas y las salidas está dentro del controlador.
3. Es muy fácil programarlos, así como entender el lenguaje de programación. La programación básicamente consiste en operaciones de lógica y conmutación.

Los primeros PLC fueron concebidos en 1968. Hoy día su empleo está muy generalizado, habiendo una gran variedad de ellos, desde

pequeñas unidades autónomas que cuentan quizás con apenas 20 entradas y salidas, hasta sistemas modulares para manejar grandes cantidades de entradas/salidas, manejar entradas/salidas digitales y analógicas y llevar a cabo modos de control PID.

Este capítulo analiza la estructura básica de los PLC y cómo se emplean en el control de máquinas y procesos. Si se desea profundizar en el tema, se sugieren obras especializadas como *Programmable Controllers, Operation and Application* de I.G. Warnock (Prentice-Hall, 1988), *Programmable Logic Controllers* de W. Bolton (Newnes, 1996) o *Automation with Programmable Logic Controllers* de P. Rohner (Macmillan, 1996).

## 19.2 Estructura básica

La figura 19.2 muestra la estructura interna básica de un PLC que, en esencia consta de una unidad central de procesamiento (CPU), memoria y circuitos de entrada/salida. La CPU controla y procesa todas las operaciones dentro del PLC. Cuenta con un temporizador cuya frecuencia típica es entre 1 y 8 MHz. Esta frecuencia determina la velocidad de operación del PLC y es la fuente de temporización y sincronización de todos los elementos del sistema. A través del sistema de bus se lleva información y datos desde y hacia la CPU, la memoria y las unidades de entrada/salida. Los elementos de la memoria son: una ROM para guardar en forma permanente la información del sistema operativo y datos corregidos; una RAM para el programa del usuario y memoria buffer temporal para los canales de entrada/salida.

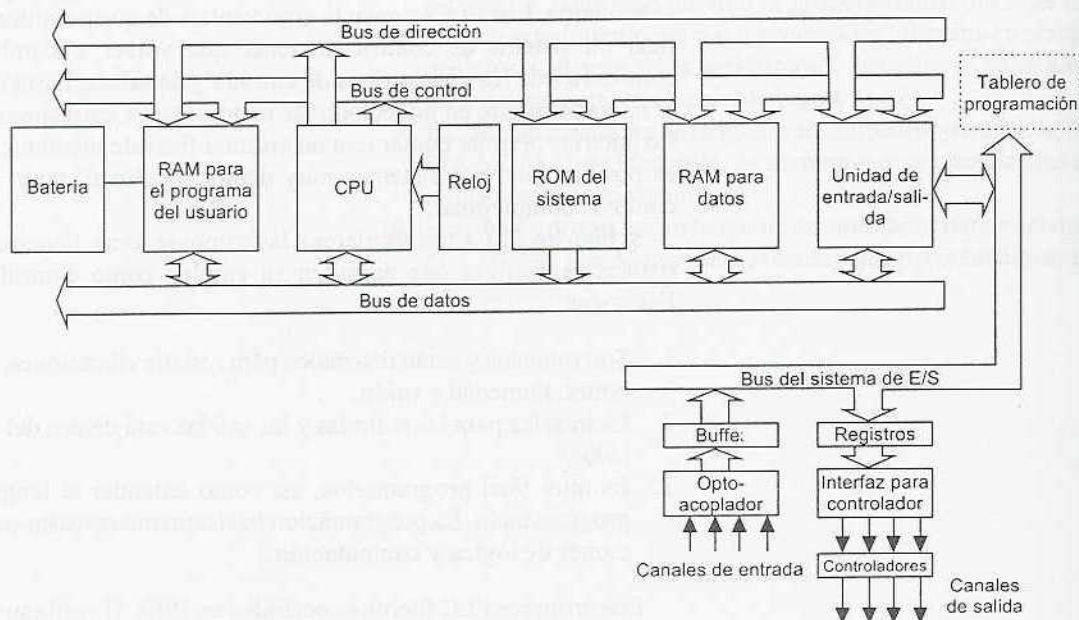


Figura 19.2 Arquitectura de un PLC



El usuario puede modificar los programas en la RAM. Sin embargo, para evitar que estos programas se pierdan durante una interrupción del suministro de energía eléctrica, en el PLC se utiliza una batería, para mantener el contenido de la RAM por determinado tiempo. Una vez elaborado un programa y guardado en la RAM, éste se puede cargar en un chip de memoria EPROM y de esta manera queda guardado de manera permanente. Las especificaciones de PLC pequeños con frecuencia indican la capacidad de la memoria del programa en función de la cantidad de pasos de programa que en dicha memoria es posible guardar. Un paso de programa es la instrucción que lleva a cabo determinado evento. El programa usado para la realización de una tarea consta de varios pasos; por ejemplo: verificar el estado del interruptor A y del interruptor B; si A y B están cerrados, entonces da energía al solenoide P, lo que a su vez opera un actuador. Cuando concluye lo anterior, puede iniciar otra tarea. Por lo general, un PLC pequeño puede manejar de 300 a 1000 pasos, más que suficiente para la mayoría de las aplicaciones de control.

La unidad de entrada/salida es la interfaz entre el sistema y el mundo externo. Para introducir programas en esta unidad se usa un tablero, el cual puede variar de una sencilla configuración de teclado con pantalla de cristal líquido, o bien llegar a tener incluso unidades de presentación visual (VDU por sus siglas en inglés) con teclado y pantalla. También es posible introducir los programas al sistema mediante un enlace con una computadora personal (PC por sus siglas en inglés), el cual se carga con un paquete de software apropiado.

Los canales de entrada/salida proporcionan funciones para el acondicionamiento y aislamiento de señales, lo que permite conectarlos directamente a sensores y actuadores, sin necesidad de otros circuitos. La figura 19.3 muestra la configuración básica de un canal de entrada. Los voltajes comunes para las señales de entrada son 5 V y 24 V.

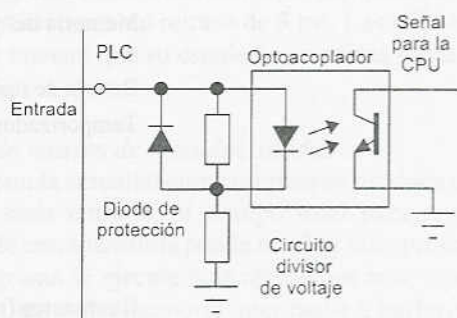


Figura 19.3 Canal de entrada

Los voltajes comunes para las señales de salida son 24 V y 240 V. La especificación del tipo de las salidas generalmente es tipo relevador, tipo transistor o tipo triac. En el tipo relevador (figura 19.4), la señal de la salida del PLC se utiliza para operar un relevador; así, éste es capaz de conmutar corrientes del orden de unos pocos ampe-

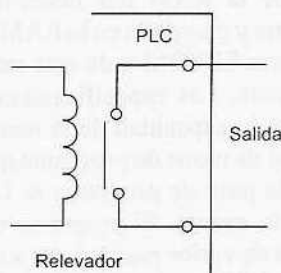


Figura 19.4 Salida tipo relevador

res en un circuito externo. El relevador aísla al PLC del circuito externo, y se emplea tanto para la conmutación de cd como la de ca. Sin embargo, los relevadores funcionan con relativa lentitud. En la salida tipo transistor (figura 19.5) se utiliza un transistor para conmutar corriente a través de un circuito externo. El transistor realiza la conmutación con mayor rapidez. Los optoaisladores se emplean con transistores de conmutación para lograr el aislamiento entre los circuitos externos y el PLC. La salida tipo transistor sólo se utiliza en la conmutación de cd. Las salidas tipo triac se usan para controlar cargas externas que se conectan a la fuente de alimentación de ca. En este caso también se emplean optoaisladores.

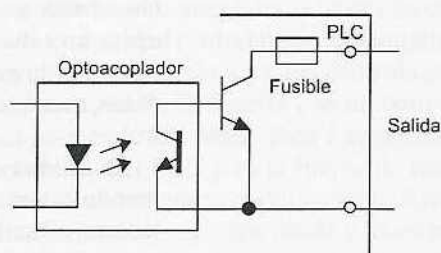


Figura 19.5 Salida tipo transistor

### 19.2.1 Ejemplo de un PLC

Las siguientes son algunas de las características de un típico PLC pequeño, el Mitsubishi F2-20MR-ES.

Alimentación eléctrica:	110-120 V/220-240 V c.a., unifásica 50/60 Hz
Lenguaje de programación:	Lógica de escalera
Capacidad de programación:	1000 pasos
Velocidad de ejecución:	7 $\mu$ s/paso en promedio
Memoria del programa:	CMOS-RAM incorporada; es posible añadir una EPROM
Batería de respaldo:	Batería de litio, de unos 5 años de vida
Temporizadores:	Temporizador de 0.1 s: 24 puntos, temporizadores de retardo a la activación (0.1 a 999 s) Temporizador de 0.01 s: 8 puntos, temporizadores de retardo a la activa- ción (0.01 a 99.9 s)
Contadores (retentivo):	Contador regresivo (0 a 999), 32 puntos
Cantidad de entradas:	12 puntos, todas optoaisladas
Voltaje de entrada:	Incorporado de 24 V c.d., externo de 24 V c.d.
Cantidad de salidas:	8 puntos
Opciones de salida:	Salida tipo relevador: relevador aislado Salida tipo transistor: optoaislado Salida tipo triac: optoaislado



### 19.3 Procesamiento de la entrada/salida

La forma básica de programación más común en los PLC es la *programación de escalera*. Ésta especifica cada una de las tareas de un programa como si fueran los peldaños de una escalera. En cada peldaño se especifica, por ejemplo, la revisión de los interruptores A y B (las entradas); si ambos están cerrados, se proporciona energía a un solenoide (la salida). En la siguiente sección se analiza con más detalle la programación en escalera.

La secuencia que sigue un PLC para realizar un programa se resume de la siguiente manera:

1. Explora las entradas asociadas a un peldaño del programa de escalera.
2. Solución de la operación lógica de cada una de las entradas.
3. Encendido/apagado de las salidas del peldaño.
4. Continúa con el siguiente peldaño y repite los pasos 1, 2, 3.
5. Continúa con el siguiente peldaño y repite los pasos 1, 2 y 3.
6. Continúa con el siguiente peldaño y repite los pasos 1, 2 y 3.

Y así sucesivamente, hasta finalizar el programa.

Los peldaños del programa tipo escalera se exploran de acuerdo con la secuencia respectiva.

Existen dos métodos para el procesamiento de entradas/salidas:

#### 1. *Por actualización continua*

En este caso, la CPU explora los canales de entrada de acuerdo con la secuencia del programa. Cada punto de entrada se revisa por separado y se determina su efecto en el programa. Existe un retraso inherente, por lo general de unos 3 ms, cuando se revisa cada una de las entradas, para garantizar que el microprocesador sólo lea señales de entrada válidas. Este retraso evita que el microprocesador cometa el error de contar una señal de entrada dos o más veces, si hay rebotes de contacto en el interruptor. Antes de que el programa envíe la instrucción para ejecutar una operación lógica y se produzca una salida, se exploran varias entradas, cada exploración con un retraso de 3 ms. Las salidas quedan retenidas, de manera que su estado se mantiene hasta la siguiente actualización.

#### 2. *Por copiado masivo de entradas/salidas*

Dado que con la actualización continua se produce un retraso de 3 ms por cada entrada, el tiempo total para revisar cientos de puntos de entrada/salida puede resultar muy prolongado. Para que el programa se ejecute más rápido, un área específica de la RAM se utiliza como memoria intermedia o buffer, entre la unidad de lógica de control y la unidad de entrada/salida. Cada entrada/salida tiene una dirección en esta memoria. Al inicio de cada ciclo de programa, la CPU muestrea todas las entradas y copia sus estados en las direcciones de entrada/salida de la RAM. Conforme se ejecuta el programa, se leen los datos de entrada guardados en la RAM, según se requiera y se ejecutan las operaciones lógicas correspondientes. Las señales de salida así

producidas se guardan en la sección reservada para entrada/salida en la RAM. Al término de un ciclo de programa, las salidas se envían de la RAM a los canales de salida. Las salidas quedan retenidas, de manera que su estatus queda guardado hasta la siguiente actualización.

## 19.4 Programación

La programación de un PLC mediante *diagramas de escalera* consiste en la elaboración de un programa de manera similar a como se dibuja un circuito de contactos eléctricos. El diagrama de escalera consta de dos líneas verticales que representan las líneas de alimentación. Los circuitos se disponen como líneas horizontales, es decir, como si fueran los peldaños de una escalera, sujetos entre las dos líneas verticales. La figura 19.6 muestra los símbolos estándar básicos que se utilizan, así como un ejemplo de peldaños en un diagrama de escalera.

Cuando se dibuja la línea de circuito de un peldaño, las entradas siempre preceden a las salidas y siempre debe haber por lo menos una salida por cada línea. Los peldaños deben empezar con una o varias entradas y terminar con una salida.

Las entradas y las salidas están numeradas y la notación utilizada depende del fabricante del PLC; por ejemplo, en la serie F de PLC Mitsubishi antes de un elemento de entrada hay una X y antes de un elemento de salida, una Y; la numeración empleada es la siguiente:

Entradas X400-407, 410-413  
X500-507, 510-513  
(24 entradas posibles)

Salidas Y430-437  
Y530-537  
(16 salidas posibles)

Simbolos de un diagrama de escalera

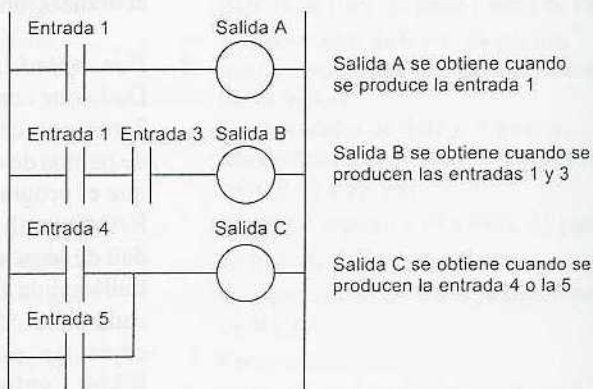
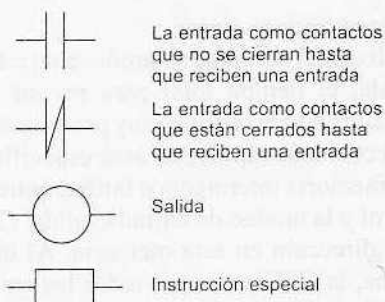
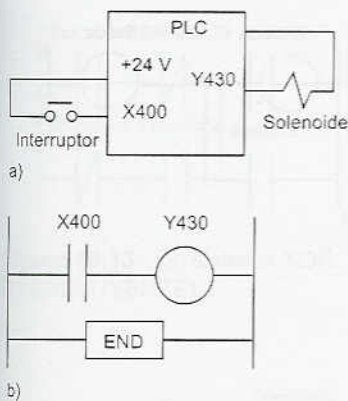


Figura 19.6 Diagrama tipo escalera



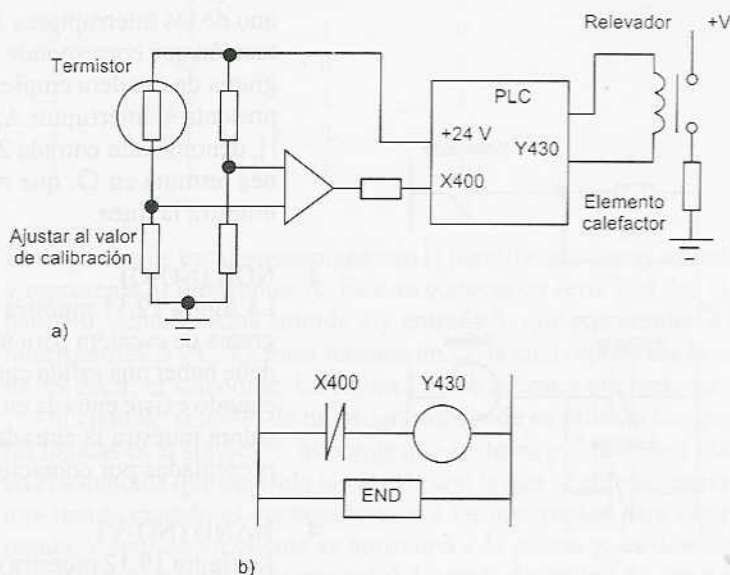


**Figura 19.7** Interruptor controlando un solenoide

Para ilustrar cómo se dibuja un diagrama de escalera, considere la salida de un PLC que sirve para energizar un solenoide cuando el interruptor de arranque, normalmente abierto, que está conectado a la entrada se activa al cerrarlo (figura 19.7 a). El programa necesario se muestra en la figura 19.7b. Empezando por la entrada, encontramos el símbolo que indica normalmente abierto  $|$ , con dirección de entrada X400. La línea termina en la salida, el solenoide, cuyo símbolo es  $\bigcirc$  y cuya dirección de salida es Y430. Para indicar la terminación del programa se marca el peldaño final. Cuando se cierra el interruptor, se activa el solenoide. Éste podría, por ejemplo, accionar una válvula para que entre agua en un recipiente.

Otro ejemplo es un control de temperatura encendido-apagado (figura 19.8), en el cual la entrada varía de un valor bajo a uno alto cuando el sensor de temperatura llega a la temperatura de calibración. En este momento, la salida cambia de encendido a apagado. El sensor de temperatura mostrado en la figura es un termistor en una configuración puente, y la salida conectada a un amplificador operacional configurado como comparador (ver la sección 3.2.7). El programa muestra la entrada como un contacto normalmente cerrado, produciendo la señal de encendido y la salida. Cuando se abre el contacto, se produce la señal de desconexión y la salida se apaga.

Para introducir estos programas de escalera se pueden utilizar teclas especiales, o seleccionarlos en la pantalla de una computadora mediante un ratón. También se especifican mediante lenguaje mnemónico. Una vez introducidos, el PLC traduce estos programas a lenguaje de máquina para que el microprocesador y sus elementos respectivos puedan utilizarlos.



**Figura 19.8** Sistema de control de temperatura

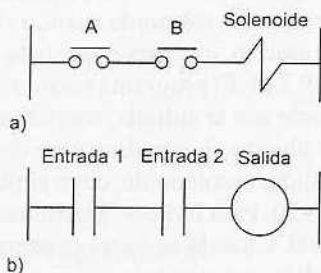


Figura 19.9 Un sistema AND (Y)

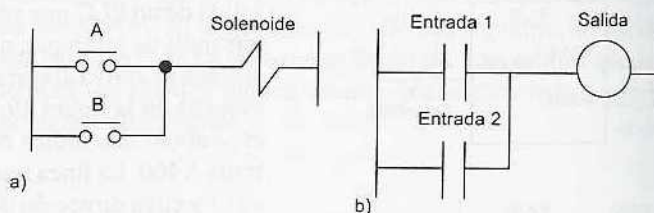


Figura 19.10 Un sistema OR (O)

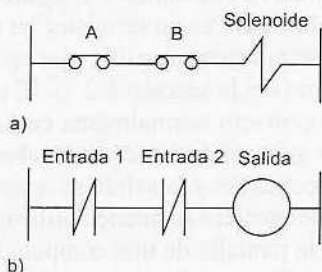


Figura 19.11 Un sistema NOR (NO-O)

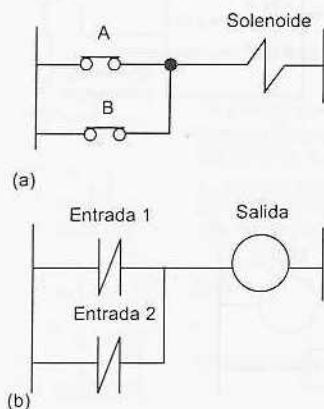


Figura 19.12 Un sistema NAND (NO-Y)

### 19.4.1 Funciones lógicas

Las funciones lógicas se pueden obtener con una combinación de interruptores (ver la sección 14.3), ahora se verá cómo se pueden escribir programas tipo escalera para esas combinaciones.

#### 1. AND (Y)

La figura 19.9a muestra una bobina que no se energiza a menos que dos interruptores, en general abiertos, se cierran. Si los interruptores A y B están cerrados, se obtiene la función lógica AND (Y). El diagrama de escalera empieza en  $|$ , que es la entrada identificada como 1 y representa al interruptor A conectado en serie con  $|$ , entrada identificada como 2, la cual representa al interruptor B. La línea termina en  $O$  y representa a la salida. La figura 19.9b muestra la línea.

#### 2. OR (O)

La figura 19.10a ilustra una bobina que no se energiza hasta que uno de los interruptores A o B, en general abiertos, se cierra, situación que corresponde a una compuerta lógica OR (O). El diagrama de escalera empieza en  $|$ , denominado entrada 1, que representa al interruptor A, el cual está conectado en paralelo con  $|$ , denominado entrada 2, que representa al interruptor B. La línea termina en  $O$ , que representa a la salida. La figura 19.10b muestra la línea.

#### 3. NOR (NO-O)

La figura 19.11 muestra cómo representar el diagrama del programa de escalera para una compuerta NOR (NO-O). Dado que debe haber una salida cuando ni A ni B tengan entrada, entonces cuando existe entrada en A o en B no hay salida, el programa escalera muestra la entrada 1 en serie con la entrada 2, ambas representadas por contactos en general cerrados.

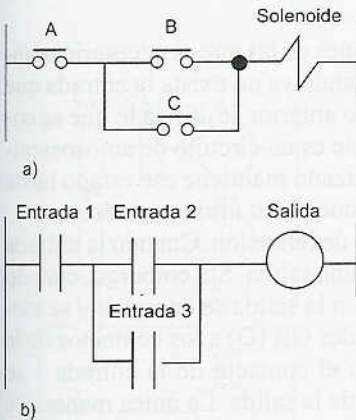
#### 4. NAND (NO-Y)

La figura 19.12 muestra una compuerta NAND (NO-Y). No hay salida cuando tanto A como B tienen una entrada. El diagrama





**Figura 19.13** Un sistema XOR (O EXCLUYENTE)



**Figura 19.14** Solenoide controlado por interruptores

del programa de escalera indica que para que haya salida, ni la entrada 1 ni la entrada 2 deben tener entradas.

### 5. XOR (O EXCLUYENTE)

La figura 19.13 muestra cómo dibujar el diagrama de un programa escalera para una compuerta XOR (O EXCLUYENTE), donde no hay salida cuando no hay entrada ni para la entrada 1 ni para la entrada 2 ni tampoco cuando hay entrada tanto en la entrada 1 como en la entrada 2. Nótese que las entradas están representadas por dos juegos de contactos, uno normalmente abierto y otro normalmente cerrado.

Suponga una situación en la que el interruptor A, en general abierto, debe activarse junto con uno de los otros interruptores B o C, en general abiertos, para activar un solenoide. Esta configuración se representa como la conexión del interruptor A en serie con dos interruptores en paralelo, B y C (figura 19.14a). Para energizar la bobina A y B o C deben estar cerrados. Considerado el interruptor A en relación con los interruptores en paralelo se produce una situación lógica AND (Y). Los dos interruptores que están en paralelo producen una situación lógica OR. De esta manera, se presenta una combinación de dos compuertas. La tabla de verdad es la siguiente:

Entradas			Salida
A	B	C	
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

El diagrama de escalera empieza con || identificado como entrada 1 y representa al interruptor A. Éste se conecta en serie con dos || en paralelo, denominados entrada 2 y entrada 3, que representan a los interruptores B y C. La línea termina en O, la cual representa la salida, es decir, el solenoide. La figura 19.14b muestra el diagrama.

Un ejemplo sencillo de un programa donde se utilizan compuertas lógicas es el siguiente. Suponga que se desea producir una salida en el solenoide que controla la válvula con la que se abre la puerta de una tienda cuando el encargado cierra un interruptor para abrir la tienda, y cuando un cliente se aproxima a la puerta y, es detectado por un sensor que produce una señal. La tabla de verdad de este sistema es:



**Figura 19.15** Sistema de la puerta de una tienda

Interruptor para abrir la tienda	Sensor de cliente aproximándose	Salida del solenoide
Apagado	Apagado	Apagado
Apagado	Encendido	Apagado
Encendido	Apagado	Apagado
Encendido	Encendido	Encendido

La tabla de verdad anterior corresponde a la de una compuerta AND (Y), por lo que el programa para controlar la puerta es el que se muestra en la figura 19.15.

### 19.4.2 Retención

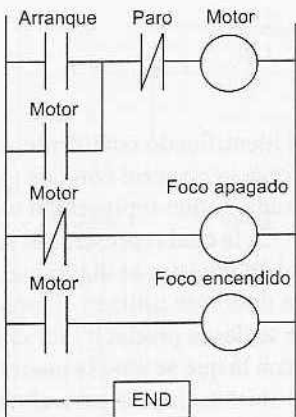
Con frecuencia se presentan situaciones en las que es necesario mantener energizada una bobina, aun cuando ya no exista la entrada que proporciona la energía. Para lograr lo anterior se utiliza lo que se conoce como *circuito de retención*. Éste es un circuito de autosostenimiento, ya que después de ser energizado mantiene ese estado hasta que recibe otra entrada. Es decir, recuerda su último estado.

La figura 19.16 ilustra un circuito de retención. Cuando la entrada 1 se energiza y se cierra, se produce una salida. Sin embargo, cuando hay una salida, el contacto asociado a la salida se energiza y se cierra. Estos contactos aplican el operador OR (O) a los contactos de la entrada 1. Por lo tanto, aun cuando el contacto de la entrada 1 se abra, el circuito mantendrá energizada la salida. La única manera de liberar la salida es accionando el contacto de la entrada 2 el cual en general está cerrado.



**Figura 19.16** Circuito de retención

Para ejemplificar cómo se usa un circuito retenedor, suponga que se requiere controlar un motor mediante un PLC de manera que al oprimir por un momento el botón de arranque, el motor comienza a trabajar; cuando se acciona el interruptor de paro, el motor se apaga; usando focos indicadores se sabe si el motor está encendido o apagado. La figura 19.17 muestra el diagrama equivalente. Cuando no hay entradas, el foco del motor indica que está apagado. El contacto del motor, en general cerrado, encienden el foco de apagado. Al oprimir el botón de arranque, el contacto, en general abierto, se cierra y el motor se enciende. El contactos del motor, que está en paralelo con el contacto de arranque, retiene la condición anterior. Además, el otro contacto del motor, en general cerrado, se abre, y se apaga el foco de apagado; el contacto del motor, en general abierto, se cierra y se activa el foco de encendido. El interruptor de paro abre el contacto, antes cerrado, y para el motor.



**Figura 19.17** Retención de un motor

### 19.4.3 Secuenciamiento

Con frecuencia se presentan dos situaciones de control que requieren secuencias de salidas; la conmutación de una a otra salida se controla mediante sensores. Suponga que se requiere un programa de escalera para un sistema neumático (figura 19.18) en el cual se controlan dos cilindros biestables, A y B, mediante válvulas de doble so-



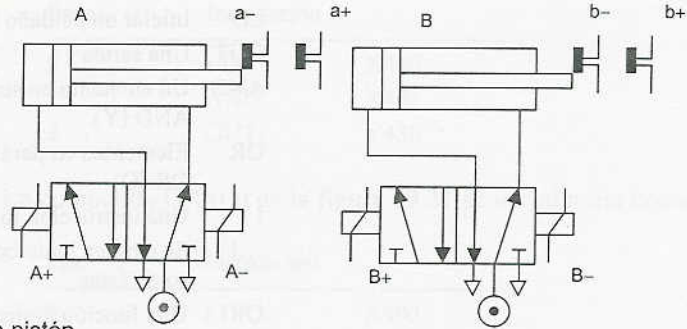


Figura 19.18 Puesta en secuencia de un pistón

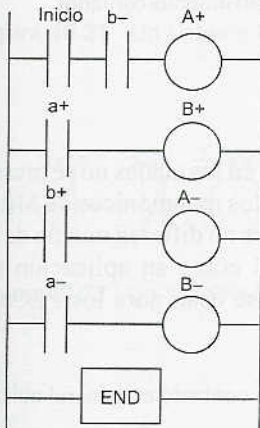


Figura 19.19 Puesta en secuencia de un pistón

lenoide; en este caso se usan los sensores de inicio y final de carrera a-, a+, b- y b+ para detectar los límites del movimiento del vástago de los pistones; se requiere de una secuencia de activación de los cilindros correspondiente a A+, B+, A- y B-.

La figura 19.19 muestra una opción para configurar el programa anterior. En el primer peldaño se induce la entrada del interruptor de arranque A. La extensión del cilindro de A, es decir, cuando se energiza el solenoide A+, tiene lugar sólo cuando el interruptor de inicio está cerrado y también cuando el interruptor b- está cerrado; este último indica que el cilindro B se contrae. Cuando se extiende el cilindro A, el interruptor a+, el cual indica la extensión de A, se activa. Ésto produce una salida que se envía al solenoide B+, y como resultado B se extiende. Por efecto de lo anterior, se cierra el interruptor, lo cual indica la extensión de B, es decir, del interruptor b+; se produce la salida del interruptor limitador a-, se produce una salida hacia el solenoide B-, la cual produce la contracción del cilindro A. Consecuencia de dicha contracción, se cierra el interruptor limitador a- y se produce una salida que se envía al solenoide B-, lo cual produce la contracción de B. Con lo anterior concluye el ciclo del programa y se regresa al primer peldaño; el programa queda en espera de que se cierre el interruptor de inicio para que se repita de nuevo el ciclo.

## 19.5 Mnemónicos

Cada uno de los peldaños de un programa escalera representa una línea del programa; la escalera constituye el programa completo en 'lenguaje de escalera'. Para introducir el programa en el PLC, el programador emplea un teclado con los símbolos gráficos de los elementos de escalera o selecciona los símbolos en una pantalla de computadora mediante un ratón; el tablero o computadora que contiene el programa traduce los símbolos a lenguaje de máquina que se guardan en la memoria del PLC.

Otra manera de introducir un programa es traducir el programa escalera en instrucciones conocidas como mnemónicos; en este caso, cada línea de código corresponde a un elemento de la escalera; a continuación éstos se introducen en el panel de programación o en la computadora y se traducen a lenguaje de máquina. Los mnemónicos difieren de un fabricante a otro.

Para los PLCs de la serie F de Mitsubishi, los mnemónicos son los siguientes:

LD	Iniciar un peldaño con un contacto en general abierto
OUT	Una salida
AND	Un elemento en serie y, por lo tanto, una instrucción lógica AND (Y)
OR	Elementos en paralelo y, por lo tanto, una instrucción lógica OR (O)
I	Una instrucción lógica NOT (NO)
...I	Se emplea junto con otras instrucciones para indicar lo inverso de éstas
ORI	Una función lógica OR NOT
ANI	Una función lógica AND NOT
LDI	Inicia un peldaño con un contacto en general cerrado
ANB	AND utilizado con dos subcircuitos
ORB	OR utilizado con dos subcircuitos
RST	Restablecimiento de registro de corrimiento/contador
SHF	Corrimiento
K	Insertar una constante
END	Fin de la escalera

En los ejemplos restantes de este capítulo, en los cuales no se presentan descripciones generales, se utilizarán los mnemónicos de Mitsubishi. Los mnemónicos de otros fabricantes no difieren mucho de éstos y los principios en que se basan así como su aplicación son idénticos. Por ejemplo, los códigos que se usan para los PLCs de OMRON son:

LD	Iniciar un peldaño con un contacto en general abierto
OUT	Una salida
TIM	Salida de un temporizador
CNT	Salida de un contador
AND	Un elemento en serie y, por lo tanto, una instrucción lógica AND (Y)
OR	Elementos en paralelo y, por lo tanto, una instrucción lógica OR (O)
NOT	Una instrucción lógica NOT (NO)
... NOT	Se utiliza con otras instrucciones para indicar lo inverso de éstas
OR NOT	Una función lógica OR NOT
AND NOT	Una función lógica AND NOT
LD NOT	Iniciar un peldaño con un contacto en general cerrado
AND LD	AND utilizada con dos subcircuitos
OR LD	OR utilizada con dos subcircuitos
#	Insertar una constante
END	Fin de la escalera

Los siguientes casos muestran cómo introducir peldaños específicos en una escalera. Con base en los mnemónicos de Mitsubishi, la compuerta AND (Y) mostrada en la figura 19.20 se introduciría como:



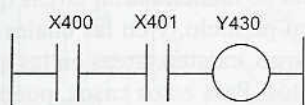


Figura 19.20 Un sistema AND (Y)

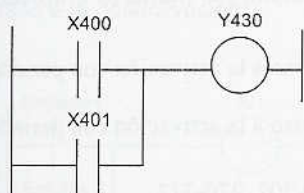


Figura 19.21 Un sistema OR (O)

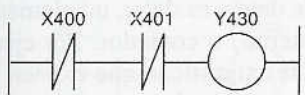


Figura 19.22 Un sistema NOR (NO-O)

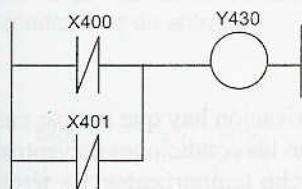


Figura 19.23 Un sistema NAND (NO-Y)

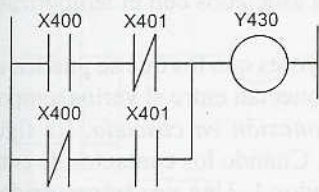


Figura 19.24 Un sistema XOR (O EXCLUYENTE)

Paso	Instrucción	
0	LD	X400
1	AND	X401
2	OUT	Y430

La compuerta OR (O) de la figura 19.21 se introduciría como:

Paso	Instrucción	
0	LD	X400
1	OR	X401
2	OUT	Y430

La compuerta NOR (NO O) de la figura 19.22 se introduciría como:

Paso	Instrucción	
0	LDI	X400
1	ANI	X401
2	OUT	Y430

La compuerta NAND (NO-Y) de la figura 19.23 se introduciría como:

Paso	Instrucción	
0	LDI	X400
1	ORI	X401
2	OUT	Y430

La compuerta XOR (O EXCLUYENTE) de la figura 19.24 se introduciría como:

Paso	Instrucción	
0	LD	X400
1	ANI	X401
2	LDI	X400
3	AND	X401
4	ORB	
5	OUT	Y430

Después de leer las dos primeras instrucciones, la tercera instrucción inicia una nueva línea. Sin embargo, todavía no hay salida debido a la cual la primera línea concluya. En consecuencia, la CPU reconoce que en la segunda línea hay una línea paralela y lee todos los elementos listados, hasta que llega a la instrucción ORB. El mnemónico ORB (unión en paralelo de dos ramas o bloques) indica a la CPU que debe aplicar un operador OR (O) a los resultados de los pasos 0 y 1, junto con los de los pasos 2 y 3.

## 19.6 Temporizadores, relevadores y contadores internos



Figura 19.25 Temporizador de retardo a la activación

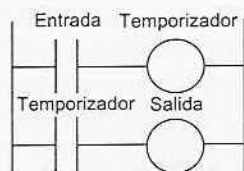


Figura 19.26 Temporizador

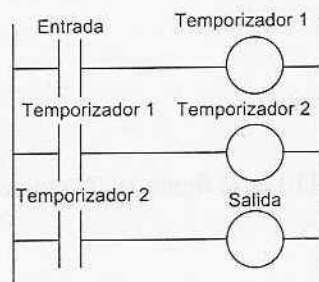


Figura 19.27 Temporizadores en cascada

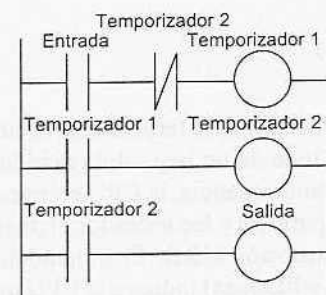


Figura 19.28 Temporizador cíclico de encendido-apagado

En secciones anteriores de este capítulo se mencionaron tareas que requieren configuraciones en serie y en paralelo, y en las cuales se utilizan contactos de entrada. Sin embargo, existen tareas en las que se requieren retrasos y conteo de eventos. Para estos casos, pueden emplearse algunos dispositivos de los PLC como son temporizadores y contadores, los cuales se controlan mediante instrucciones lógicas y tienen representación en los diagramas de escalera.

El sistema para numerar las funciones difiere de uno a otro fabricante de PLC. En la serie F de Mitsubishi, los números empleados son:

Temporizadores	450-457, 8 puntos, retraso a la activación con periodo de 0.1-999 s
T	550-557, 8 puntos, retraso a la activación con periodo de 0.1-999 s
Marcadores	100-107, 170-177, 200-207, 270-277, 128 puntos
M	300-307, 370-377, respaldado por batería, 64 puntos
Contadores	460-467, 8 puntos, 1 a 999
C	560-567, 8 puntos 1 a 999

El término *punto* se refiere a puntos de datos, es decir, un elemento temporizador, marcador (relevador interno) o contador. Por ejemplo, los 16 puntos en los temporizadores significan que existen 16 circuitos de temporización. El término *retraso a la activación* significa que un temporizador debe aguardar un tiempo de espera antes de su activación (figura 19.25). Los datos antes proporcionados se refieren a un periodo cuyo valor puede ser establecido entre 0.1 y 999 s, con incrementos de 0.1 s. También existen otros valores para los rangos e incrementos del tiempo de espera.

### 19.6.1 Temporizadores

Para especificar un circuito de temporización hay que indicar cuál es el intervalo de temporización, así como las condiciones o eventos que producirán la activación y paro de dicho temporizador. En términos generales, es posible establecer un símil entre temporizadores y relevadores con bobinas ya que éstos, una vez que reciben energía, cierran o abren contactos después de transcurrido determinado tiempo preestablecido. La figura 19.26 muestra parte de un programa que incluye un temporizador de retardo a la activación. Cuando se recibe una entrada, se activa el temporizador y se inicia la temporización. Después de determinado tiempo, los contactos asociados con el temporizador se cierran y se produce la salida.

Para lograr tiempos de retraso mayores que los que se pueden obtener con un solo temporizador, se conectan entre sí varios temporizadores, lo cual se conoce como *conexión en cascada*. La figura 19.27 muestra un arreglo en cascada. Cuando los contactos de entrada se cierran, se activa el temporizador 1. Una vez transcurrido el lapso de retraso, su contacto se cierra y se activa el temporizador 2. Después del lapso de retraso, se cierra su contacto y se genera una salida.



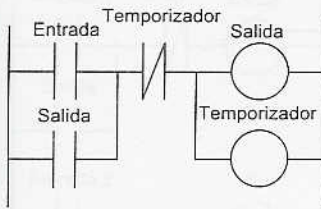


Figura 19.29 Temporizador de retardo a la desactivación

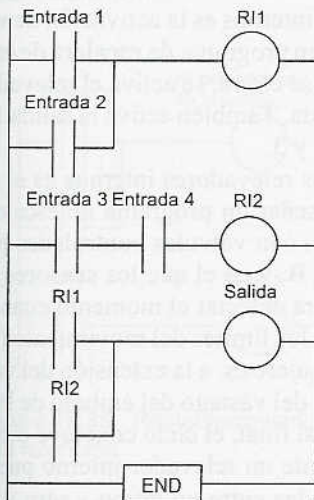


Figura 19.30 Salida controlada por dos condiciones de entrada

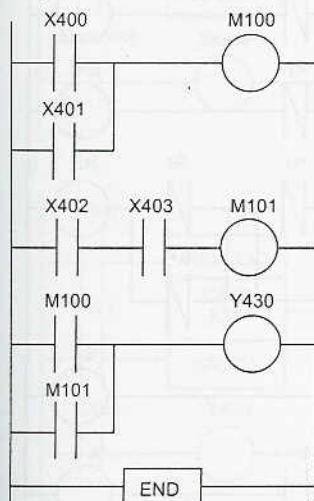


Figura 19.31 Salida controlada por dos condiciones de entrada

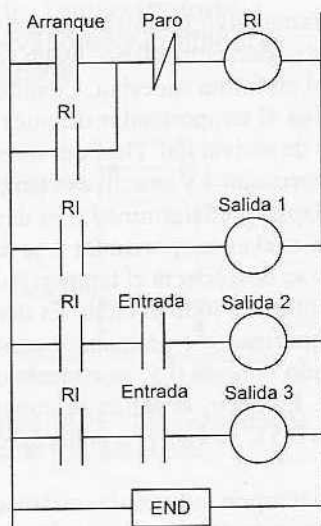
La figura 19.28 muestra un programa cuyo propósito es activar una salida durante 0.5 s y desactivarla durante otros 0.5 s, luego activarla de 0.5 s, desactivarla 0.5 s, y así en forma sucesiva. Cuando el contacto de entrada se cierra, se activa el temporizador después de 0.5 s, es decir, el tiempo predefinido de activación. Después de este tiempo, se cierra el contacto del temporizador 1 y se activa el temporizador 2. Éste permanece activo el lapso predeterminado, es decir, 0.5 s, y luego abre su contacto, con lo cual el temporizador 1 se desconecta. El contacto de éste se abre y se desconecta el temporizador 1. Éste cierra su contacto y se repite otra vez todo el ciclo. Es decir, el contacto de temporización del temporizador 1 permanece conectado durante 0.5 s, luego desconectado durante 0.5, se conecta durante 0.5 s, y así en forma sucesiva. Es decir, la salida se conecta durante 0.5 s, se desconecta por otros 0.5 s, se vuelve a conectar durante 0.5 s, y así en forma sucesiva.

Por lo general los PLC sólo tienen temporizadores de retardo a la activación, es decir, que se activan después de cierto lapso de retardo. La figura 19.29 muestra cómo diseñar un temporizador de retardo a la desactivación, es decir, un temporizador que interrumpe la energía alimentada por una salida en cuanto transcurre determinado lapso de retardo. Cuando el contacto de entrada se cierra por un momento, se entrega energía en la salida y se activa el temporizador. Los contactos de salida retienen el valor de la entrada y mantienen activa la salida. Después del lapso predefinido del temporizador, éste se activa, abre el circuito de retención, y apaga la salida.

### 19.6.2 Relevadores internos

Los términos *relevador interno*, *relevador auxiliar* o *marcador* se refieren a todo lo que se puede considerar un relevador interno del PLC. Si bien éstos se comportan como relevadores con sus respectivos contactos asociados en realidad no son verdaderos contactos, sino simulaciones del software del PLC. Algunos tienen respaldo de baterías y se emplean en circuitos para garantizar el corte de energía en plantas cuando hay una interrupción del suministro eléctrico. Los relevadores internos son muy útiles en la implantación de secuencias de conmutación.

Los relevadores internos se utilizan con frecuencia en programas con muchas condiciones de entrada. Suponga que la excitación de una salida depende de dos condiciones de entrada distintas. La figura 19.30 muestra cómo elaborar un diagrama de escalera con relevadores internos. El primer peldaño muestra una condición de entrada para controlar la bobina del relevador interno, IR1. El segundo peldaño muestra la segunda condición de entrada para controlar la bobina del relevador interno, IR2. Los contactos de ambos relevadores tienen un comportamiento tipo compuerta OR (O) para el control de la salida. La secuencia de instrucciones, utilizando la notación de Mitsubishi (figura 19.31) es:

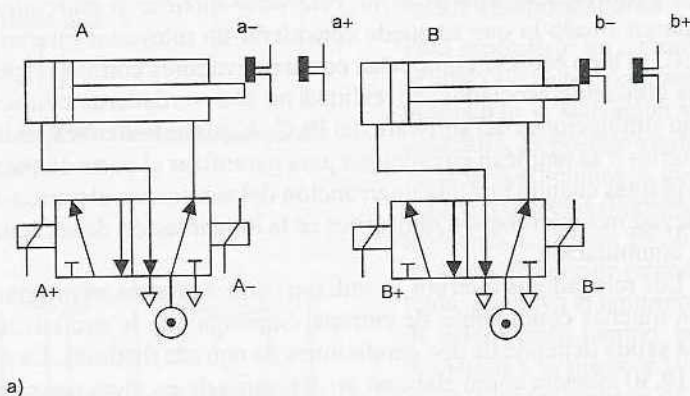


**Figura 19.32** Activación de varias entradas

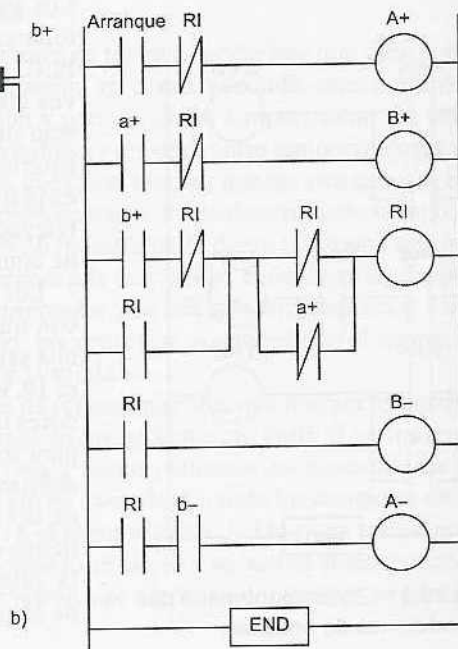
Paso	Instrucción
0	LD X400
1	OR X401
2	OUT M100
3	LD X402
4	AND X403
5	OUT M101
6	LD M100
7	OR M101
8	OUT Y430
9	END

Otra aplicación de los relevadores internos es la activación de varias salidas. La figura 19.32 muestra un programa de escalera de este tipo. Cuando el contacto de arranque se cierra, se activa el relevador interno y éste retiene la señal de entrada. También activa la salida 1 y permite la activación de las salidas 2 y 3.

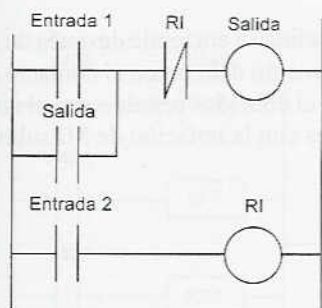
Un ejemplo de la aplicación de los relevadores internos es el siguiente: suponga que se requiere diseñar un programa de escalera para controlar un sistema neumático, con válvulas controladas por doble solenoide y dos cilindros, A y B, y en el que los sensores de posición a-, a+, b- y b+ se usan para detectar el momento cuando los vástagos de los pistones alcanzan los límites del movimiento (figura 19.33a). La secuencia que se requiere es: a la extensión del vástago del émbolo A sigue la extensión del vástago del émbolo de B; a continuación se retrae el pistón B y, al final, el ciclo concluye cuando el pistón de A se contrae. Mediante un relevador interno puede realizarse la conmutación de las salidas entre un grupo y otro y de esta manera los cilindros están bajo el control de una modalidad conocida como *control en cascada* (ver la sección 5.5.1). La figura



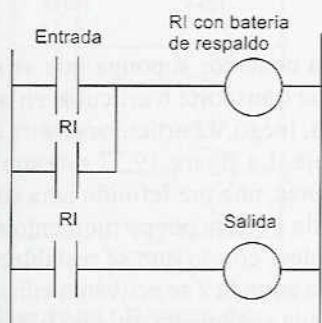
**Figura 19.33** Puesta en secuencia de un pistón



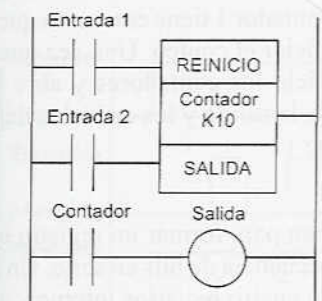




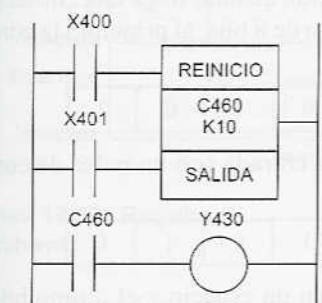
**Figura 19.34** Desactivación de un autosostenimiento



**Figura 19.35** Restablecimiento de una retención



a)



b)

**Figura 19.36** Contador

19.33b muestra el diagrama del programa anterior. Al cerrar el interruptor de inicio, se activa el relevador interno. Ésto energiza al solenoide A+, por lo que se extiende el pistón del cilindro A. Al hacerlo, activa el sensor a+ y se extiende el pistón del cilindro B. En consecuencia, se activa el sensor b+ y se activa también el relevador. Lo anterior permite energizar el solenoide B- y el pistón de B se retrae. Esta acción cierra el sensor b-, el solenoide A- recibe energía y se retrae el vástago del cilindro A.

Ejemplo de otra aplicación de los marcadores o relevadores internos es desactivar un autosostenimiento. La figura 19.34 muestra el diagrama de escalera. Cuando el contacto de la entrada 1 se oprime por un momento, la salida recibe energía y se activa. El contacto de la salida se cierra y la salida se autosostiene, es decir, se mantiene a sí misma, aun cuando el contacto de la entrada ya no esté cerrado. Para eliminar la retención autosostenida de la salida basta que se abra el contacto del relevador interno, lo cual se produce si la entrada 2 se cierra y activa la bobina del relevador interno.

La figura 19.35 muestra un ejemplo de cómo utilizar un relevador interno con batería de respaldo. Al cerrar el contacto de la entrada 1, la bobina del relevador interno respaldado por batería se activa. Esto produce el cierre del contacto del relevador interno e incluso, si el contacto de la entrada se abriera como consecuencia de una interrupción del suministro eléctrico, el contacto del relevador interno seguirá cerrado. Es decir, la salida controlada por un relevador interno permanece energizada, aun cuando se interrumpa la alimentación.

### 19.6.3 Contadores

Los contadores se usan cuando es necesario contabilizar las veces que se acciona un contacto. Por ejemplo, cuando los artículos que transporta una banda se depositan en una caja y cuando el siguiente artículo se debe depositar en otra caja. Entre las funciones de los PLC están las de conteo y disponen de los circuitos adecuados para tal fin. En la mayoría de los casos, el contador que utilizan es un *contador regresivo*. Es decir, el contador va disminuyendo el valor de su conteo, a partir de un valor preestablecido, hasta llegar a cero; los eventos se van restando a un valor inicial. Una vez que llega a cero, el contacto del contador cambia de estado. En un *contador progresivo*, el conteo aumenta hasta un valor predeterminado; es decir, los eventos se suman hasta que se logra llegar al valor deseado. Una vez que se alcanza éste, el contacto del contador cambia de estado.

La figura 19.36a muestra un programa básico de conteo. En un diagrama de escalera el contador se representa por un rectángulo que abarca dos líneas. En una de ellas se encuentra la señal de reinicio del contador. La otra es la línea de salida y el K10 indica que el contacto del contador modificará su estado en el décimo pulso. Cuando el contacto de la entrada 1 se cierra por un momento, se restablece el valor de calibración del contador. El contador procede a contar el número de pulsos que produce la apertura y cerrado del contacto de la entrada 2. Cuando este conteo alcanza el valor preestablecido, en este caso 10,

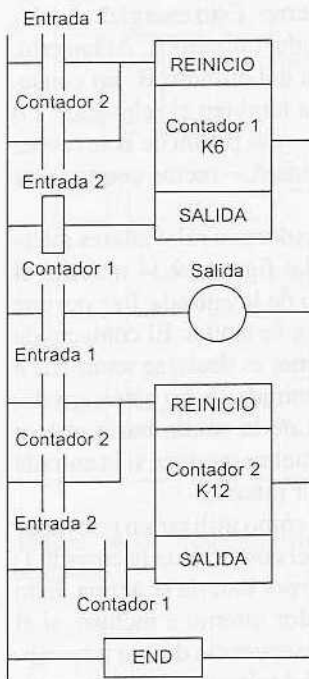


Figura 19.37 Contador

se cierra el contacto del contador. La salida se enciende después de 10 pulsos de la entrada 2. Si en algún momento del conteo el contacto de la entrada 1 se cierra por un momento el contador restablecerá el conteo a 10. La secuencia de instrucciones con la notación de Mitsubishi (figura 19.36b) es:

Paso	Instrucción	
0	LD	X400
1	RST	C460
2	LD	X401
3	OUT	C460
4	K	10
5	LD	C460
6	OUT	Y430

Para ejemplificar el empleo de un contador suponga que se requiere controlar una máquina para que transporte 6 artículos en una dirección para empacarlos en una caja, luego, 12 artículos en otra dirección para su empacado en otra caja. La figura 19.37 muestra el programa. Éste consta de dos contadores, uno predefinido para contar hasta 6 y el otro hasta 12. La entrada 1 cierra por un momento sus contactos para iniciar el ciclo de conteo, con lo que se restablecen ambos contadores. Los contactos de la entrada 2 se activan mediante un microinterruptor que se acciona cada vez que un artículo pasa en el punto de separación de las dos trayectorias. El contador 1 cuenta hasta 6 artículos y cierra su contacto. Éste activa la salida, que puede ser un solenoide que acciona una tapa móvil mediante la cual se cierra una trayectoria y se abre otra. El contador 1 tiene contactos que al cerrarse activan el contador 2 para iniciar el conteo. Una vez que el contador 2 cuenta 12 artículos, reinicia los contadores y abre los contactos del contador 1, se desactiva la salida y los artículos dejan de ser enviados a la caja que contiene 12.

## 19.7 Registros de corrimiento

Varios relevadores internos se agrupan para formar un registro que sirva como área de memoria de una secuencia de bits en serie. Un registro de 4 bits se formaría utilizando cuatro registros internos, uno de 8 bits usando ocho. Se utiliza el término *registro de corrimiento*, porque los bits se recorren una posición cuando llega una entrada al registro. Por ejemplo, si en un registro de 8 bits, al principio la configuración es:

1	0	1	1	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

A continuación, al registro llega una entrada con un pulso de corrimiento 0:

0 →	0	1	0	1	1	0	1	0	→ 1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

Finalmente, todos los bits se recorren un espacio y el último bit se (descarta) desborda.

En el PLC el agrupamiento de varios registros auxiliares para formar un registro de corrimiento se realiza de manera automática al



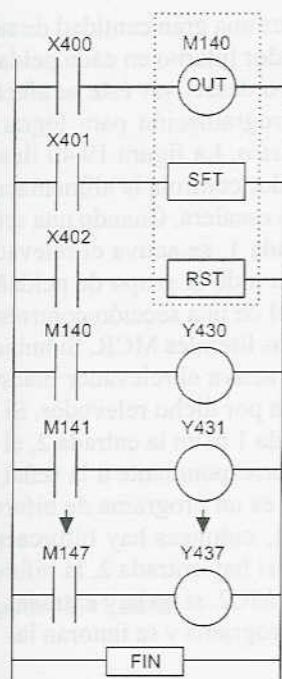


Figura 19.38 Registro de corrimiento

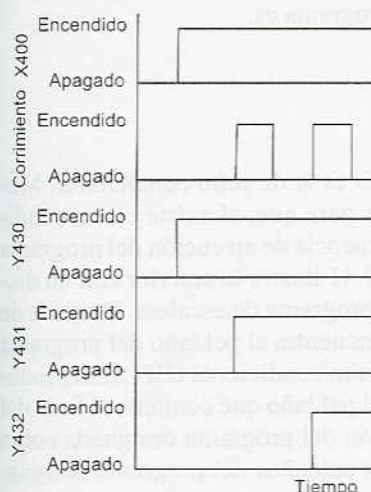


Figura 19.39 Registro de corrimiento

elegir la función del registro de corrimiento en un tablero de control. En el PLC de Mitsubishi se utiliza la función de programación SFT (corrimiento), aplicándola al número del relevador auxiliar que ocupe el primer lugar en la configuración del registro. Ésto ocasiona que el bloque de relevadores, empezando por el del número inicial, se reserve para el registro de corrimiento. Por ejemplo, si el número que se elige como primer relevador es M140, el registro de corrimiento estará formado por M140, M141, M142, M143, M144, M145, M146 y M147.

Los registros de corrimiento tienen tres señales de control: una para cargar datos en el primer elemento del registro (OUT), una para el comando de corrimiento (SFT) y una para el reestablecimiento (RST). Con OUT, se carga un nivel lógico, 0 o 1 en el primer elemento del registro de corrimiento. Con SFT, un pulso desplaza el contenido del registro un bit a la vez, el bit final se desborda y se pierde. Con RST, el pulso de un contacto restablece el contenido del registro, dejando en él solamente ceros.

La figura 19.38 muestra un diagrama de escalera, que contiene un registro de corrimiento con la notación de Mitsubishi; sin embargo, el principio es el mismo, aun con otros fabricantes. El M140 se eligió como primer relevador del registro. Al activar el X400, en el primer elemento del registro de corrimiento se carga un 1 lógico, es decir, en M140. Por lo tanto, en el registro hay 10000000. El circuito muestra que cada elemento del registro de corrimiento se conectó como si fuese un contacto del circuito. El contacto M140 se cierra y Y430 se activa (figura 19.39). Cuando el contacto X401 se cierra, los bits del registro se corren un lugar en el registro; se obtiene 11000000, un número 1 se desplaza en el registro porque X400 todavía está activado. El contacto M141 se cierra y Y430 se activa. Conforme cada uno de los bits se desplaza, las salidas también reciben energía. La secuencia de instrucciones de esta escalera es:

Paso	Instrucción	
0	LD	X400
1	OUT	M140
2	LD	X401
3	SFT	M140
4	LD	X402
5	RST	M140
6	LD	M140
7	OUT	Y430
8	LD	M141
9	OUT	Y431
10	LD	M142
11	OUT	Y432
etc.		
20	LD	M147
21	OUT	Y437

Los registros de corrimiento se pueden usar para una secuencia de eventos.





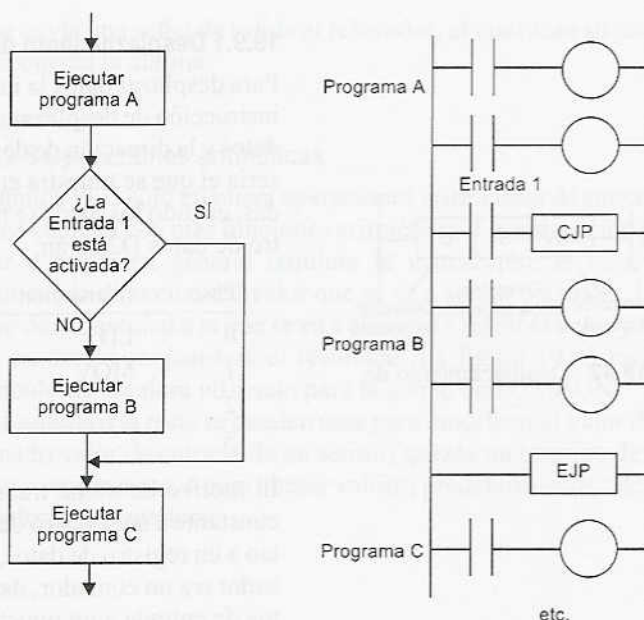


Figura 19.41 Salto

manejarlos como una palabra de datos. Estas situaciones se presentan cuando un sensor entrega una señal analógica, que se convierte, por ejemplo, a una palabra de 8 bits antes de entrar a un PLC.

Las operaciones que los PLC pueden realizar con palabras de datos, en general incluyen:

1. Transporte de datos.
2. Comparación de la magnitud de los datos, es decir, mayor que, igual a, o menor que.
3. Operaciones aritméticas como la suma y la resta.
4. Conversiones de decimales codificados en binario (BCD) a binario y octal.

Como antes se mencionó, cada bit se guarda en ubicaciones de la memoria especificadas por una dirección única. Por ejemplo, en el PLC de Mitsubishi, las direcciones de la memoria de entrada van precedidas de una A, las salidas de una Y, los temporizadores con una T, los relevadores auxiliares con una M, etcétera. También se requieren direcciones de memoria para las instrucciones de datos; los espacios de la memoria reservados para almacenar datos se conocen como *registros de datos*. En éstos se guarda una palabra binaria, por lo general, de 8 o 16 bits, y se le asigna una dirección como D0, D1, D2, etcétera. Una palabra de 8 bits significa que la precisión con la que se especifica una cantidad es de 1 en 256, una de 16 bits con una precisión de 1 en 65 536.

Cada instrucción debe especificar el tipo de operación, la fuente de los datos utilizados haciendo referencia a su registro de datos y al registro de datos de destino para el resultado de la operación.



Figura 19.42 Desplazamiento de datos



Figura 19.43 Comparar datos

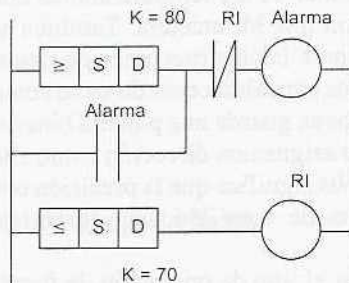


Figura 19.44 Alarma de temperatura

### 19.9.1 Desplazamiento de datos

Para desplazar datos la instrucción correspondiente debe contener la instrucción de desplazamiento de datos, la dirección de origen de los datos y la dirección de destino de éstos. Así, el peldaño de la escalera sería el que se muestra en la figura 19.42 y las instrucciones utilizadas, cuando los datos se transfieren del registro de datos D1 al registro de datos D2 serían:

Paso	Instrucción	
0	LD	X300
1	MOV	
2		D1
3		D2

El motivo de dicha transferencia de datos puede ser el llevar una constante a un registro de datos, un valor de temporización o de conteo a un registro de datos, datos de un registro de datos a un temporizador o a un contador, datos de un registro de datos a una salida, datos de entrada a un registro de datos, etcétera.

### 19.9.2 Comparación de datos

En general, los PLCs realizan comparaciones de datos como *menor que* (en general representado por  $<$  o  $LES$ ), *igual a* ( $=$  o  $EQU$ ), *menor o igual que* ( $\leq$  o  $LEQ$ ), *mayor que* ( $>$  o  $GRT$ ), *mayor o igual que* ( $\geq$  o  $GEQ$ ) y *diferente de* ( $\neq$  o  $NEQ$ ). Para comparar datos, el programa emplea una instrucción de comparación, la dirección de origen de los datos y la dirección de destino. Para comparar los datos del registro de datos D1 para determinar si son mayores que los datos del registro de datos D2, el peldaño del programa de escalera sería como el de la figura 19.43 y las instrucciones serían:

Paso	Instrucción	
0	LD	X300
1	>	
2		D1
3		D2

Esta comparación se utiliza cuando es necesario que el PLC compare las señales de los dos sensores antes de ejecutar una acción. Por ejemplo, se requiere que una alarma suene cuando un sensor indique una temperatura superior a  $80^{\circ}\text{C}$  y continúe sonando hasta que la temperatura descienda a menos de  $70^{\circ}\text{C}$ . La figura 19.44 muestra el programa escalera que se podría utilizar. Los datos de la temperatura de entrada se alimentan a la dirección de origen; la dirección de destino contiene el valor de calibración. Si la temperatura aumenta a  $80^{\circ}\text{C}$ , o más, el valor del dato en la dirección de origen es  $\geq$  que el valor en la dirección de destino, por lo que se envía una señal de salida a la alarma, la cual retiene esta señal de entrada. Cuando la temperatura disminuye a  $70^{\circ}\text{C}$ , o menos, el valor del dato que contiene la dirección de origen resulta ser  $\leq$  al valor de la dirección de destino,



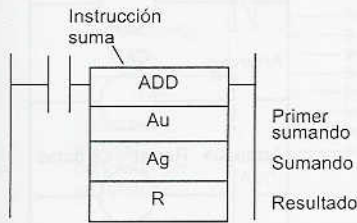


Figura 19.45 Sumar datos

### 19.9.3 Operaciones aritméticas

Algunos PLC sólo efectúan operaciones aritméticas de suma y resta; otros cuentan con más funciones aritméticas. La instrucción para sumar o restar en general requiere la instrucción, el registro que contiene la dirección del valor que se va a sumar o a restar, la dirección de la cantidad a la que se va a añadir o a restar el valor y el registro en donde se guardará el resultado. La figura 19.45 muestra el símbolo de escalera utilizado para la suma, con OMRON.

La suma o la resta se pueden usar para modificar el valor de determinado valor de entrada de un sensor, quizás un término de corrección o corrimiento, o para alterar valores predeterminados de temporizadores o contadores.

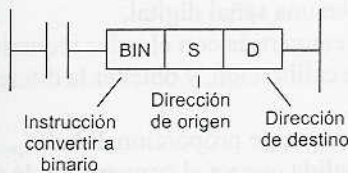


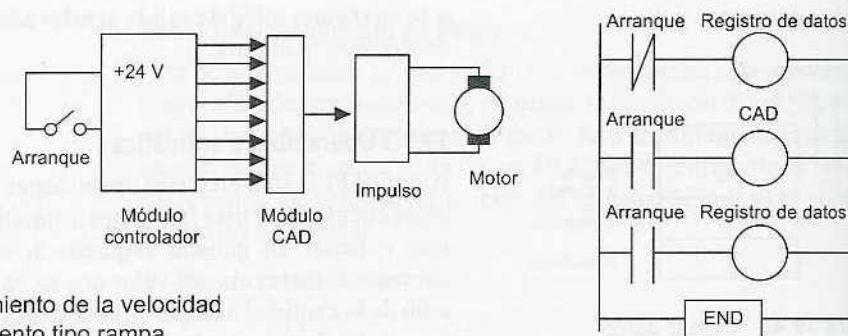
Figura 19.46 Decimal codificado en binario (BCD) a binario

### 19.9.4 Conversiones de código

Todas las operaciones internas de la CPU de un PLC se realizan utilizando números binarios. Si la entrada es una señal decimal, se usa una conversión para obtener un decimal codificado en binario (BCD). De igual manera, si se necesita una salida decimal, se debe realizar la conversión respectiva. La mayoría de los PLC cuentan con estas conversiones. Por ejemplo, con el Mitsubishi, el peldaño de escalera que convierte un BCD a binario se ilustra en la figura 19.46. Los datos de la dirección de origen son números decimales codificados en binario, los cuales se convierten a números binarios y se guardan en la dirección de destino.

## 19.10 Entrada/salida analógica

Es frecuente encontrar sensores que producen señales analógicas, así como actuadores que requieren señales analógicas. Por ello, algunos PLC deben tener un módulo para conversión de señales analógicas a digitales en los canales de entrada, así como un módulo para conversión de señales digitales a analógicas en los canales de salida. Un ejemplo de como aplicar estos módulos es el control de la velocidad de un motor, de manera que su velocidad aumente hasta su valor estacionario con rapidez estable (figura 19.47). La entrada es un interruptor encendido/apagado para iniciar la operación. Este abre el contacto del registro de datos y así queda guardado un cero. La salida del controlador es cero y la señal analógica del DAC es cero y, por lo tanto, la velocidad del motor es de cero. Al cerrar el contacto de arranque se envían salidas al DAC y al registro de datos. Cada vez que durante su ejecución el programa pasa por estos peldaños, el registro de datos aumenta su valor en 1, también aumentan el valor de la señal analógica y la velocidad del motor. La velocidad máxima se alcanza cuando la salida enviada por el registro de datos es la palabra



**Figura 19.47** Acondicionamiento de la velocidad de un motor con comportamiento tipo rampa

11111111. La función de temporización del PLC se aprovecha para incorporar un retraso entre cada una de las señales de bits de salida.

Un PLC equipado con canales de entrada analógica se puede aprovechar para seguir una función de control continuo, es decir, un control PID (ver el capítulo 13). Por ejemplo, para un control proporcional de una entrada analógica se lleva a cabo el siguiente conjunto de operaciones:

1. Convertir la salida del sensor en una señal digital.
2. Comparar la salida del sensor convertida con el valor requerido del sensor, es decir, el valor de calibración, y obtener la diferencia. Esta diferencia es el error.
3. Multiplicar el error por la constante de proporcionalidad  $K_p$ .
4. Transferir este resultado a la salida que va al convertidor de señal digital a analógica y utilizar el resultado como señal de corrección para el actuador.

Un ejemplo de donde usar este tipo de control es con un controlador de temperatura. La figura 19.48 muestra una posible configuración. La entrada podría ser una señal producida por un termopar, que después de ser amplificada se alimenta al PLC, pasando antes por un convertidor de señal analógica a digital (CAD). El PLC se programa para que produzca una salida proporcional al error entre la entrada enviada por el sensor y la temperatura deseada. La palabra de salida alimenta al actuador, en este caso, un calentador, haciéndola pasar antes por un convertidor de señal digital a analógica (CDA) para reducir el error.

En el programa de escalera mostrado, el peldaño 0 lee el CAD y guarda el valor de temperatura en el registro de datos DR1. En el peldaño 1 se usa el registro de datos DR2 para guardar la temperatura de calibración. En el peldaño 2 se utiliza la función resta para restar los valores guardados en los registros de datos DR1 y DR2 y el resultado se guarda en el registro de datos DR3, es decir, este registro de datos guarda el valor del error. En el peldaño 3 se usa una función de multiplicación, para multiplicar el valor que está en el registro de datos DR3 por la ganancia proporcional de 4. El peldaño 4 utiliza un releador interno que se programa para desconectar el DR3 cuando éste tiene un valor negativo. En el peldaño 5 el registro de datos DR3 se pone a cero cuando se desconecta la entrada.



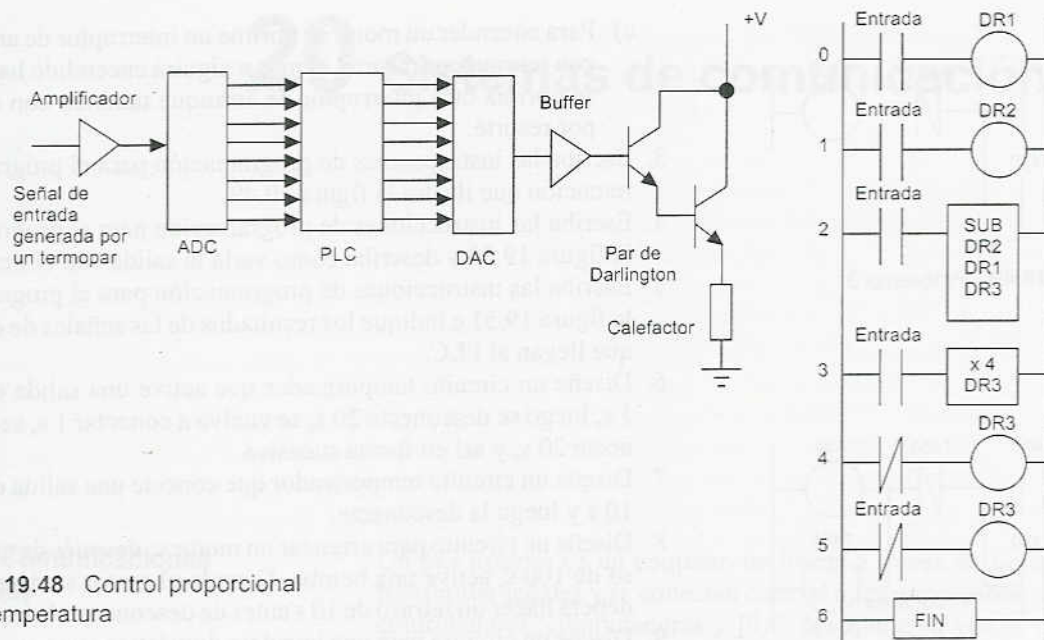


Figura 19.48 Control proporcional de la temperatura

Algunos PLC tienen módulos añadibles mediante los que se simplifica el control con PLC sin tener que escribir las listas de instrucciones que se describieron antes de manera resumida.

### 19.11 Selección de un PLC

Al evaluar la capacidad y tipo de PLC necesario para llevar a cabo una tarea, los factores que se deben tener en cuenta son:

1. ¿Qué capacidad de entrada/salida se requiere? Es decir, la cantidad de entradas/salidas, la capacidad de expansión para necesidades futuras.
2. ¿Qué tipo de entradas/salidas se requieren? Es decir, tipo de aislamiento, fuente de alimentación incluida para entradas/salidas, acondicionamiento de señal, etcétera.
3. ¿Qué capacidad de memoria se necesita? Esto tiene relación con la cantidad de entradas/salidas y la complejidad del programa utilizado.
4. ¿Qué velocidad y capacidad debe tener la CPU? Esto tiene relación con cuántos tipos de instrucciones manejará el PLC. Cuantos más tipos haya, más rápida deberá ser la CPU. Asimismo, cuanto mayor sea la cantidad de entradas/salidas que se manejen, más rápida tendrá que ser la CPU requerida.

### Problemas

1. ¿Cuáles son las funciones lógicas que se emplean para interruptores a) en serie, b) en paralelo?
2. Dibuje los peldaños de escalera para representar:
  - a) Dos interruptores, en general abiertos, deben ambos cerrarse para que arranque un motor.
  - b) Cualquiera de dos interruptores, en general abiertos, debe cerrarse para energizar una bobina y operar un actuador.

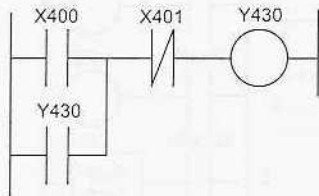


Figura 19.49 Problema 3

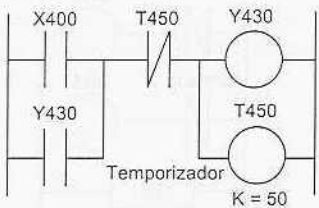


Figura 19.50 Problema 4

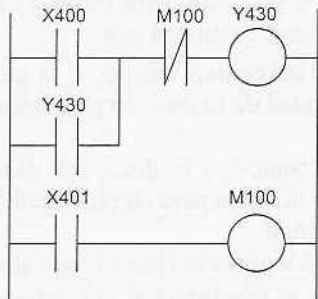


Figura 19.51 Problema 5

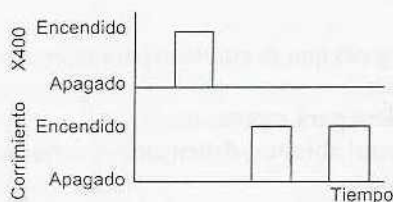


Figura 19.52 Problema 11

- c) Para encender un motor se oprime un interruptor de arranque con retorno por resorte; el motor seguirá encendido hasta que se oprime otro interruptor de arranque también con retorno por resorte.
3. Escriba las instrucciones de programación para el programa de retención que ilustra la figura 19.49.
4. Escriba las instrucciones de programación para el programa de la figura 19.50 y describa cómo varía la salida con el tiempo.
5. Escriba las instrucciones de programación para el programa de la figura 19.51 e indique los resultados de las señales de entrada que llegan al PLC.
6. Diseñe un circuito temporizador que active una salida durante 1 s, luego se desconecte 20 s, se vuelva a conectar 1 s, se desconecte 20 s, y así en forma sucesiva.
7. Diseñe un circuito temporizador que conecte una salida durante 10 s y luego la desconecte.
8. Diseñe un circuito para arrancar un motor y, después de un retraso de 100 s, active una bomba. Cuando el motor se desconecta deberá haber un retraso de 10 s antes de desconectar la bomba.
9. Diseñe un circuito para una lavadora doméstica que conecte una bomba para introducir agua en la máquina durante 100 s, se desconecte y conecte un calentador durante 50 s para calentar el agua. El calentador se desconecta y otra bomba vacía el agua de la lavadora en 100 s.
10. Diseñe un circuito para una banda transportadora con la que se transporta un artículo a una estación de trabajo. La presencia del artículo en la estación se detecta mediante la ruptura de un contacto, que se activa al incidir un haz luminoso en un fotosensor. El artículo permanece detenido 100 s, lapso durante el cual se lleva a cabo una operación antes de que continúe por la banda y la abandone. Para arrancar el motor de la banda se utiliza un interruptor de arranque en general abierto y para detenerlo se utiliza un interruptor en general cerrado.
11. ¿Qué cambio experimentaría la configuración de temporización del registro de corrimiento mostrado en la figura 19.38 si la entrada de datos X400 fuese del tipo de la figura 19.52?
12. Explique cómo se utiliza un PLC para manejar una entrada analógica.
13. Diseñe un sistema con un PLC para controlar el movimiento del vástago de un cilindro, de manera que cuando por un momento se oprime un interruptor, el vástago se desplace en una dirección y cuando un segundo interruptor se oprime en forma momentánea, el vástago se desplace en dirección contraria. Sugerencia: pruebe utilizando una válvula 4/2 controlada por solenoides.
14. Diseñe un sistema con un PLC, para controlar el movimiento del vástago de un cilindro utilizando una válvula 4/2 con pilotajes de solenoides. El vástago se desplaza en una dirección cuando un sensor de proximidad en uno de los extremos de la carrera cierre su contacto, y en la otra dirección, cuando un sensor de proximidad en el otro extremo indique la llegada del vástago.



# 20 Sistemas de comunicación

## 20.1 Comunicaciones digitales

Un *bus externo* es un conjunto de líneas a través de las cuales se transmiten señales y se conectan entre sí microprocesadores, microcontroladores, computadoras y PLC, los que a su vez se conectan con equipo periférico. Para obtener la impresión de la salida generada en una computadora es necesario conectar un bus para que mediante éste conectar la computadora y la impresora. Los sistemas con varios multiprocesadores son muy comunes. Por ejemplo, un automóvil tiene varios microcontroladores, cada uno de los cuales controla una parte del sistema; por ejemplo, la coordinación del motor, de los frenos y del tablero de instrumentos, por lo que la comunicación entre éstos es muy necesaria. En una planta automatizada no sólo es necesario transferir datos entre controladores lógicos programables, visualizadores, sensores y actuadores, y que el operador introduzca datos y programas, también es preciso contar con un medio de comunicación para intercambiar datos con otras computadoras. Por ejemplo, si se necesitara vincular un PLC con un sistema de control con varios PLC y computadoras. La fabricación integral por computadora (CIM por sus siglas en inglés) es un ejemplo de una extensa red, que involucra una considerable cantidad de máquinas relacionadas entre sí. En este capítulo se explica cómo se establece la comunicación de datos entre computadoras, ya sea que se trate de una comunicación entre dos computadoras, o dentro de una extensa red integrada por computadoras enlazadas entre sí. También, se explican las formas de las interfaces de comunicación.

Para más detalles sobre comunicación de datos digitales, se recomienda consultar obras como *Data Communication for Engineers* de C.G. Freer (Macmillan, 1992) y *Advanced Electronic Communications Systems* de W. Tomasi (Prentice-Hall, 1994).

## 20.2 Control centralizado, jerárquico y distribuido

En el *control por computadora centralizado* una computadora central controla la totalidad de la planta. La desventaja de este control es que si la computadora llegara a fallar, se pierde el control de toda la

planta. Para evitarlo se utilizan sistemas con dos computadoras. Si falla una de ellas, la otra se hace cargo de todo. El uso de este tipo de sistemas centralizados fue común en las décadas de 1960 y 1970. El avance en los microprocesadores y la reducción de costos de las computadoras ha contribuido a que los sistemas con varias computadoras sean cada vez más comunes, así como al desarrollo de sistemas jerárquicos y distribuidos.

En el *sistema jerárquico* existe una jerarquía entre las computadoras, de acuerdo con las tareas que cada una desempeña. Las computadoras que se encargan de tareas rutinarias están supervisadas por una computadora que tiene la función de toma de decisiones. Por ejemplo, las computadoras que se usan en el control digital directo de sistemas están al servicio de una computadora que se encarga del control de supervisión de todo el sistema. El trabajo se distribuye entre las computadoras, dependiendo de la función de cada una. Las computadoras se especializan en determinadas tareas, unas reciben un tipo de información y otras información distinta.

En los *sistemas distribuidos*, cada uno de los sistemas de cómputo realiza en esencia tareas similares a los demás sistemas de cómputo. En caso de que una de ellas fallara, o se saturara, el trabajo se transfiere a otras computadoras. El trabajo se distribuye entre todas las computadoras y nunca se asigna a computadoras especializadas en una función determinada. Por ello, todas las computadoras necesitan tener acceso a toda la información del sistema.

En la mayoría de los sistemas actuales se combinan sistemas distribuidos y jerárquicos. Por ejemplo, las tareas de medición y de actuación se distribuyen entre varios microcontroladores/computadoras, enlazados entre sí, los cuales constituyen la base de datos de la planta. Éstos se supervisan mediante una computadora para llevar a cabo el control digital directo, o para establecer una secuencia; ésta, a su vez, se supervisa mediante una computadora dedicada al control de la supervisión de la totalidad de la planta. Los siguientes son los niveles característicos del planteamiento anterior:

- Nivel 1. Medición y actuadores
- Nivel 2. Control digital directo y de secuencia
- Nivel 3. Control de supervisión
- Nivel 4. Control y diseño administrativo

Los sistemas distribuidos/jerárquicos tienen la ventaja de que las tareas de muestreo de mediciones y el acondicionamiento de las señales de los sistemas de control se llevan a cabo distribuyéndolas entre diversos microprocesadores. Esto implica una considerable cantidad de señales así como un muestreo muy frecuente. Si se requirieran enlaces de medición adicionales, basta añadir más microprocesadores para aumentar la capacidad del sistema. Es posible que las unidades estén bastante dispersas entre sí, localizadas cerca de la fuente de medición. La falla de una unidad no provoca la falla de todo el sistema.



### 20.2.1 Transmisión de datos en paralelo y en serie

La transmisión de datos se lleva a cabo a través de enlaces de transmisión en paralelo o en serie.

#### 1. Transmisión de datos en paralelo

Por lo general, en una computadora la transmisión de datos se lleva a cabo a través de *rutras de datos en paralelo*. Los buses de datos en paralelo transmiten a la vez 8, 16 o 32 bits; cada bit de datos y cada señal de control dispone de una línea de bus. Por ejemplo, para transmitir los 8 bits de datos de 11000111 se necesitan 8 líneas de datos. El tiempo necesario para transmitir los 8 bits de datos es el mismo que para transmitir un bit de datos, ya que cada bit está en una línea en paralelo. También se necesitan líneas de reconocimiento (ver la sección 18.3.2); el reconocimiento se usa por cada carácter transmitido, requiriendo líneas para indicar que los datos están disponibles para su transmisión y que la terminal receptora está lista para recibir. La transmisión de datos en paralelo permite alcanzar altas velocidades en la transferencia de datos, pero su cableado e interfaces resultan costosos. Por a lo anterior, en lo general se usa sólo cuando las distancias son cortas, o cuando es esencial alcanzar una elevada velocidad de transmisión.

#### 2. Transmisión de datos en serie

Se refiere a la transmisión de datos que, junto con las señales de control, se envían de bit en bit en secuencia, en una misma línea. Para transmitir y recibir datos sólo se necesita una línea de dos conductores. Dado que los bits de una palabra se transmiten de manera secuencial y no simultánea, la velocidad de transferencia de los datos es mucho menor que en el caso de la transmisión de datos en paralelo. Sin embargo, este tipo de transmisión es más barato, ya que requiere una cantidad mucho menor de conductores. Por ejemplo, la comunicación entre los microcontroladores de un automóvil se establece mediante una transmisión de datos en serie. Si no se utilizara este tipo de transmisión, la cantidad de conductores empleados tendría que ser muy grande. En general, la transmisión de datos en serie se usa en todo tipo de conexiones que se establezcan con dispositivos periféricos, excepto las más cortas.

Considere ahora el problema de enviar una secuencia de caracteres a través de un enlace en serie. El receptor requiere conocer dónde inicia y dónde termina un carácter. La transmisión de datos en serie puede ser asíncrona o síncrona. En la *transmisión asíncrona* tanto la computadora emisora como la receptora no están en sincronía, ya que cada una tiene su propia señal de temporización. El tiempo entre uno y otro carácter transmitido es arbitrario. Cada carácter que transmite el enlace está precedido por un bit de inicio para indicar al receptor el inicio de un carácter, seguido de un bit de paro para señalar el final de dicho carácter. Este método tiene la desventaja de que requiere la transmisión de bits adicionales que acompañen a cada uno de los caracteres, lo cual disminuye la eficiencia de la línea para la

transmisión de datos. En la *transmisión sincrónica* no se necesitan bits de inicio ni de paro, puesto que el transmisor y el receptor tienen una señal de temporización común y, por lo tanto, los caracteres siempre inician y terminan en forma automática al mismo tiempo en todos los ciclos.

La *velocidad de transmisión de datos* se mide en bits por segundo. Si un símbolo está formado por un grupo de  $n$  bits y tiene una duración de  $T$  segundos, la velocidad de transmisión de los datos es  $n/T$ . La unidad que se emplea es el *baudio*. La velocidad en baudios es igual a la cantidad de bits transmitidos por segundo, si cada carácter está representado por un solo símbolo. En un sistema que no utiliza pulsos de inicio ni de final, la velocidad en baudios es igual a la velocidad de los bits, pero este no es el caso cuando existen dichos pulsos.

### 20.2.2 Modos de comunicación de datos en serie

La transmisión de datos en serie adopta tres modalidades:

#### 1. *Modo simplex*

La transmisión sólo es posible en una dirección, desde el dispositivo A al dispositivo B; éste no puede transmitir hacia el dispositivo A (figura 20.1a). Imagínese que se trata de una avenida con circulación en un solo sentido. Este método sólo se usa para transmitir a dispositivos, como impresoras; que nunca transmiten información.

#### 2. *Modo semidúplex o unidireccional*

Los datos se transmiten en una dirección a la vez y ésta se puede modificar (figura 20.1b). Las terminales de ambos extremos del enlace pueden cambiar de transmisión a recepción. Así, el dispositivo A puede transmitir al dispositivo B y éste al dispositivo A, pero no al mismo tiempo. Imagine una avenida de dos carriles que está en reparación; un controlador detiene el tráfico de un carril para que avance el tráfico del otro carril. El radio de banda civil (CB) es un ejemplo de modo semidúplex: una persona puede hablar o recibir, pero no ambas cosas a la vez.

#### 3. *Modo dúplex total o bidireccional*

Los datos se transmiten en forma simultánea en ambas direcciones entre los dispositivos A y B (figura 20.1c). Imagine una carretera de dos carriles, en la cual es posible circular en ambas direcciones a la vez. El sistema telefónico es un ejemplo de modo dúplex, ya que una persona puede hablar y escuchar al mismo tiempo.

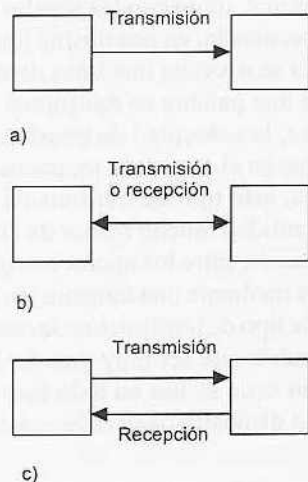
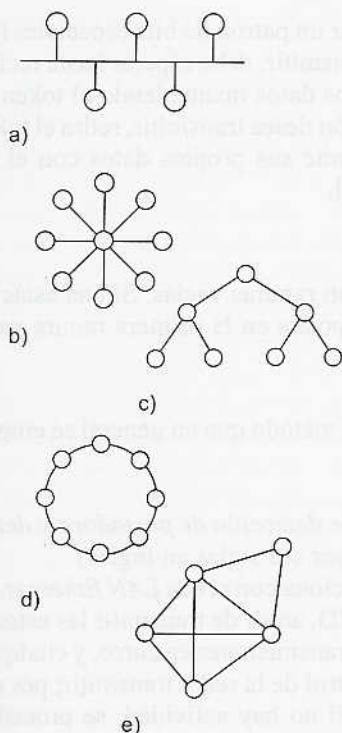


Figura 20.1 Modos de comunicación

## 20.3 Redes

El término *red* se refiere a un sistema en el cual dos o más computadoras/microprocesadores están vinculados e intercambian datos. La configuración lógica del enlace se conoce como *topología* de la red.





**Figura 20.2** Topologías de red: a) bus de datos, b) estrella, c) jerárquica, d) anillo, e) malla

El término *nodo* se refiere al punto de una red donde confluyen una o varias líneas de comunicación, y también al punto mediante el cual una unidad se conecta con las líneas de comunicación. Las topologías de red más comunes son:

#### 1. *Bus de datos*

Consta de un bus lineal (figura 20.2 a) con el cual se conectan todas las estaciones. Con frecuencia, este sistema se utiliza en agrupamientos de terminales multipunto. Es el método preferido cuando las distancias entre los nodos son de más de 100 m.

#### 2. *Estrella*

Esta configuración tiene canales asignados entre cada estación y un anillo conmutador central (figura 20.2b), a través del cual deben pasar todas las comunicaciones. Este tipo de red se utiliza en los sistemas telefónicos de muchas empresas (centrales privadas (PBXs)), en los cuales todas las líneas pasan a través de una central telefónica. Este sistema con frecuencia también se utiliza para conectar terminales remotas y locales con una computadora principal central. La desventaja de este sistema es que si hay una falla en el anillo central, todo el sistema falla.

#### 3. *De jerarquía o de árbol*

Esta configuración consiste en una serie de derivaciones que convergen en forma indirecta en un punto de la parte superior del árbol (figura 20.2c). En este sistema sólo hay una ruta de transmisión entre dos estaciones. La configuración se obtiene con varios sistemas de bus de datos vinculados entre sí. Al igual que el método del bus, se utiliza cuando las distancias entre los nodos rebasan los 100 m.

#### 4. *Anillo*

Es un método muy popular en las redes de área local, y en él cada estación se conecta con un anillo (figura 20.2d). Las distancias entre los nodos por lo general son menores a 100 m. Los datos que se introducen en el sistema de anillo circulan a su alrededor hasta que algún sistema los saca de allí. Todas las estaciones tienen acceso a los datos.

#### 5. *De malla*

En este método (figura 20.2e) no existe una configuración formal para las conexiones entre estaciones, y entre éstas puede haber varias rutas de datos.

El término *red de área local* (LAN) se refiere a redes que se localizan en determinada área geográfica, por ejemplo, un edificio o un conjunto de edificios. La topología en general es de bus, estrella o anillo. Una *red de área amplia* es la que interconecta computadoras, terminales y redes de área local a nivel nacional o internacional. En este capítulo se estudian en principio las redes de área locales.

### 20.3.1 Control de acceso a la red

Los métodos para controlar el acceso a una red son necesarios para garantizar que sólo un usuario de la red pueda transmitir en cualquier momento. Los métodos empleados son los siguientes:

1. *Paso por token*

En este método se hace circular un patrón de bits especiales (token). Si una estación desea transmitir, debe esperar hasta recibir el token; entonces transmite los datos manteniendo el token en su extremo final. Si otra estación desea transmitir, retira el token del paquete de datos y transmite sus propios datos con el token añadido a su extremo final.

2. *Paso por ranura*

En este caso, lo que circula son ranuras vacías. Si una estación desea transmitir datos, los deposita en la primera ranura vacía que aparezca.

Para las redes de bus o de árbol, el método que en general se emplea es:

3. *Método de acceso múltiple por detección de portadora y detección de colisión (CSMA/CD por sus siglas en inglés)*

En general este método se relaciona con el *bus LAN Ethernet*. En el método de acceso CSMA/CD, antes de transmitir las estaciones están pendientes de otras transmisiones en curso, y cualquier estación puede obtener el control de la red y transmitir; por ello el término acceso múltiple. Si no hay actividad, se procede a transmitir. Si hay actividad, el sistema debe esperar hasta que no exista ninguna actividad. A pesar de la escucha necesaria antes de transmitir, es posible que dos o más sistemas empiecen a transmitir al mismo tiempo y causar la colisión de los datos transmitidos por el bus. Esto provoca la corrupción de los datos.

### 20.3.2 Banda ancha y banda de base

El término *transmisión de banda ancha* se refiere a una red en la cual la información se modula y transporta en una portadora de radiofrecuencia, que se transmite a través de un medio como el cable coaxial. La topología típica de las redes de área local de banda ancha es un bus con derivaciones. La transmisión de banda ancha permite transmitir en forma simultánea varias portadoras de radio frecuencia moduladas, por lo que ofrece capacidad para varios canales. El término *transmisión en banda de base* se utiliza cuando la información digital pasa de manera directa a través de un medio de transmisión. Las redes de transmisión de banda de base sólo aceptan una señal de información a la vez. Las LAN puede ser tanto de banda de base como de banda ancha.

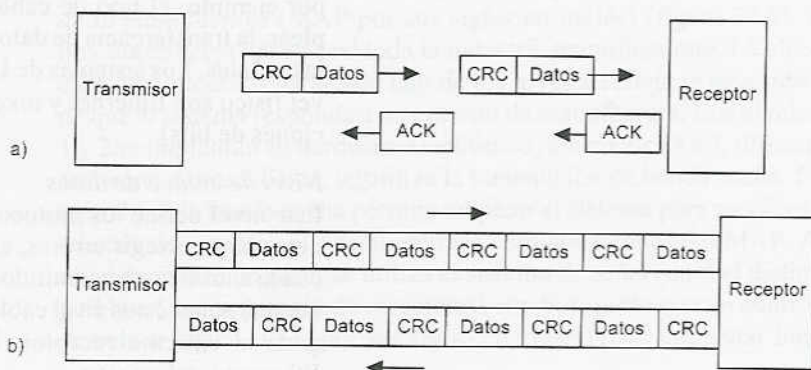


## 20.4 Protocolos

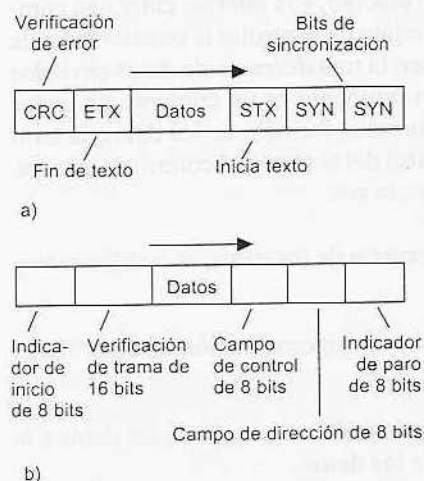
Los datos transmitidos contienen dos tipos de información. Uno de ellos son los datos que la computadora envía a otra; el otro es información denominada *datos de protocolo*, y la interfaz entre una computadora y la red la utiliza con objeto de controlar la transferencia de los datos a través de la red, o bien la transferencia de datos enviados de la red a la computadora. Un protocolo es un conjunto de reglas formales mediante las que se norma el formato de los datos, la temporización, la secuencia, el control del acceso y el control de errores. Los tres elementos de un protocolo son:

1. *Sintaxis*, la cual define el formato de los datos, la codificación y los niveles de señal.
2. *Semántica*, la cual se ocupa de la sincronización, el control y el manejo de errores.
3. *Temporización*, la cual se refiere a la secuencia de los datos y la selección de la velocidad de los datos.

Cuando un transmisor se comunica con un receptor, ambos deben utilizar idéntico protocolo; por ejemplo, dos microcontroladores que intercambian datos transmitidos en serie. En la comunicación simple o unidireccional, el transmisor sólo envía el bloque de datos en forma directa al receptor. En cambio, en la comunicación semidúplex, cada bloque de datos transmitidos, si es válido, debe ser reconocido (ACK) por el receptor antes del envío del siguiente bloque de datos, (figura 20.3a); si se considera que dicho paquete no es válido, se envía una señal NAK, o de reconocimiento negativo. Es decir, la transmisión de los datos no se puede llevar a cabo de manera ininterrumpida. Los bits de la *verificación de redundancia cíclica* (CRC por sus siglas en inglés) son un medio para detectar errores; y se transmiten de inmediato después del bloque de datos. Los datos se transmiten como un número binario, y en el transmisor, se divide entre un número y el residuo obtenido se emplea como código de la verificación cíclica. Los datos de entrada que llegan al receptor, incluido el CRC, se dividen entre el mismo número y, si en la señal no hay errores, el residuo que se obtiene es de cero. En el modo bidireccional o dúplex total (figura 20.3b) es posible enviar y recibir datos de manera continua.



**Figura 20.3** Protocolos:  
a) unidireccional o semidúplex, b)  
bidireccional o dúplex total



**Figura 20.4** a) Protocolo bisíncrono, b) HDLC

## 20.5 Modelo de comunicación de interconexión de sistemas abiertos

En todo paquete enviado es necesario incluir información sobre los protocolos. Por ejemplo, en una transmisión asíncrona están presentes caracteres que indican el inicio y el final de los datos. En la transmisión síncrona y el *protocolo Bisync*, o bisíncrono, una secuencia de bits de sincronización precede al bloque de datos, por lo general el carácter SYN del código ASCII (figura 20.4a). El receptor utiliza los caracteres SYN para realizar la sincronización de los caracteres, y así preparar al receptor para recibir datos en agrupamientos de 8 bits. El MC6852 de Motorola es un adaptador síncrono de datos en serie (SSDA por sus siglas en inglés) diseñado para trabajar con microprocesadores 6800, y constituye una interfaz de comunicaciones en serie síncrona en la que se utiliza el protocolo Bisync. Es similar al adaptador de interfaz de comunicaciones asíncronas descrito en la sección 18.5. Otro protocolo es el de *control de enlace de datos de alto nivel* (HDLC por sus siglas en inglés). Éste es un protocolo bidireccional en el que el inicio y el final de un mensaje se indican mediante el patrón de bits 01111110. Los campos de dirección y control aparecen después del indicador de inicio. La dirección indica la dirección de la estación de destino; el campo de control define si la trama es de supervisión, de información o si no cuenta con numeración. A continuación del mensaje aparece una secuencia de verificación de trama de 16 bits, la cual se utiliza para una verificación de redundancia cíclica (CRC). El 6854 de Motorola es un ejemplo de un adaptador de interfaz en serie que utiliza el protocolo HDLC.

Es necesaria la presencia de protocolos de comunicación a diversos niveles. La Organización Internacional para la Reglamentación de Normas Operativas (ISO por sus siglas en inglés) definió un sistema de protocolo estándar de siete niveles denominado *modelo de comunicación de interconexión de sistemas abiertos* (OSI por sus siglas en inglés). Este modelo es un marco de referencia para diseñar un sistema coordinado de normas. Los niveles son:

### 1. Nivel físico

Este nivel describe los medios para transmitir bits a las componentes físicas de la red, así como desde éstas a otros destinos. Este nivel se ocupa de cuestiones relacionadas con el hardware; por ejemplo, el tipo de cables y conectores que se deben emplear, la transferencia de datos de sincronización y los niveles de las señales. Los sistemas de LAN que en general se definen a nivel físico son Ethernet y token ring (red en anillo de configuraciones de bits).

### 2. Nivel de enlace de datos

Este nivel define los protocolos para enviar y recibir mensajes, detectar y corregir errores, así como para dar la secuencia adecuada a los datos transmitidos. Se ocupa de empaquetar datos en paquetes, poner éstos en el cable, extraerlos de éste cuando han llegado al extremo receptor. En este nivel también se definen Ethernet y token ring.



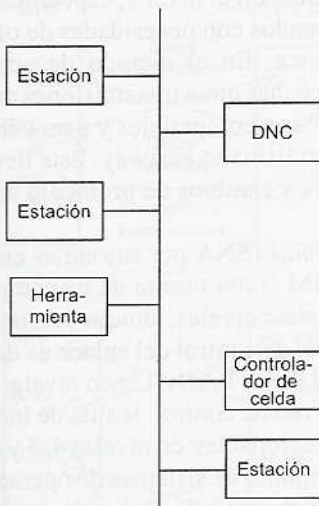


Figura 20.5 MAP

### 3. Nivel de red

Se ocupa de las rutas de comunicación y el direccionamiento, del enrutamiento y control de mensajes en la red, así como garantizar que los mensajes lleguen a su destino. Los protocolos de nivel de red que en general se utilizan son el Protocolo Internet (IP) y el Intercambio de Paquetes Internetwork de Novell (IPX).

### 4. Nivel de transportación

Proporciona la transportación confiable de extremo a extremo de un mensaje. Se ocupa del establecimiento y mantenimiento de la conexión entre el transmisor y el receptor. Los protocolos de transportación más comunes son el protocolo de Control de Transmisión Internet (de redes interconectadas) (TCP) y el Intercambio de Paquetes en Secuencia (SPX) de Novell.

### 5. Nivel de sesión

Se ocupa del establecimiento de diálogos entre procesos de aplicaciones, interconectados a través de la red. Su responsabilidad es determinar cuándo activar o desactivar la comunicación entre dos estaciones.

### 6. Nivel de presentación

Este nivel se ocupa de que los datos codificados que se transmitan tengan una forma que permita al usuario su manejo.

### 7. Nivel de aplicación

Este nivel proporciona al usuario una función para el procesamiento de la información y servicios específicos para aplicaciones. Ofrece funciones como transferencia de archivos o correo electrónico, las cuales utilizan una estación para comunicarse con otros sistemas de la red.

## 20.5.1 Normas utilizadas en las redes

Existen diversos tipos de normas de red basadas en el modelo de niveles OSI, cuyo empleo es muy común. Algunos ejemplos son:

En los Estados Unidos de Norteamérica, al automatizar sus labores de manufactura, la empresa General Motors detectó problemas con el equipo que se le suministraba, ya que los protocolos de éste eran diferentes de los suyos. Por ello la empresa diseñó un sistema de comunicación estándar de aplicaciones para la automatización fabril. Esta norma se conoce como *protocolo para la automatización de la manufactura* (MAP por sus siglas en inglés) (figura 20.5), y hoy día es aceptada en casi toda la industria manufacturera. La elección de protocolos para cada uno de los niveles refleja la necesidad de que el sistema responda a un entorno de manufactura. Los niveles 1 y 2 se implantan en hardware electrónico, los niveles 3 a 7, utilizan software. A nivel físico, se utiliza la transmisión de banda ancha. El método de la banda ancha permite emplear el sistema para servicios, además de aquellos que requieren las comunicaciones del MAP. A nivel de enlace de datos se utiliza el sistema de señal (unidad distinguible en una secuencia de caracteres) con bus, junto con un control de enlace lógico (LLC por sus siglas en inglés) para implantar fun-





Figura 20.6 SNA

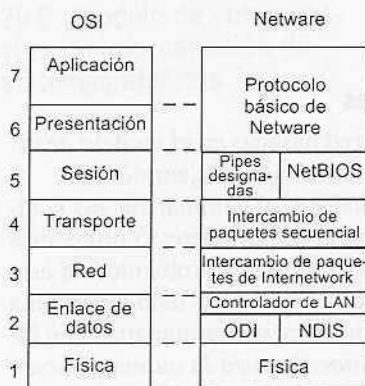


Figura 20.7 Netware

ciones como verificación de error, etcétera. Para los otros niveles se utilizan normas ISO. En el nivel 7, el MAP incluye los servicios de mensajes de manufactura (MMS por sus siglas en inglés), aplicación que se utiliza en las comunicaciones de la fábrica, y en la cual se define la interacción entre los controladores lógicos programables y las máquinas o robots controlados de manera numérica.

El *protocolo técnico y de oficina* (TOP, por sus siglas en inglés), es una norma elaborada por Boeing Computer Services. Tiene mucho en común con el MAP, pero su implantación es de menor costo, pues se trata de un sistema de banda de base. Difiere del MAP en los niveles 1 y 2, y utiliza la señal con un anillo, o el método de acceso múltiple por detección de portadora y de colisión (CSMA/CD por sus siglas en inglés) con una red de bus. En el nivel 7, especifica los protocolos para aplicaciones relacionados con necesidades de oficina, no con requerimientos de fábrica. En el método de acceso CSMA/CD, las estaciones deben escuchar otras transmisiones antes de transmitir. Las redes TOP y MAP son compatibles y para conectarlas entre sí se utiliza un dispositivo llamado gateway. Éste lleva a cabo las conversiones de direcciones y cambios de protocolo apropiados.

La *arquitectura de redes de sistemas* (SNA por sus siglas en inglés) es un sistema diseñado por IBM como norma de diseño para sus productos. El SNA se divide en siete niveles, aunque no son los mismos del OSI (figura 20.6). El nivel de control del enlace de datos acepta el protocolo de anillo de señal de las LANs. Cinco niveles del SNA se integran en dos paquetes: la red de control de ruta de los niveles 2 y 3 y las unidades de red direccionables en niveles 4, 5 y 6.

El *Novell Netware* describe un conjunto de sistemas de operación de redes de área local; éste incluye Netware Lite, utilizado en redes igual a igual, en las que hay de dos a unas dos docenas de usuarios; Netware 3.x para LANs de un solo servidor que manejan cientos de usuarios y Netware 4.x, que es un esquema de operación de red a nivel empresarial. La figura 20.7 muestra como se relacionan el conjunto de protocolos de Netware con los niveles del OSI. El protocolo básico determina los procedimientos para transmitir información a un servidor y a sus clientes en una LAN de Netware. Se utilizan pipes designadas como interfaz entre procesos que se llevan a cabo en computadoras distintas. El sistema de entrada y salida básico Network (NetBios por sus siglas en inglés) es una interfaz para programas de aplicación. El intercambio de paquetes en secuencia (SPX por sus siglas en inglés) define los protocolos para enviar mensajes de un extremo de la red al otro. El intercambio de paquetes internetwork de Novell (IPX por sus siglas en inglés) es un protocolo de interconexión de redes de igual a igual. La interfaz de enlace de datos abierto (ODI por sus siglas en inglés) y las especificaciones para la interfaz del controlador de red (NDIS por sus siglas en inglés) definen los protocolos para enviar y recibir información entre unidades conectadas entre sí en forma directa. A nivel físico, Netware maneja tecnologías como Ethernet y token ring.



## 20.6 Interfaces de comunicación

El intercambio de datos entre un dispositivo y otro se realiza ya sea mediante comunicaciones en serie o en paralelo. En el primer caso, la norma básica es RS-232. En el segundo, las normas más comunes son la *interfaz paralela Centronics* y el *bus de interfaz de uso general* (GPIO por sus siglas en inglés) (IEEE-488).

### 20.6.1 Interfaz para comunicación en serie

La interfaz en serie de mayor uso es la RS-232; la Cámara Estadounidense de la Industria Electrónica definió esta interfaz por primera vez en 1962. Esta norma se refiere al equipo terminal de datos (DTE por sus siglas en inglés) que envía y recibe datos a través de la interfaz, por ejemplo, un microcontrolador y al equipo terminal de circuito de datos (DCE por sus siglas en inglés) que consiste en dispositivos que permiten llevar a cabo la comunicación; un ejemplo típico es el de un módem, el cual constituye un vínculo esencial entre una microcomputadora y una línea telefónica analógica común.

Las señales RS-232 se clasifican en tres categorías.

#### 1. Datos

El RS-232 proporciona dos canales de datos en serie independientes, conocidos como primario y secundario. Ambos canales se utilizan para la operación bidireccional o dúplex total.

#### 2. Control del reconocimiento

Las señales de reconocimiento se usan para controlar el flujo de los datos en serie a través de la ruta de comunicación.

#### 3. Temporización

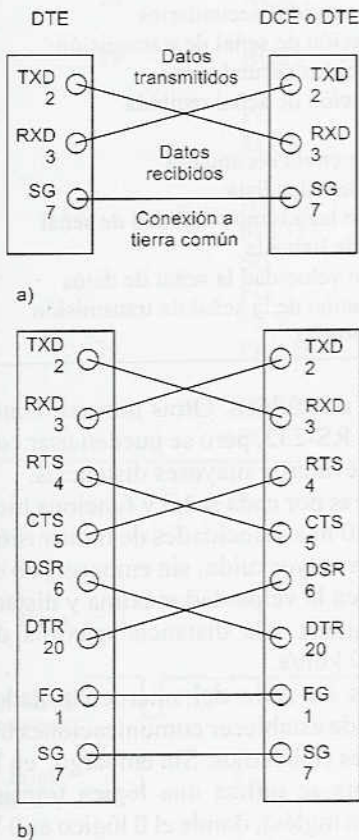
Para una operación síncrona es necesario proporcionar señales de temporización entre transmisores y receptores.

La tabla 20.1 indica los números de las terminales del RS-232C, así como las señales para las cuales cada una de ellas se utiliza; no todas las terminales ni todas las señales se emplean en determinada configuración. El cable de tierra de señal se usa como ruta de regreso.

Como conexión con un puerto en serie RS-232C se utiliza un conector tipo D de 25 terminales; por lo general, para los cables se utiliza un conector macho y para DCE o DTE, un enchufe hembra.

Para el enlace bidireccional más sencillo, sólo se requieren las líneas 2 y 3 para datos transmitidos y recibidos, respectivamente, así como la tierra de señal (7) (figura 20.8a). De esta manera, la conexión mínima se realiza mediante un cable de tres alambres. En una configuración sencilla que consta de una computadora personal (PC) enlazada a una unidad de presentación visual (VDU por sus siglas en inglés), se utilizan las terminales 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 20 (figura 20.8b). Las señales enviadas por las terminales 4, 5, 6 y 20 se usan para verificar que el extremo receptor esté listo para recibir una señal; el extremo transmisor está listo para enviar y los datos están listos para su envío.

RS-232 está limitada respecto a las distancias para las que se puede emplear, ya que el ruido limita la transmisión de una cantidad elevada de bits por segundo cuando la longitud del cable rebasa 15 m.



**Figura 20.8** Conexiones RS-232:

- a) configuración mínima,
- b) conexión con una PC

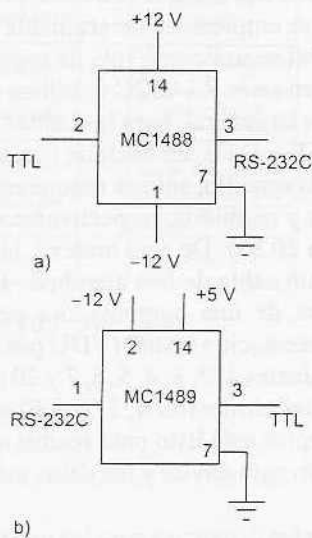
**Tabla 20.1** Asignaciones de las terminales de RS-232

Terminal	Abreviatura	Dirección	Señal/función
1	FG		Trama/tierra de protección
2	TXD	Al DCE	Datos transmitidos
3	RXD	Al DTE	Datos recibidos
4	RTS	Al DCE	Petición de envío
5	CTS	Al DTE	Listo para enviar
6	DSR	Al DTE	DCE listo
7	SG		Tierra de señal/retorno común
8	DCD	Al DTE	Detector de línea recibida
12	SDCD	Al DTE	Detector de señal de línea recibida secundaria
13	SCTS	Al DTE	Listo para enviar secundario
14	STD	Al DCE	Datos transmitidos secundarios
15	TC	Al DTE	Temporización de señal de transmisión
16	SRD	Al DTE	Datos recibidos secundarios
17	RC	Al DTE	Temporización de señal recibida
18		Al DCE	Lazo local
19	SRTS	Al DCE	Petición de envío secundaria
20	DTR	Al DCE	Terminal de datos lista
21	SQ	Al DEC/DTE	Detector de lazo remoto/calidad de señal
22	RI	Al DTE	Indicador de llamada
23		Al DEC/DTE	Selector de velocidad la señal de datos
24	TC	Al DCE	Temporización de la señal de transmisión
25		Al DTE	Modo de prueba

La velocidad máxima de datos es de 20 bit/s. Otras normas, como RS-422 y RS-485, son similares al RS-232, pero se pueden usar con velocidades de transmisión más elevadas y mayores distancias.

El RS-422, utiliza un par de líneas por cada señal y funciona bien hasta una distancia máxima de 1220 m a velocidades de transmisión de hasta 100 bit/s y en entornos con mayor ruido; sin embargo, no es posible obtener en forma simultánea la velocidad máxima y distancia máxima. El RS-485 puede cubrir una distancia máxima de 1220 m y velocidades de hasta 100 kbit/s.

La interfaz de comunicaciones en serie del microcontrolador MC68HC11 de Motorola es capaz de establecer comunicaciones bidireccionales a diversas velocidades en baudios. Sin embargo, en la entrada y la salida de este sistema se utiliza una lógica transistor-transistor (TTL por sus siglas en inglés), donde el 0 lógico es 0 V y el 1 lógico es +5 V. Las normas del RS-232C son +12 V para el 0 lógico y -12 V para el 1 lógico. Por ello es necesario convertir los niveles de la señal, para lo cual se utilizan dispositivos de circuito integrado como el MC1488 para la conversión de TTL a RS-232C y MC1489 para la conversión de RS-232C a TTL (figura 20.9).

**Figura 20.9** Conversión de nivel

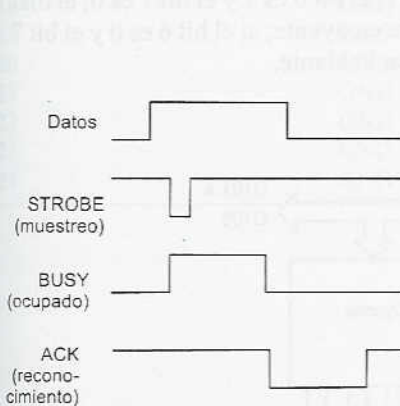
## 20.6.2 Interfaz paralela Centronics

La interfaz paralela Centronics en general se utiliza como interfaz en paralelo con una impresora. La tabla 20.2 muestra la asignación para cada entrada; en este caso se utiliza un conector Amphenol de 36 vías.



**Tabla 20.2** Asignación de las terminales de Centronics

Terminal de la señal	Terminal de retorno	Señal	Función
1	19	STROBE	Pulso de muestreo para leer datos que entran
2	20	DATA 1	Bit de datos 1 (LBS)
3	21	DATA 2	Bit de datos 2
4	22	DATA 3	Bit de datos 3
5	23	DATA 4	Bit de datos 4
6	24	DATA 5	Bit de datos 5
7	25	DATA 6	Bit de datos 6
8	26	DATA 7	Bit de datos 7
9	27	DATA 8	Bit de datos 8 (MSB)
10	28	ACK	Pulso de reconocimiento para indicar que se recibieron los datos y que la impresora está lista para nuevos datos
11	29	BUSY	Impresora ocupada; una señal alta indica que la impresora no puede recibir datos
12		PO	Aumenta de valor cuando la impresora se queda sin papel
13		SLCT	Selección de estado; con valor alto cuando la impresora se puede comunicar; bajo, cuando no puede comunicarse
14		AUTO FEED	Alimentación automática de línea, si el valor es bajo se añade una alimentación de línea a un retorno de carro
16		SG	Tierra de señal
17		FG	Tierra de cuadro o trama
18		+5 V	
31	30	PRIME	Se usa para poner en cero la impresora; con valor bajo se restablece la impresora
32		ERROR	Línea de estado de error; bajo cuando la impresora detecta un error
33		SG	Tierra de la señal

**Figura 20.10** Señales de reconocimiento

La computadora o el microcontrolador envían un pulso de muestreo cada vez que envía datos a la impresora (figura 20.10). Para el reconocimiento se utilizan dos señales de la impresora, ACK y BUSY. Cuando la impresora recibe el impulso de muestreo define su línea BUSY con un valor alto; una vez recibidos los datos, devuelve un pulso de reconocimiento para indicar que está lista para recibir más datos y define a BUSY con un valor bajo. Los niveles de señal que utiliza la interfaz de Centronics corresponden a los de la lógica transistor-transistor (TTL).

### 20.6.3 Bus de interfaz de uso general (GPIB)

La interfaz estándar más común en las comunicaciones de tipo general en paralelo es el *bus de interfaz de uso general* (GPIB por sus siglas en inglés), el estándar IEEE-488, creado por Hewlett Packard para interconectar sus computadoras e instrumentos, por lo que también se le conoce como el *bus de instrumentación de Hewlett Packard*. Al dispositivo conectado al bus se le denomina oyente, hablante o controlador, dependiendo de su función. Los oyentes son los dispositivos que reciben datos del bus; los hablantes colocan datos en el bus cuando se les solicita; los controladores manejan el flujo de datos a través del bus, enviando comandos tanto a hablantes como a

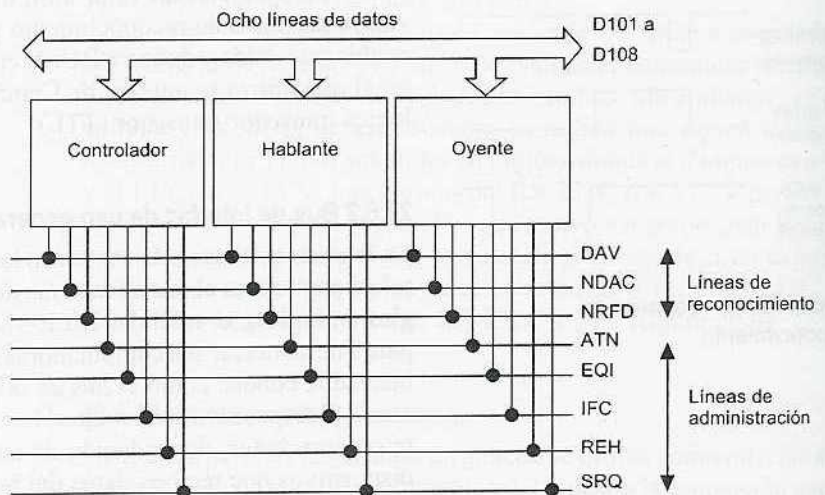
oyentes y realiza muestreos para determinar qué dispositivos están activos. En la interfaz hay en total 24 líneas (figura 20.11):

1. Ocho líneas bidireccionales transportan datos y comandos a los diversos dispositivos conectados al bus.
2. Cinco líneas para las señales de control y de estado.
3. Tres líneas para el reconocimiento entre los dispositivos.
4. Ocho líneas que son de retorno por tierra.

La tabla 20.3 lista las funciones de las líneas y sus respectivos números de conexión en un conector tipo D de 25 vías. Es posible conectar al bus hasta 15 dispositivos al mismo tiempo; cada dispositivo tiene su propia dirección.

El bus de datos en paralelo de 8 bits transmite datos, un byte de 8 bits a la vez. Cada vez que se transfiere un byte, el bus realiza un ciclo de reconocimiento. Todos los dispositivos del bus tienen su propia dirección.

Para señalar los comandos enviados por el controlador se utiliza un valor bajo en la Línea de Atención (ATN). Los comandos se envían a dispositivos determinados, colocando las direcciones en las líneas de datos; las direcciones de los dispositivos se envían a través de las líneas de datos mediante palabras de 7 bits en paralelo; los 5 bits menores contienen la dirección del dispositivo y los 2 bits restantes, la información de control. Si ambos bits son 0, los comandos se envían a todas las direcciones; si el bit 6 es 1 y el bit 7 es 0, el dispositivo direccionado se convierte en oyente; si el bit 6 es 0 y el bit 7 es 1, el dispositivo se convierte en hablante.



**Figura 20.11** Estructura del bus GPIB



Tabla 20.3 Sistema de bus 488 IEEE

Terminal	Grupo de señales	Abreviatura	Función
1	Datos	D101	Línea de datos 1
2	Datos	D102	Línea de datos 2
3	Datos	D103	Línea de datos 3
4	Datos	D104	Línea de datos 4
5	Administración	EOI	Fin o Identificación. Se utiliza tanto para indicar el fin de la secuencia de un mensaje de un dispositivo hablante como para que el controlador solicite a un dispositivo que se identifique
6	Reconocimiento	DAV	Datos válidos. Cuando el nivel es bajo en esta línea, la información del bus de datos es válida y aceptable
7	Reconocimiento	NRFD	No está lista para los datos. Los dispositivos oyentes utilizan esta línea con un valor alto para indicar que están listos para aceptar datos
8	Reconocimiento	NDAC	Datos no aceptados. Los oyentes utilizan esta línea con un valor alto para indicar que se aceptan datos
9	Administración	IFC	Puesta a cero de interfaz. Con esta señal el controlador restablece todos los dispositivos del sistema al estado de inicio
10	Administración	SRQ	Petición de servicio. Los dispositivos la utilizan para indicar al controlador que requieren atención
11	Administración	ATN	Atención. El controlador utiliza esta señal para indicar que en las líneas de datos se coloca un comando
12		SHIELD	Protección
13	Datos	D105	Línea de datos 5
14	Datos	D106	Línea de datos 6
15	Datos	D107	Línea de datos 7
16	Datos	D108	Línea de datos 8
17	Administración	REN	Activación remota. Éste habilita a un dispositivo para indicar que se debe utilizar para su activación un control remoto, no su propio tablero de control
18		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con DAV)
19		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con NRFD)
20		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con NDAC)
21		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con IFC)
22		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con SRQ)
23		GND	Tierra/conexión común (cable de par trenzado con ATN)
24		GND	Tierra de la señal

Para el reconocimiento se utilizan las líneas DAV, NRFD y NDAC; las tres garantizan que el hablante sólo hablará cuando haya oyentes que lo escuchen (figura 20.12). Cuando un escucha está listo para aceptar datos, NRFD adopta un valor alto. Cuando los datos están colocados en la línea, el valor de DAV es bajo para notificar a los dispositivos que los datos están disponibles. Cuando un dispositivo acepta una palabra de datos, define como alto el valor de NDAC, para indicar que acepta los datos, y el de NRFD como bajo, para señalar que en ese momento no está listo para aceptar datos. Cuando todos los oyentes han definido como alto el valor de NDAC, el hablante cancela la señal de datos válidos, y el valor de DAV se vuelve

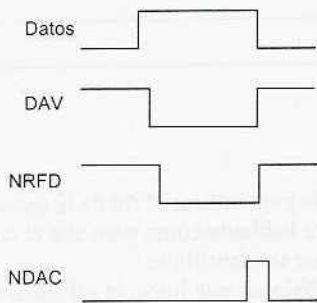


Figura 20.12 Reconocimiento

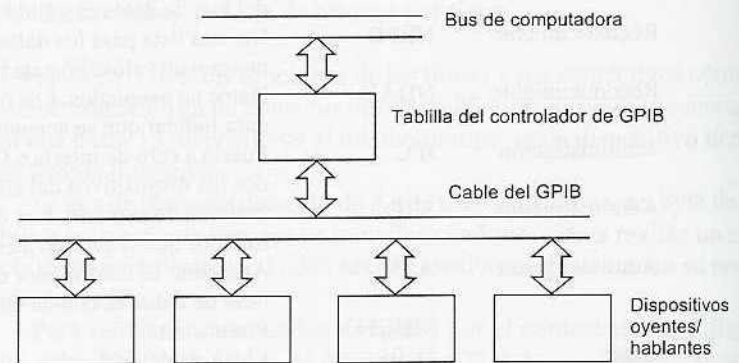


Figura 20.13 Hardware de GPIB

#### 20.6.4 Buses para computadoras personales

El bus de una computadora se usa para conectar la CPU con los puertos de entrada/salida u otros dispositivos; el tipo de bus depende del microprocesador que se utilice. Por ejemplo:

1. El *bus de la computadora XT* se introdujo en 1983 para transferir datos de 8 bits en computadoras IBM PC/XT y compatibles.
2. El *bus AT*, también conocido como el bus para la *arquitectura estándar industrial* (ISA por sus siglas en inglés), se introdujo más tarde para transferencias de 16 bits en computadoras IBM PC y compatibles que contaban con microprocesadores 80286 y 80386. El bus AT es compatible con el bus XT, por lo que es posible utilizar tablillas XT en las ranuras del bus AT.
3. El *bus para arquitectura estándar industrial ampliado* (EISA por sus siglas en inglés) se diseñó para hacerlo compatible con las transferencias de datos de 32 bits en las computadoras IBM PC y compatibles con microprocesadores 80386 y 80486.
4. El *bus de arquitectura de micro-canal* (MCA por sus siglas en inglés) es un bus de transferencia de datos de 16 o 32 bits utilizado en computadoras personales Sistema/1 (PS/2) de IBM. Las tablillas que se utilizan para este bus no son compatibles con las tablillas PC/XT/AT.
5. El *NuBus* es el bus de 32 bits que usan las computadoras Macintosh II de Apple.



6. El *S-bus* es el bus de 32 bits que se usa en las estaciones SPARC de Sun Microsystem.
7. El *TURBOchannel* es el bus de 32 bits que se emplea en las estaciones de trabajo 5000 de DECstation.
8. El *bus VME* es el bus creado por Motorola para utilizarlo en su sistema de 32 bits basado en el microprocesador 68000. Sin embargo, este bus se utiliza actualmente ampliamente en otros sistemas de cómputo como bus de sistemas de instrumentación.

Los anteriores se conocen como *buses de la matriz de conectores*; el término matriz de conectores se refiere a la tablilla (figura 20.14) en la que se enchufan los conectores; en dicha matriz se enchufan tablillas de circuito impreso que mediante las cuales se realiza una determinada función, por ejemplo, la de memoria. La matriz de conectores suministra las señales de datos, dirección y bus a cada tablilla. De esta manera permite la ampliación de los sistemas mediante tablillas listas para funcionar sin necesidad de hacer modificaciones. Estos buses de cómputo se deben conectar, a través de una interfaz a las tablillas de adquisición de datos, así como a las de interfaz de instrumentos y dispositivos periféricos. Existen diversas configuraciones de tablillas para adquisición de datos y tablillas de instrumentos, según la computadora que se vaya a utilizar.

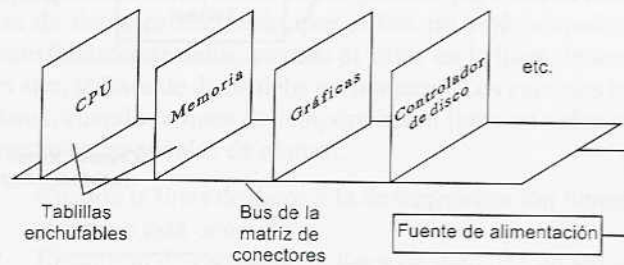


Figura 20.14 Bus de la matriz de conectores

### 20.6.5 VXIbus

El *VME bus* fue diseñado por Motorola para su sistema de 32 bits basado en el microprocesador 68000. El *VXI bus* (Extensiones VME para instrumentación) es una extensión de la especificación del VMEbus, diseñado para aplicaciones de instrumentación, como equipo automático para pruebas, el cual requiere una velocidad en las comunicaciones mucho mayor que la que se puede obtener con el bus GPIB. También permite obtener mejor sincronización y activación; y como lo diseñó un consorcio de fabricantes de instrumentos, garantiza la operabilidad entre los productos de diversas compañías. El sistema cuenta con tablillas VXI que se enchufan a una computadora principal. La figura 20.15 muestra diversas configuraciones de sistema que es posible utilizar. En la figura 20.15a una computadora principal VXI se conecta con un controlador externo, una computa-

dora, a través de un enlace GPIB. El controlador habla a través de este enlace, utilizando un protocolo GPIB en una tablilla de interfaz del chasis, la cual traduce el protocolo GPIB al protocolo VXI. De esta manera, para el controlador los instrumentos VXI equivalen a instrumentos GPIB y permite que éstos se programen utilizando métodos GPIB. La figura 20.15b muestra la computadora que está integrada al chasis VXI. Esta opción ocupa el espacio físico mínimo en el sistema y permite a la computadora utilizar en forma directa el bus VXI. La figura 20.15c muestra un sistema de alta velocidad por cable especial, el MXIbus, para enlazar la computadora y el chasis VXI; es 20 veces más rápida que la GPIB.

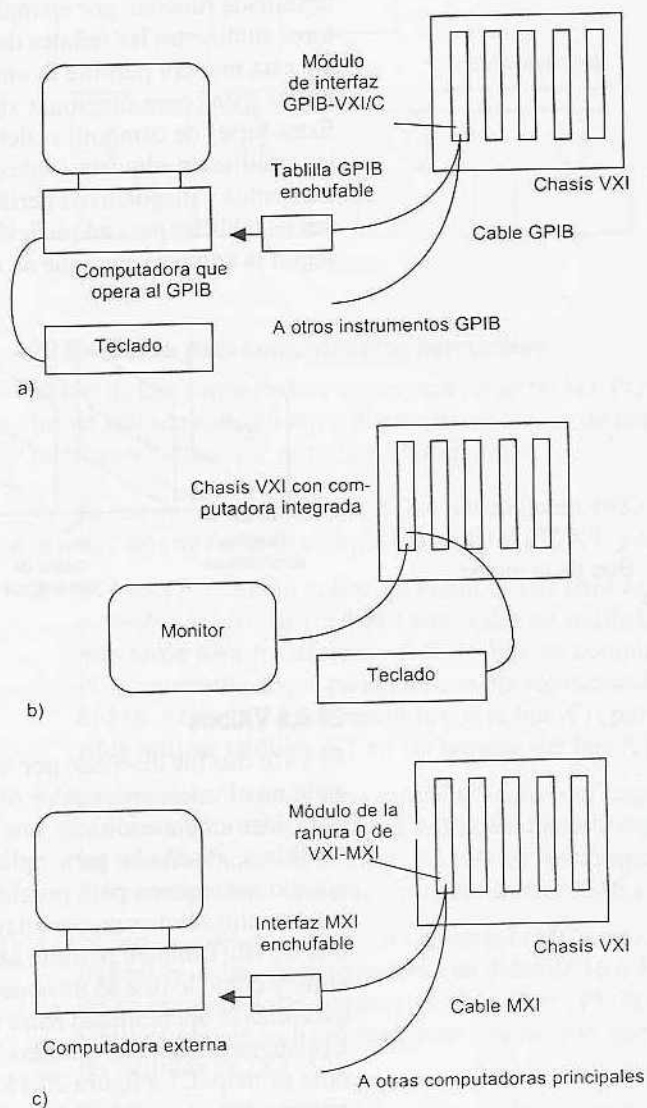


Figura 20.15 Opciones de VXI



### 20.6.6 El bus I<sup>2</sup>C

El *bus de intercomunicación con CI*, más conocido como bus I<sup>2</sup>C, es el bus de datos diseñado por Philips para la comunicación entre circuitos integrados o módulos. A través de este bus los dispositivos intercambian datos e instrucciones, con sólo dos cables, lo que simplifica de manera considerable los circuitos.

Ambas líneas son líneas de datos bidireccionales (SDA) y una línea de temporización (SCL). Las dos líneas se conectan a la fuente de alimentación positiva, a través de resistencias (figura 20.16). El dispositivo que produce el mensaje es el transmisor y el dispositivo que recibe el mensaje, el receptor. El dispositivo que controla la operación del bus es el maestro y los dispositivos que controla el maestro, los esclavos.

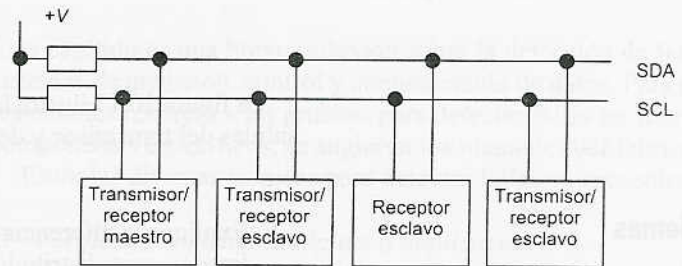


Figura 20.16 Bus I<sup>2</sup>C

El protocolo empleado es el siguiente: para iniciar una transferencia de datos es necesario que el bus no esté ocupado; durante la transferencia de datos, cuando el valor en la línea de temporización es alto, la línea de datos debe permanecer. Los cambios en la línea de datos, cuando la línea de temporización tiene un valor alto se interpretan como señales de control.

1. Cuando la línea de datos y la de temporización tienen valor alto, el bus no está ocupado.
2. El cambio de estado de la línea de datos de un valor alto a uno bajo, cuando el valor del temporizador es alto, define el inicio de la transferencia de los datos.
3. El cambio de estado de la línea de datos de un valor bajo a uno alto, cuando el valor del temporizador es alto, define el paro de la transferencia de los datos.
4. Los datos se transfieren entre las condiciones de inicio y de paro.
5. Después del inicio de la transferencia de datos, la línea de datos es estable durante los periodos altos de la señal de temporización, pero tiene la capacidad de cambiar durante los periodos bajos de la señal de temporización.
6. Sólo hay un pulso de temporización por cada bit de datos transmitidos sin límite en el número de bytes de datos que es posible transmitir entre las condiciones de inicio y de paro; después de cada byte de datos, el receptor envía un reconocimiento a través del noveno bit.
7. El bit de reconocimiento es un valor de alto nivel colocado en el bus por el transmisor; y un valor de bajo nivel por el receptor.





# 21 Localización de fallas

## 21.1 Técnicas para detección de fallas

Este capítulo es una breve reflexión sobre la detección de fallas en sistemas de medición, control y comunicación de datos. Para mayores detalles respecto a las pruebas para detectar fallas en sistemas o componentes específicos, se sugieren los manuales del fabricante.

Entre las diversas técnicas para detectar fallas se encuentran:

### 1. *Verificación mediante réplica o duplicación*

Consiste en replicar o duplicar una actividad y comparar los resultados. Si no hay errores, el resultado deberá ser el mismo. Por ejemplo, con errores transitorios, la operación se repite dos veces y se comparan los resultados, o se duplican los sistemas y se comparan los resultados de ambos. Esta última opción puede resultar costosa.

### 2. *Verificación del valor esperado*

Es común detectar errores de software al verificar la obtención de un valor esperado cuando se utiliza la misma entrada numérica. Si no se obtiene el valor esperado significa que hay un error.

### 3. *Verificación de temporización*

Consiste en observar la temporización de una función, para verificar su ejecución en el tiempo. Estas verificaciones en general se conocen como *temporizadores vigilantes*. Por ejemplo, en un PLC, al iniciar una operación un temporizador también se activa y si la operación no concluye en el tiempo especificado, se interpreta que se ha producido un error. El temporizador vigilante se activa, enciende una alarma y detiene una parte o la totalidad de la planta.

### 4. *Por verificación inversa*

Cuando existe una relación directa entre los valores de entrada y de salida, se toma el valor de la salida y, con base en éste, se calcula el valor correspondiente de la entrada que originó dicha salida. El valor así calculado se compara con el valor real de la entrada.

5. *Por verificación de paridad y de codificación de error*

Este tipo de verificación es común para detectar errores de memoria y de transmisión de datos. Es frecuente que los canales de comunicación estén sujetos a interferencias que pueden alterar los datos que transmiten. Para detectar si un dato está dañado, se añade un bit de paridad a la palabra de datos transmitidos. Este bit se elige para que el número de 1s obtenido en el grupo sea impar (paridad impar), o par (paridad par). Cuando se usa una paridad impar, una vez transmitida la palabra, se verifica que ésta siga siendo impar. Otras formas de verificación consisten en añadir códigos a los datos transmitidos para detectar bits dañados.

6. *Por verificaciones de diagnóstico*

Las verificaciones de diagnóstico se usan para probar el comportamiento de las componentes de un sistema. A dichas componentes se aplican entradas, y las salidas se comparan con las que idealmente se deberían obtener.

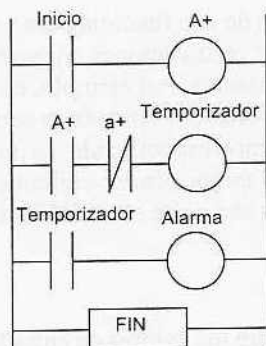
## 21.2 Temporizador vigilante

El temporizador vigilante es en principio un temporizador que el sistema debe restablecer antes de exceder el tiempo asignado. Si el temporizador no se restablece en ese tiempo, se entiende que hay un error.

Como ejemplo de este temporizador la figura 21.1 muestra un programa de escalera sencillo, que proporciona al PLC un temporizador vigilante para una operación que consiste en el desplazamiento de un vástago dentro de un cilindro. Cuando el interruptor de inicio se cierra, el solenoide A+ se activa y el vástago empieza su desplazamiento. También se activa un temporizador. Una vez que el vástago se ha desplazado en su totalidad, abre el sensor de posición a+, lo cual provoca el paro del temporizador. Sin embargo, si a+ no se abre antes del lapso programado, el contacto de éste se cierra y suena una alarma. De esta manera, el temporizador se calibra para 4 s, suponiendo que el vástago se desplaza por completo en ese lapso. Si por el contrario, el vástago se atasca y no logra completar su desplazamiento en dicho lapso, suena la alarma.

Cuando un microprocesador ejecuta instrucciones almacenadas en su memoria, una perturbación eléctrica cercana podría afectar por un momento al bus de datos del procesador y acceder un byte equivocado. En forma alterna, un error de software podría causar problemas en el procesador cuando éste regresa de ejecutar una subrutina. A consecuencia de estos errores, el sistema puede detenerse totalmente, con posibilidad de causar graves daños a los actuadores que están bajo el control del microprocesador. Para evitar que esto suceda en sistemas de crucial importancia, se utiliza un temporizador vigilante para restablecer al microprocesador.

Como ejemplo del uso de temporizadores vigilantes internos de sistemas basados en microprocesadores, considere el caso del microcontrolador MC68HC11, el cual incluye un temporizador vigilante interno denominado *correcto funcionamiento de la computa-*



**Figura 21.1** Programa del temporizador vigilante



*dora* (COP por sus siglas en inglés), para detectar errores en el procesamiento del software. Cuando el temporizador COP ha iniciado, el programa principal debe restablecerlo en forma periódica, antes de que transcurra cierto tiempo. Si el tiempo asignado al temporizador vigilante transcurre antes de fijarlo para que empiece de nuevo la temporización, ocurre un restablecimiento por falla del COP. Para restablecer a tiempo cero el temporizador COP, en su registro de restablecimiento (COPRST) se escribe \$55 (0x55 en lenguaje C) en la dirección \$103A (0x103A), y escribiendo después en el programa \$AA (0xAA) para poner en cero el temporizador COP. Si el programa se queda "atorado" entre las dos instrucciones y transcurre el tiempo asignado al COP, se procede a ejecutar la rutina de restablecimiento por falla del COP. Las líneas del programa en lenguaje ensamblador son las siguientes:

LDA	#55	; temporizador de restablecimiento
STA	\$103A	; se escribe 55 en COPRST
		; otras líneas de programa
LDA	#AA	; puesta en cero del temporizador
STA	\$103A	; se escribe AA en COPRST

El periodo de funcionamiento del COP se configura definiendo CR1 y CR2, ya sea igual a 0 o igual a 1, en el registro OPTION, dirección \$1039 (0x1039). Por ejemplo, si CR1 se define como 0 y CR2 como 0, se define un lapso de temporización igual a 16.384 ms; si CR1 se define igual a 1 y CR2 igual a 0, el lapso de temporización definido es 262.14 ms.

### 21.3 Verificación de paridad y de codificación de errores

Para determinar y detectar si una señal de datos está dañada y tiene errores producidos por ruido, se utilizan técnicas para detección de errores. Una de éstas es la *verificación de la paridad*. En la sección 14.2.3 se explicó de manera breve el método de la paridad para detectar errores. De acuerdo con este método al mensaje se añade un bit adicional, para que el número total de 1s sea un número par, cuando se usa la paridad par, o un número impar, cuando se utiliza la paridad impar. Por ejemplo, se coloca un bit de paridad antes del bit más significativo en el carácter 1010000, un 0 en el sistema de paridad par (01010000), o un 1 para una paridad impar (11010000). Mediante este método es posible detectar la presencia de un error en el mensaje. Sin embargo, este método no funciona cuando hay dos errores, ya que no se produce cambio en la paridad; en el ejemplo anterior, cuando había una paridad par, un solo error en el tercer bit del número anterior se detectaría fácilmente en 1101100, dado que el bit de verificación de paridad no sería el correcto; sin embargo, no es posible detectar un error si también hay un error en el primer bit, ya que 1101110 tendría el bit de paridad correcto. Si no se detecta ningún error, al regresar el carácter ACK a la terminal de envío se interpreta que en la señal no hay errores. Para indicar la detección de un

error se utiliza la señal NAK. Esto se conoce como *petición automática de repetición* (ARQ por sus siglas en inglés). El efecto que se obtiene con la señal NAK es la retransmisión del mensaje.

La eficiencia en la detección de errores aumenta al emplear la *paridad de bloque*. El mensaje se divide en varios bloques, y al final de cada uno se añade un carácter de verificación de bloque. Por ejemplo, en el siguiente bloque, al final de cada fila se coloca un bit de verificación de paridad par, así como un bit de verificación adicional en la base de cada columna.

	Bits de información				Bit de verificación
Primer símbolo	0	0	1	1	0
Segundo símbolo	0	1	0	0	1
Tercer símbolo	1	0	1	1	1
Cuarto símbolo	0	0	0	0	0
Bits de verificación de bloque	1	1	0	0	0

La paridad de las filas y de las columnas se verifica en el receptor; el error se detecta por la intersección de la fila y la columna, donde se encuentra el bit de verificación con error.

Otra forma de detectar errores es la *verificación de redundancia cíclica* (CRC por sus siglas en inglés). En la terminal transmisora el número binario que representa los datos que se van a transmitir se divide entre un número predeterminado utilizando aritmética de módulo 2 (módulo de dos sumas). El residuo de la división es el carácter de la CRC que se transmite junto con los datos. En el receptor, los datos y el carácter de la CRC se dividen entre el mismo número. Si durante la transmisión no se producen errores no habrá ningún residuo.

Un código común de CRC es el CRC-16, en el cual se utilizan 16 bits para la secuencia de verificación. Estos 16 bits se consideran los coeficientes de un polinomio, con un número de bits igual a la potencia máxima del polinomio. El bloque de datos primero se multiplica por la potencia máxima del polinomio, es decir,  $x^{16}$ , y luego se divide entre el polinomio CRC:

$$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$$

con base en una aritmética de módulo 2, es decir,  $x = 2$  en el polinomio. El polinomio de CRC es 10001000000100001. El residuo de la división de este polinomio es el CRC.

Por ejemplo, suponga que tenemos el dato 10110111, o el polinomio:

$$x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x^1 + 1$$

y un polinomio de CRC:

$$x^5 + x^4 + x^1 + 1$$



o 110011. El polinomio de los datos primero se multiplica por  $x^5$ ; el resultado es:

$$x^{12} + x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5$$

y, por lo tanto, 1011011100000. Dividiendo lo anterior entre el polinomio de la CRC, se obtiene:

$$\begin{array}{r}
 11010111 \\
 110011 \overline{) 1011011100000} \\
 \underline{110011} \phantom{00000} \\
 110011 \phantom{00000} \\
 \underline{110011} \phantom{00000} \\
 100100 \phantom{00000} \\
 \underline{110011} \phantom{00000} \\
 101110 \phantom{00000} \\
 \underline{110011} \phantom{00000} \\
 111010 \phantom{00000} \\
 \underline{110011} \phantom{00000} \\
 01001
 \end{array}$$

es decir, el residuo 01001 es el código de la CRC que se transmite con los datos.

## 21.4 Fallas comunes en el hardware

Las siguientes son algunas de las fallas que se producen con mayor frecuencia en determinado tipo de componentes y sistemas.

### 21.4.1 Sensores

Cuando se producen fallas en un sistema de medición, una de las posibles causas es una falla en el sensor. Una forma sencilla de probarlo es reemplazar ese sensor por uno nuevo y observar qué efectos tiene en los resultados que produce el sistema. Si los resultados cambian es muy probable que el problema esté en el sensor original; si los resultados no cambian, es probable que la falla esté en otra parte del sistema. También se debe verificar que las fuentes de voltaje y de corriente proporcionen los valores correctos, y que haya continuidad eléctrica en los cables de conexión, que el sensor esté montado en forma correcta y se use de acuerdo con las condiciones especificadas en la hoja del fabricante, etcétera.

### 21.4.2 Interruptores y relevadores

La suciedad y las partículas entre los contactos de un interruptor son la causa más común del inadecuado funcionamiento de los interruptores mecánicos. Un voltímetro conectado a un interruptor indicará el voltaje aplicado si los contactos están abiertos, o una lectura próxima a cero si dichos contactos están cerrados. Los interruptores mecánicos que se utilizan para detectar la posición de algo, por ejemplo, la presencia de una pieza de trabajo en una banda transportadora, no darán la respuesta adecuada si la alineación es incorrecta, o si la palanca de actuación está doblada.

Al revisar un relevador puede descubrirse evidencia de arcos eléctricos, o contactos soldados. La solución es cambiar el relevador. Si un relevador no funciona, hay que revisar el voltaje del devanado. Si el voltaje es correcto, hay que verificar la continuidad en el devanado con un ohmetro. Si en el devanado no hay voltaje es probable que la falla se deba al transistor conmutador del relevador.

#### 21.4.3 Motores

El mantenimiento que se da tanto a motores de cd como de ca incluye una adecuada lubricación. En los motores de cd se produce un desgaste en las escobillas, por lo que es necesario cambiarlas. La calibración de las nuevas escobillas debe realizarse de acuerdo con las especificaciones del fabricante. Si un motor de ca monofásico con arranque por capacitor arranca con lentitud, es probable que requiera de un cambio de capacitor. El motor de inducción trifásico no tiene escobillas, conmutador, anillos colectores ni capacitor de arranque y, a menos que se someta a una elevada sobrecarga, el único mantenimiento que requiere es una lubricación periódica.

#### 21.4.4 Sistemas hidráulicos y neumáticos

Una causa común de fallas en los sistemas hidráulicos y neumáticos es el polvo y la suciedad. Las pequeñas partículas de suciedad dañan sellos, tapan orificios, producen atascos en los conductos de las válvulas, etcétera. Por ello, es necesario revisar y limpiar con regularidad los filtros; los componentes deben desarmarse sólo en condiciones de limpieza, es necesario revisar y cambiar con regularidad el aceite. En un circuito eléctrico, el método común para probarlo es medir los voltajes en diversos puntos. Del mismo modo, en un sistema hidráulico y neumático se necesita medir la presión en determinados puntos. Los daños causados a un sello pueden provocar fugas en los cilindros hidráulicos y neumáticos, más allá de lo normal y permisible, lo cual produce una caída en la presión del sistema al accionar un vástago. Para remediar lo anterior, se reemplazan los sellos de los cilindros. Las paletas de los motores se van desgastando hasta que ya no se logra un buen sellado en la carcasa del motor, lo que produce una notable disminución de la potencia del motor. En este caso se deben reemplazar las paletas. Causas frecuentes de fallas son las fugas en mangueras, tuberías y conexiones.

### 21.5 Sistemas de microprocesadores

Las fallas más comunes en sistemas con microprocesadores son:

1. *Fallas en el chip*  
Si bien los chips son muy confiables, en ocasiones pueden fallar.
2. *Fallas de componentes pasivos*  
Los sistemas de microprocesadores tienen componentes pasivos, como resistencias y capacitores. Una falla de éstos puede provocar el inadecuado funcionamiento del sistema.



### 3. Circuitos abiertos

Un circuito abierto puede causar la interrupción de la ruta de una señal o una línea de suministro eléctrico. Las causas más frecuentes de estas averías son uniones que no están soldadas o están mal soldadas, fracturas en la pista de un circuito impreso, una conexión defectuosa en un conector y roturas de los cables.

### 4. Corto circuito

Los cortos circuitos entre puntos de una tarjeta, que no deben estar conectados, pueden deberse a exceso de soldadura, esto crea un puente entre las pistas del circuito impreso.

### 5. Interferencias externas

Los impulsos inducidos en forma externa pueden afectar el funcionamiento del sistema, dado que, en forma errónea, se les interpreta como señales digitales válidas. Dichas interferencias pueden originarse en la fuente de alimentación, la cual experimenta picos súbitos de voltaje o ruido eléctrico como consecuencia de que otro equipo también utilice el mismo circuito de suministro eléctrico y que dicho equipo se esté encendiendo y apagando. Para eliminar este tipo de ruido se utilizan filtros en la fuente que alimenta al sistema.

### 6. Errores del software

A pesar de las pruebas exhaustivas que se le aplican al software, existe la posibilidad de fallas, las que en determinadas condiciones de entrada o salida puedan dar lugar a errores.

## 21.5.1 Técnicas para detección de errores

Algunas técnicas para detectar fallas en sistemas con microprocesadores son las siguientes:

### 1. Inspección visual

Una simple inspección visual al sistema que presenta fallas puede revelar la causa del problema; por ejemplo, un circuito integrado flojo, o un exceso de soldadura uniendo pistas de una tarjeta.

### 2. Mediante un multímetro

El multímetro es de uso limitado en los sistemas con microprocesadores; pero, es muy útil para revisar las conexiones abiertas o en corto circuito, así como las fuentes de alimentación.

### 3. Mediante un osciloscopio

El uso del osciloscopio se limita a situaciones en las que hay señales que se repiten; la más evidente, es la señal del reloj. La mayoría de las otras señales de un sistema con microprocesador no son repetitivas y dependen del programa que se esté ejecutando.

### 4. Mediante sonda lógica

La sonda lógica es un dispositivo manual (figura 21.2), en forma de bolígrafo que permite determinar el nivel lógico en la parte del circuito donde se conecta. El interruptor selector permite

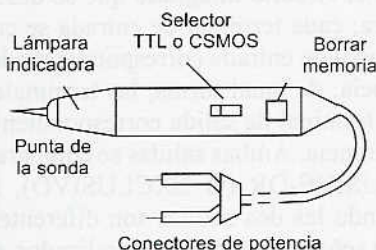


Figura 21.2 Sonda lógica

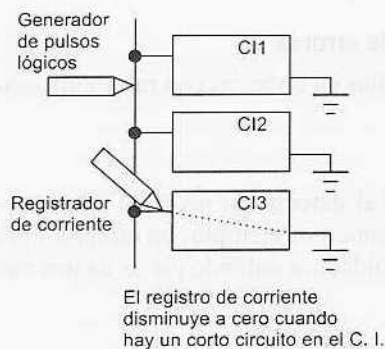
elegir entre el funcionamiento TTL o el CSMOS; cuando la punta de la sonda entra en contacto con determinado punto, el foco indicador señala si dicho punto tiene un valor inferior al umbral del nivel lógico 0, si está por encima del umbral del nivel lógico 1, o si se trata de una señal pulsante. Por lo general, la sonda incluye un circuito para alargamiento de pulso con objeto de prolongar la duración de un pulso y así dar tiempo suficiente para que se accione el foco indicador. Con ayuda de un circuito de memoria se detecta un solo pulso; en este caso se oprime el botón para borrar la memoria y apagar el foco indicador; el foco registra entonces todos los cambios en el nivel lógico.

#### 5. *Generador de pulsos lógicos*

El generador de pulsos lógicos es un generador manual en forma de bolígrafo que inyecta pulsos a los circuitos. La punta de la sonda del generador se oprime en el nodo de un circuito, y se presiona el botón para generar un pulso. Con frecuencia se utiliza junto con la sonda lógica para verificar las funciones de las compuertas lógicas.

#### 6. *Registrador de corriente*

El registrador de corriente es similar a la sonda lógica, pero lo que se detecta son las corrientes pulsantes de un circuito, no los niveles de voltaje. La punta del registrador de corriente tiene sensibilidad magnética por lo que detecta las variaciones del campo magnético cercano al conductor por el que circula una corriente pulsante. La punta del registrador se desplaza a lo largo de las pistas de un circuito impreso para rastrear las vías de baja impedancia por las que circula corriente (figura 21.3).



**Figura 21.3** Uso de un registrador de corriente

#### 7. *Pinzas lógicas*

Las pinzas lógicas son dispositivos que se sujetan a un circuito integrado y se van desplazando y haciendo contacto con las terminales de éste. Los indicadores LED muestran el estado lógico de cada una de las terminales, cada una de las cuales tiene un estado lógico.

#### 8. *Comparador lógico*

Con el comparador lógico se prueban circuitos integrados al compararlos con un circuito integrado de referencia (figura 21.4). No es necesario sacar el circuito integrado que se desea probar de donde se encuentra; cada terminal de entrada se conecta en paralelo con la terminal de entrada correspondiente del circuito integrado de referencia; de igual forma, las terminales de salida se conectan con la terminal de salida correspondiente del circuito integrado de referencia. Ambas salidas se comparan con una compuerta EXCLUSIVE-OR (O EXCLUSIVO), la cual produce una salida cuando las dos salidas son diferentes. Para alargar la duración de la señal que alimenta al indicador, se utiliza un circuito para alargamiento de pulso; de esta manera, los pulsos de duración muy breve tienen la posibilidad de aparecer durante un lapso que permita advertir su presencia.



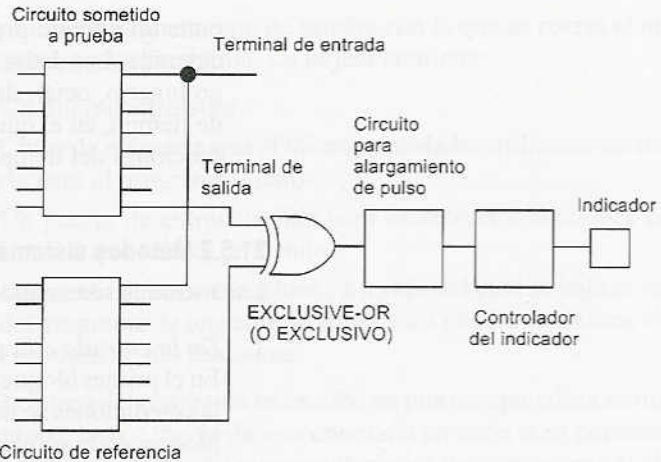


Figura 21.4 Comparador lógico

### 9 Analizador de firma

En los sistemas analógicos, la detección de fallas en general consiste en hacer un rastreo a través del circuito y observar las formas de onda en los nodos, comparando éstas con el tipo de onda que idealmente debería haber; una discrepancia entre lo ideal y lo real permite detectar y localizar fallas. En los sistemas digitales, el procedimiento es más complejo, dado que los trenes de pulsos en los nodos son muy similares. Para determinar si hay un error, la secuencia de pulsos se convierte en una forma más fácil de identificar, por ejemplo, 258F, lo cual se conoce como *firma*. La firma en un nodo se compara con la que idealmente debería haber. Cuando el analizador de firma se utiliza en un circuito, es importante que el diseño de éste permita desconectar con facilidad las vías de retroalimentación, ya que de esta manera, durante la prueba, se pueden eliminar secuencias de señales erróneas que se retroalimentan durante la prueba. Se activa un breve programa, guardado en la ROM, para estimular los nodos y permitir la obtención de las firmas. También se puede probar el microprocesador, si se desconecta el bus de datos para aislar el microprocesador de la memoria y, así funcione de manera 'autónoma' y envíe una instrucción 'sin operación' (NO) a cada una de sus direcciones. Las firmas del bus del microprocesador en este estado, se comparan con las que idealmente se deberían obtener.

### 10 Analizador lógico

El analizador lógico se usa para muestrear y guardar en forma simultánea en una memoria tipo 'primero en entrar, primero en salir' (FIFO) los niveles lógicos del bus y las señales de control de la unidad sometida a prueba. Para seleccionar el punto del programa donde se inicia o concluye la captura de datos se utiliza una 'palabra de disparo'. El analizador compara esta palabra con los datos que entran y empieza a guardarlos cuando la palabra se hace presente en el programa. La captura de datos prosigue du-

rante un número predeterminado de pulsos del reloj y luego es detenida. Los datos guardados se presentan en una lista en código binario, octal, decimal o hexadecimal, o en un visualizador de tiempo, en el que las formas de las ondas se presentan como funciones del tiempo, o como una indicación mnemónica.

### 21.5.2 Métodos sistemáticos para la localización de fallas

Los métodos sistemáticos para la localización de fallas son:

1. *De la entrada a la salida*  
En el primer bloque del sistema se inyecta una señal de entrada y las mediciones se hacen en secuencia, empezando por el primer bloque, en la salida de cada uno, hasta que se localiza el bloque donde está la falla.
2. *De la salida a la entrada*  
En el primer bloque del sistema se inyecta una señal de entrada y las mediciones se realizan en secuencia, empezando por el último bloque, en la salida de cada uno, hasta que se localiza el bloque donde está la falla.
3. *Por división a la mitad*  
En el primer bloque del sistema se inyecta una señal de entrada. Los bloques que forman el sistema se dividen en mitades y cada uno se somete a prueba para determinar en qué mitad se encuentra la falla. Al detectar esta mitad, ésta se vuelve a dividir a la mitad y se repite el procedimiento.

### 21.5.3 Autopruueba

En un sistema con microprocesadores se puede usar software para implantar un programa de autopruueba para determinar su correcto funcionamiento. Con frecuencia estos programas se inician durante la secuencia de arranque del sistema, cuando éste se enciende. Por ejemplo, los circuitos de control de las impresoras incluyen microprocesadores y en general, el programa de control guardado en una ROM, también cuenta con rutinas de prueba. Al encender la impresora se ejecutan todas estas rutinas de prueba y no se recibe ningún dato hasta que todas las pruebas indiquen que no hay fallas en el sistema.

Una de las pruebas básicas de la ROM consiste en sumar todos los bytes de datos guardados en la ROM y comparar la suma con la que ya estaba guardada (lo que se conoce como *prueba de la suma de verificación*). Si hay alguna diferencia, significa que hay un error en la ROM; si no hay diferencia, no hay error. Una prueba básica de una RAM consiste en guardar en cada ubicación de memoria patrones de datos, de manera que los bits contiguos tengan niveles lógicos opuestos, por ejemplo, HEX 55 y AA; a continuación se leen los valores guardados con objeto de verificar que correspondan a los datos enviados (lo que se conoce como *'prueba de tablero de ajedrez'*).



## 21.6 Emulación y simulación

Un emulador es una tarjeta de prueba con la que se revisa el microcontrolador y su programa. La tarjeta contiene:

1. Un microcontrolador.
2. Chips de memoria que el microcontrolador utiliza como memoria para el programa y datos.
3. Un puerto de entrada/salida para establecer conexiones con el sistema que se está probando.
4. Un puerto de comunicaciones a través del cual se baja el código del programa de una computadora y así poder monitorear el funcionamiento del programa.

El código del programa se escribe en una computadora anfitriona y luego se baja a través de una conexión en serie o en paralelo a la memoria de la tarjeta. El microcontrolador funciona como si el programa estuviera guardado en su propia memoria interna. La figura 21.5 ilustra la configuración general.

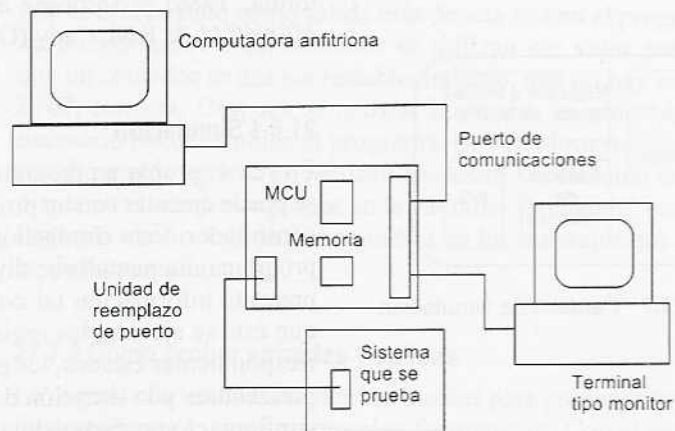


Figura 21.5 Empleo de un emulador

Las líneas de entrada/salida del microcontrolador se conectan a través de un puerto de entrada/salida de la tarjeta a un dispositivo enchufable del sistema que está siendo sometido a prueba; es decir, como si el microcontrolador estuviese conectado a dicho dispositivo. La tarjeta ya está programada con un sistema de monitoreo que permite observar el funcionamiento del programa y revisar y modificar el contenido de la memoria, registros y puertos de entrada/salida.

La figura 21.6 ilustra los elementos básicos de la tarjeta de evaluación MC68HC11EVB de Motorola. Ésta utiliza un programa de monitoreo denominado *Bit User Fast Friendly Aid to Logical Operations* (BUFFALO) (auxiliar de operaciones lógicas de rápido y fácil uso). La EPROM 8J cuenta con el monitor Buffalo. Se utiliza un adaptador de interfaz para comunicaciones asíncronas (ACIA por sus siglas en inglés) (ver la sección 18.5) para acoplar las líneas en serie con las líneas en paralelo. Los dos puertos en serie cuentan con una interfaz parcial RS-232 para permitir la conexión de la computadora anfitriona y la terminal de monitoreo.

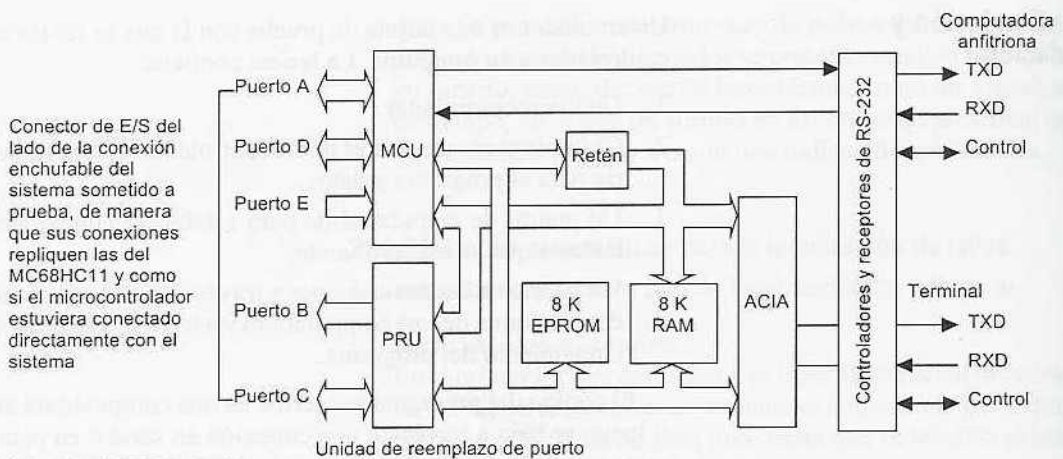


Figura 21.6 MC68HC11EVB

Para mayores detalles sobre la tarjeta de evaluación se sugiere consultar *MC68HC11EVB Evaluation Board User's Manual* (Motorola, 1986) y *Software and Hardware Engineering: Motorola MC68HC11* de F.M. Cady (OUP, 1997).



Figura 21.7 Pantalla de simulación

### 21.6.1 Simulación

En vez de probar un programa a través de un microcontrolador real, se puede ejecutar con un programa de cómputo que simula al microcontrolador. Esta simulación puede ayudar a depurar el código del programa. La pantalla se divide en varias ventanas, en las cuales se presenta información tal como el código fuente, al mismo tiempo que éste se ejecuta, los registros e indicadores de la CPU y sus correspondientes estados, los puertos de entrada/salida, registros, temporizadores y la situación de la memoria. La figura 21.7 muestra la configuración característica que se observaría en la pantalla de una computadora.

## 21.7 Sistemas PLC

La confiabilidad de los controladores lógicos programables (PLC) es alta. Mediante un optoaislador o por relevadores, se aísla eléctricamente al PLC de voltajes y corrientes que podrían dañar sus puertos de entrada/salida; una RAM con respaldo de batería protege el software de aplicación de la interrupción o errores que se produzcan en el suministro eléctrico; su construcción permite al PLC funcionar, por largos periodos, de manera confiable y en condiciones industriales. En general, los PLCs cuentan con diversos procedimientos para enfrentar fallas. Una falla grave provoca el paro de la CPU; mientras que otras de menos gravedad, permiten que la CPU siga funcionando, pero mostrando un código de falla en la pantalla. En el manual del PLC se indica la acción correctiva necesaria cuando aparece un código de falla.



### 21.7.1 Pruebas al programa

El programa de verificación del software de un programa escalera verifica la existencia de direcciones de dispositivo incorrectas y da una lista impresa o en pantalla, en la cual se listan todos los puntos de entrada/salida utilizados, los valores de configuración de contadores y temporizadores, etcétera, así como los errores detectados. El procedimiento que se lleva a cabo es el siguiente.

1. Se abre y se muestra el programa escalera respectivo.
2. Del menú en la pantalla se elige "Ladder Test" (prueba de escalera).
3. En la pantalla aparece el mensaje: "Start from the beginning of program (Y/N)?" [¿Empezar desde el inicio del programa (S/N)?].
4. Se escribe Y y se oprime Enter.
5. Si existe algún error, éste aparece en pantalla; o aparece el mensaje 'No errors found' (no hay errores).

Por ejemplo, aparece un mensaje que indica que una dirección de salida se está usando como salida más de una vez en el programa, que un temporizador o un contador se utilizan sin valor predefinido, que un contador se usa sin restablecimiento, que no hay instrucción END, etcétera. Después de realizar la prueba, es probable que sea necesario hacer cambios al programa. Los cambios necesarios para rectificar el programa se realizan haciendo la selección correspondiente en el menú que aparece en la pantalla 'Exchange' (cambios) y llevando a cabo todo lo que se indica en los mensajes que aparecen en dicha pantalla.

### 27.7.2 Cómo probar entradas y salidas

La mayoría de los PLCs tienen los medios para probar entradas y salidas mediante lo que se denomina *forzamiento*. Con el software se 'fuerza' la activación y desactivación de entradas y salidas. Para ello, el PLC se activa en el modo forzamiento o el modo monitor, quizás presionando la tecla marcada como FORCE (FORZAR) o seleccionando el modo MONITOR en la pantalla. Al forzar una entrada se verifica que la acción que se espera obtener en realidad se produzca. De esta manera, se ejecuta el programa instalado, se simulan las entradas y las salidas y se verifica que éstas correspondan al valor que antes se definió. Sin embargo, conviene realizar el forzamiento con cuidado, ya que en el forzamiento de una salida podría producirse el desplazamiento de una pieza de hardware en forma imprevista y, por lo tanto, peligrosa.

Como ejemplo del tipo de símbolos gráficos que se obtienen con un forzamiento, la figura 21.8 muestra como aparecen en la pantalla las entradas del programa de escalera, si éstas se encuentran abiertas o cerradas, así como, cuando las salidas no están energizadas y cuando si lo están; la figura 21.9a ilustra una parte de un programa de escalera y la figura 21.9b lo que sucede cuando se produce el forzamiento. Al principio, la figura 21.9a muestra el peldaño 11, con entradas a X400, X401 y M100, pero no hay entrada a X402 y sin salida de

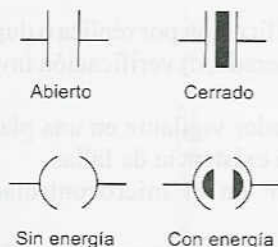


Figura 21.8 Símbolos del modo monitor

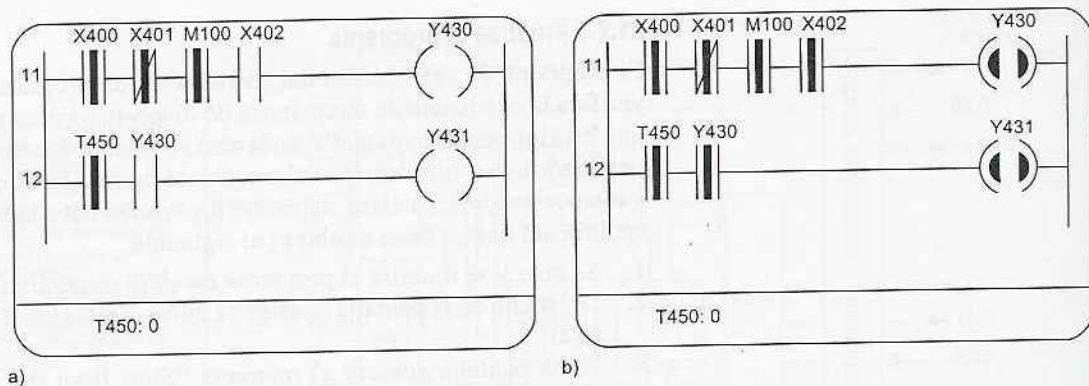


Figura 21.9 Forzamiento de una entrada

Y430. En el peldaño 12, los contactos del temporizador T450 están cerrados, y la indicación que aparece en la parte inferior de la pantalla informa que ya no hay tiempo disponible para T450. Como Y430 no está energizada, sus contactos están abiertos y, por lo tanto, no hay salida en Y431. Si ahora se fuerza una entrada en X402 la indicación en pantalla se convierte en la que muestra la figura 21.9b, se energiza Y430 y en consecuencia Y431.

### 21.7.3 El PLC como un monitor de sistemas

El PLC también sirve para monitorear el sistema que está siendo controlado. Se emplea para activar una alarma, o encender una luz roja si las entradas rebasan límites predeterminados usando las funciones mayor que, igual a o menor que, o determinar si el funcionamiento consume más tiempo del lapso predeterminado. La figura 21.1 ilustra cómo se usa un programa de escalera con un PLC como temporizador vigilante de una operación determinada.

### Problemas

1. Explique qué se entiende por: a) verificación por réplica o duplicación, b) verificación por valor esperado, c) verificación inversa, d) verificación de paridad
2. Explique cómo se usa un temporizador vigilante en una planta controlada con PLC, para indicar la existencia de fallas.
3. Explique cómo funciona un COP en el microcontrolador MC68HC11.
4. Las especificaciones del PLC Mitsubishi de la serie F2 indican lo siguiente

Diagnóstico: Verificación programable (suma, sintaxis, prueba de circuito), temporizador vigilante, voltaje de baterías, voltaje de fuente de alimentación

Explique qué significa cada uno de los términos anteriores.

5. Explique cómo utilizar la autopruueba en un sistema con microprocesadores, para revisar su ROM y su RAM.



# 22 Diseño y mecatrónica

## 22.1 Diseño

Este capítulo es un breve repaso del proceso de diseño. En él se integran diversos temas tratados en el libro, en los que se han presentado soluciones tanto tradicionales como mecatrónicas a problemas de diseño y estudios de caso.

Se puede considerar que las etapas necesarias para realizar un diseño son las siguientes:

1. *La necesidad*

El proceso de diseño se inicia con una necesidad, quizás formulada por un cliente, o bien detectada mediante una investigación de mercado.

2. *Análisis del problema*

La primera etapa en la elaboración de un diseño es definir la verdadera naturaleza del problema, es decir, analizarlo. Se trata de una etapa muy importante, ya que no definir el problema de manera precisa podría conducir a una pérdida de tiempo en diseños que no satisfacen la necesidad.

3. *Elaboración de una especificación*

Después del análisis, se procede a especificar lo que se requiere. En esta etapa hay que dejar claro en qué consiste el problema, las restricciones que deberá satisfacer la solución y los criterios que se aplicarán para evaluar la calidad del diseño. Al formular el problema, deben especificarse las funciones que se desean obtener del diseño, así como sus características deseables. Por ejemplo, masa, dimensiones, tipos y variedad de movimientos requeridos, exactitud, requisitos de entrada y de salida de elementos e interfaces, especificaciones de las fuentes de alimentación, entorno de operación, normas correspondientes, normas de ejecución, etcétera.

4. *Propuesta de posibles soluciones*

Con frecuencia esta etapa se denomina *etapa conceptual*. Se elaboran bosquejos de soluciones, con el suficiente detalle para indicar cómo obtener cada una de las funciones requeridas, por ejemplo, dimensiones, formas, materiales y costos aproximados. También determina qué se ha inventado con anterioridad

para problemas similares; no hay por qué volver a inventar la rueda.

5. *Selección de una solución idónea*  
Se evalúan las soluciones propuestas y se elige la más adecuada.
6. *Elaboración de un diseño detallado*  
El diseño más adecuado se realiza con todos sus detalles, lo cual podría requerir la creación de prototipos o modelos para simular los detalles óptimos del diseño.
7. *Elaboración de dibujos de trabajo*  
El diseño elegido se traduce en dibujos de trabajo, diagramas de circuito, etcétera, en los cuales se basará la realización del producto.

Las anteriores etapas del diseño no necesariamente se van dando de acuerdo con la secuencia mencionada. En ocasiones será necesario regresar a una etapa anterior y reconsiderarla. Por ejemplo, durante la etapa de generación de posibles soluciones, puede ser necesario reconsiderar el análisis del problema.

### 22.1.1 El diseño tradicional y el diseño mecatrónico

El diseño de ingeniería es un proceso complejo que involucra diversas disciplinas y habilidades. La parte medular del enfoque mecatrónico radica en la participación conjunta de disciplinas como la electrónica, la tecnología de cómputo y la ingeniería de control. Por ejemplo, una opción para diseñar una báscula para baño es considerar sólo la compresión de resortes y un mecanismo que convierta el movimiento en la rotación de un eje y, por lo tanto, en el desplazamiento de una aguja a través de una escala. Un aspecto que se debe tener en cuenta en el diseño es que el peso indicado no debe depender de la posición de la persona en la báscula. En la mecatrónica, existe la posibilidad de recurrir a otras alternativas. Por ejemplo, los resortes se pueden reemplazar por indicadores de presión con deformímetros; la salida se alimenta a un microprocesador para producir una lectura digital del peso en un visualizador de LED. Este tipo de báscula es más simple desde el punto de vista mecánico, ya que utiliza menos componentes y partes móviles. La complejidad sin embargo, se transfiere al software.

En el diseño tradicional del control de temperatura de un sistema de calefacción central doméstico se utiliza un termostato bimetalico inserto en un sistema de control de ciclo cerrado. El grado de deformación de la lámina bimetalica aumenta con la temperatura, lo cual se aprovecha para accionar el interruptor de encendido/apagado del sistema de calefacción. La solución mecatrónica del problema anterior sería utilizar un sistema controlado por microprocesador que emplea un termodiodo como sensor. Este sistema ofrece muchas ventajas respecto al sistema que emplea un termostato. El termostato bimetalico es más o menos burdo y no permite controlar con precisión la temperatura. Además, es complejo diseñar un método para tener diversas temperaturas a diferentes horas del día. En cambio, el



## 22.2 Posibles soluciones de diseño

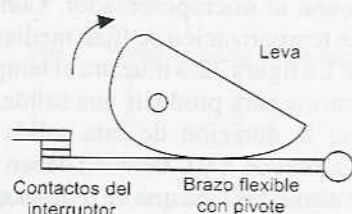


Figura 22.1 Interruptor accionado con leva

sistema controlado por microprocesador permite obtener con facilidad precisión y un control programado. El sistema es mucho más flexible. Esta mejora en la flexibilidad es una característica común de los sistemas mecatrónicos en comparación con los sistemas tradicionales.

Los microprocesadores se utilizan cada vez más en aparatos electrodomésticos, automóviles, máquinas fabriles, etcétera, integrados como controladores. De hecho, todo diseño mecánico puede considerarse un subsistema de microprocesador como posible solución.

Veremos a continuación las posibles soluciones para las necesidades que plantean los siguientes sistemas.

### 22.2.1 Interruptor temporizado

Suponga una necesidad sencilla para un dispositivo que debe activar un actuador, por ejemplo, un motor durante cierto tiempo preestablecido.

La solución mecánica podría ser una leva giratoria (figura 22.1) (ver la sección 6.4). La leva gira a velocidad constante y el seguidor de la leva sirve para accionar un interruptor; el lapso en el que el interruptor permanece cerrado depende de la forma de la leva.

Una solución con un PLC sería como la que muestra la figura 22.2, y su respectivo programa de escalera. Esta solución tiene la ventaja, a diferencia de la leva, de contar con tiempos de encendido y apagado que se pueden modificar con sólo modificar, en el programa, los valores preestablecidos del temporizador; en cambio, en la solución mecánica, para realizar una modificación, sería necesario cambiar de leva. Es mucho más fácil llevar a la práctica una solución con software que una con hardware.

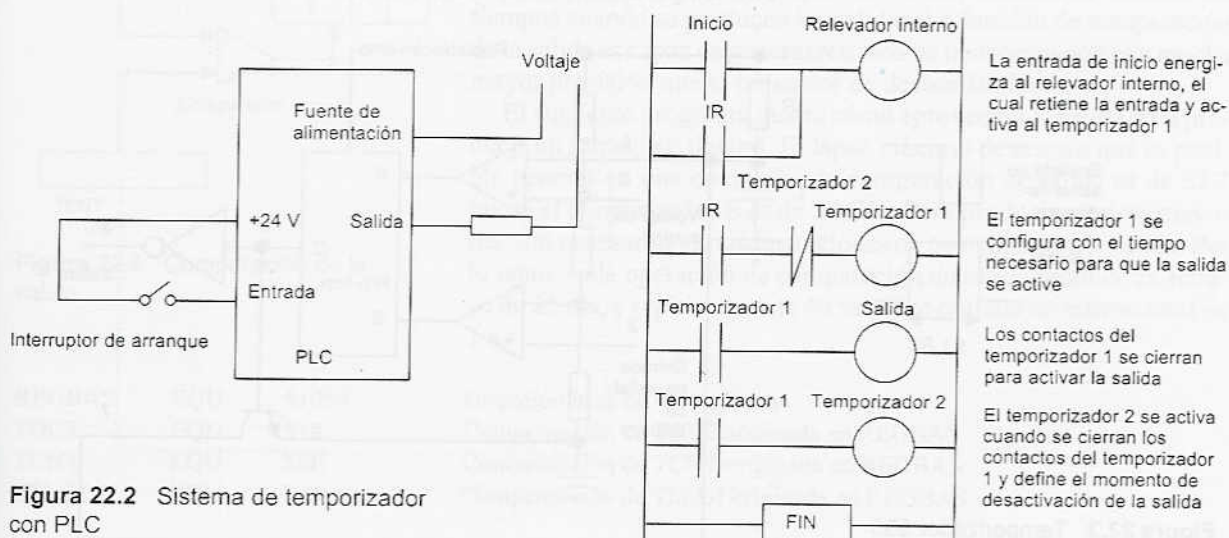


Figura 22.2 Sistema de temporizador con PLC

La solución que recurre al empleo de un microprocesador requiere de una que cuente con un chip de memoria e interfaces de entrada/salida. El programa se usa para conectar y desconectar una salida, una vez transcurrido determinado lapso de retraso; éste se produce en un bloque del programa, en un ciclo de temporización. En este ciclo se genera el lapso de retraso a través de una derivación que se recorre las veces que sea necesario para producir el tiempo requerido. En lenguaje ensamblador se tiene lo siguiente:

DELAY	LDX	#F424	F424 es el número de ciclos
LOOP	DEX		
	BNE	LOOP	
	RTS		

DEX disminuye el registro de índice; esto y BNE producen un brinco si no es cero, cada una de ellas tarda 4 ciclos de reloj. Por lo tanto, el lazo abarca 8 ciclos y se producen  $n$  lazos hasta que  $8n + 3 + 5$  produce el número F424 (LDX tarda 3 ciclos y RTS, 5 ciclos). En lenguaje C, las líneas del programa se escribirían utilizando la función *while*.

Una alternativa al empleo de un lazo es usar un módulo temporizador, por ejemplo, el 555, junto con el microprocesador. Con el temporizador 555, los intervalos de temporización se fijan mediante resistencias y capacitores externos. La figura 22.3 muestra el temporizador y el circuito externo necesarios para producir una salida de encendido cuando hay activación; la duración de esta salida es  $1.1RC$ . Para tiempos grandes, los valores de  $R$  y  $C$  también deben ser grandes.  $R$  tiene como valor límite casi  $1\text{ M}\Omega$ , ya que de rebasar este valor se producirían fugas; el valor de  $C$  se limitaría a casi  $10\text{ }\mu\text{F}$  a fin de evitar problemas de fuga y poca exactitud que se pueden presentar en capacitores electrolíticos. Por lo tanto, en el circuito mostrado el tiempo se restringe a unos 10 s. El límite inferior es de  $R = 1\text{ k}\Omega$  y  $C = 100\text{ pF}$ , es decir, varias fracciones de un milisegundo. Para obtener tiempos mayores, desde 16 ms hasta días, se puede recurrir a otro temporizador, como el ZN1034E.

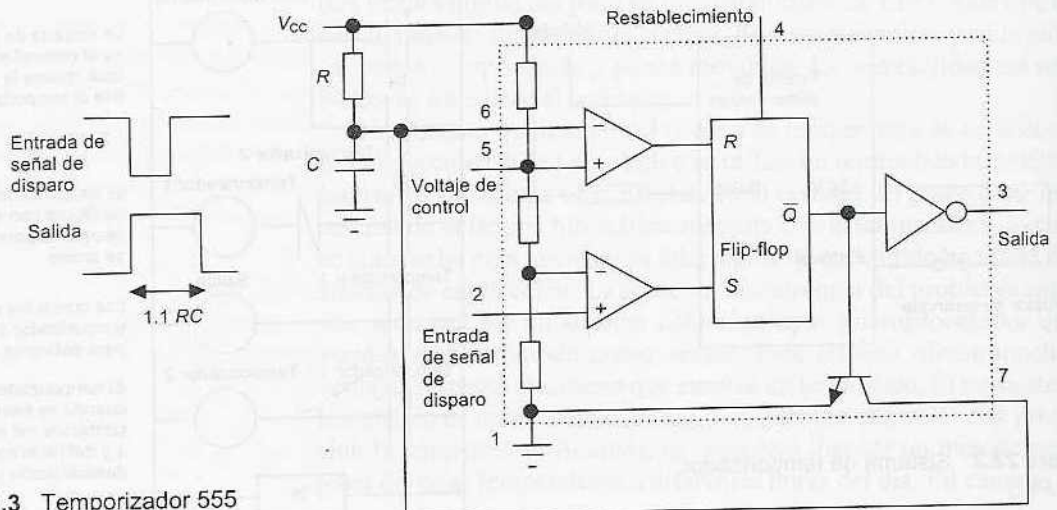
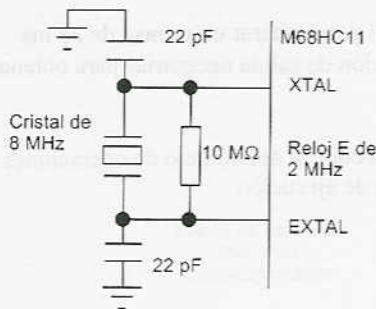
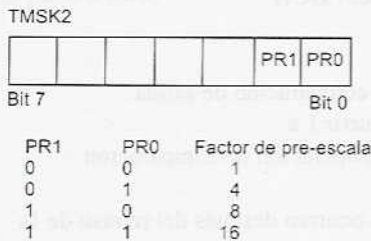


Figura 22.3 Temporizador 555

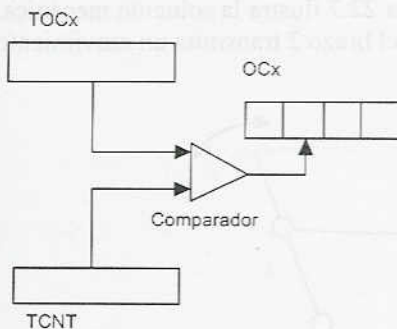




**Figura 22.4** Generación de un reloj interno de 2 MHz



**Figura 22.5** Factor de pre-escala



**Figura 22.6** Comparación de la salida

Otra posibilidad es utilizar el sistema de temporizador de un microcontrolador como el MC68HC11. Este sistema temporizador se basa en un contador de 16 bits TCNT que se activa mediante la señal del sistema de temporización E (figura 22.4). Para pre-escalar el temporizador E se definen los bits en el registro 2 de la máscara de interrupción del temporizador (TMSK2), en la dirección \$1024 (figura 22.5). Al restablecer el procesador el registro TCNT empieza en \$0000 y prosigue el conteo hasta llegar al valor de conteo máximo de \$FFFF. Al siguiente pulso se desborda y lee \$0000 otra vez. Al ocurrir el desbordamiento se define el indicador de desbordamiento del temporizador TOF (bit 7 en el registro 2 de indicador de interrupción de temporizador diverso, TFLG2, en la dirección \$1025). Con un factor de pre-escala de 1 y una frecuencia de temporizador E de 2 MHz, el desbordamiento se produce después de 32.768 ms.

Una forma de aplicar lo anterior para una temporización es cuando el indicador TOF se observa mediante muestreo. Al definir el indicador, el programa aumenta su contador. El programa restablece el indicador escribiendo un 1 en el bit 7 del registro TFLG2. Así, la operación de temporización sólo consiste en dejar que el programa espere los valores de configuración del indicador de desbordamiento.

Una mejor opción para realizar la temporización es con el empleo de la función de comparación de la salida. El puerto A del microcontrolador se utiliza tanto para entradas y salidas en general como para funciones de temporización. Las terminales de salida del temporizador son OC1, OC2, OC3, OC4 y OC5, y sus registros internos TOC1, TOC2, TOC3, TOC4 y TOC5. Mediante la función de comparación de la salida se comparan los valores de los registros del TOC1 al TOC5 con el valor en el contador autónomo TCNT. Si la CPU se restablece, el contador inicia en 0000, y funciona en forma continua. Cuando coinciden los valores de un registro y del contador, se define el respectivo bit del indicador OCx y hay salida a través de la terminal de salida que corresponda. La figura 22.6 ilustra lo anterior. Al programar los registros TOCx, también se definen los tiempos cuando se producen las salidas. La función de comparación de la salida es capaz de generar retrasos de temporización con mucha mayor precisión que el indicador de desbordamiento.

El siguiente programa ilustra cómo aprovechar la salida para producir un retraso en tiempo. El lapso máximo de retraso que es posible generar en una operación de comparación de salida es de 32.7 ms, si el temporizador E es de 2 MHz. Para producir retrasos mayores, son necesarias varias operaciones de comparación de salida. Por lo tanto, cada operación de comparación de salida produce un retraso de 25 ms, y repitiendo éste 40 veces se obtiene un retraso total de 1 s.

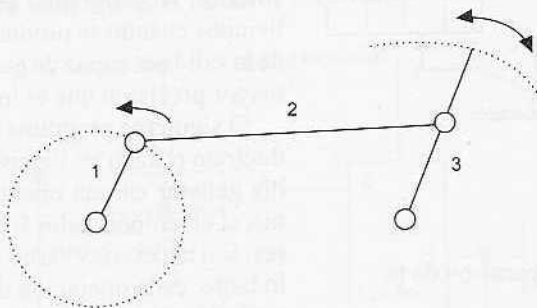
REGBAS	EQU	\$1000
TOC2	EQU	\$18
TCNT	EQU	\$0E
TFLG1	EQU	\$23

Dirección base de los registros
Compensación de TOC2 originada en REGBAS
Compensación de TCNT originada en REGBAS
Compensación de TFLG1 originada en REGBAS

OC1	EQU	\$40	Máscara para poner en cero la terminal OC1 y bandera OC1F
CLEAR	EQU	\$40	Poner en cero el indicador OC2F
D25MS	EQU	50000	Número de ciclos del temporizador E para generar un retraso de 25 ms
NTIMES	EQU	40	Número de operaciones de comparación de salida necesarias para obtener un retraso de 1 s
	ORG	\$1000	
COUNT	RMB	1	Ubicación de memoria para llevar un control del número de operaciones de comparación de salida pendientes de ejecución
	ORG	\$C000	Dirección de inicio del programa
	LDX	#REGBAS	
	LDAA	#OC1	Borrado de indicador OC1
	STAA	TFLG1,X	
	LDAA	#NTIMES	Inicializa el conteo de comparación de salida
	STAA	COUNT	
	LDD	TCNT,X	
WAIT	ADDD	#D25MS	Añade un retraso de 25 ms
	STD	TOC2,X	Inicia la operación de comparación de salida
	BRCLR	TFLG1,X OC1	Espera hasta que se define el indicador OC1F
	LDAA	#OC1	Borra el indicador OC1F
	STAA	TFLG1,X	
	DEC	COUNT	Disminuye el valor del contador de comparación de salida
	BEQ	OTHER	Brinca a OTHER después de transcurrir 1 s
	LDD	TOC2,X	Preparación para iniciar la siguiente operación de comparación
	BRA	WAIT	
OTHER			Las otras operaciones del programa ocurren después del retraso de 1s

### 22.2.2 Movimiento del limpiador de un parabrisas

Suponga que se requiere de un dispositivo mediante el cual oscile un brazo describiendo un arco, hacia delante y hacia atrás, como, el limpiador de un parabrisas; la figura 22.7 ilustra la solución mecánica. El giro del brazo 1 provoca que el brazo 2 transmita un movimiento oscilatorio al brazo 3.



**Figura 22.7** Mecanismo de un limpiador de parabrisas

Una posible solución es recurrir a un motor paso a paso. La figura 22.8 muestra cómo utilizar un microprocesador con un PIA, o un microcontrolador, con un motor paso a paso. Se necesita que la señal que entra a este motor lo haga girar varios pasos en una dirección, luego invierta la dirección y gire la misma cantidad de pasos en la dirección opuesta.



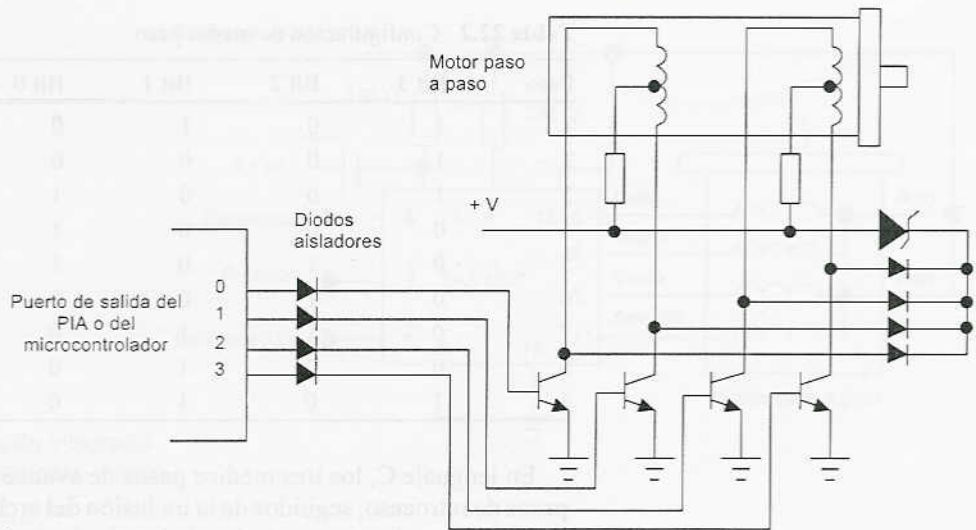


Figura 22.8 Interfaz para un motor paso a paso

Si el motor paso a paso tiene una configuración de 'paso total', las salidas deben ser como indica la tabla 22.1. Para arrancar y hacer girar el motor en dirección de avance se utiliza la secuencia A, 9, 5, 6, y se repite empezando por 1. Para el retroceso se utiliza la secuencia 6, 5, 9, A y se repite empezando por 6. Si se utiliza la configuración de 'medio paso' las salidas deben ser como se indica en la tabla 22.2. Para lograr un movimiento en sentido de avance se utiliza la secuencia A, 8, 9, 1, 5, 4, 6, 2, regresando a A; para el retroceso, se utiliza la secuencia 2, 6, 4, 5, 1, 9, 8, A, regresando de nuevo a 2.

Los elementos básicos de un programa serían:

Avanzar un paso

Saltar a la rutina de retraso de tiempo y dar margen a la conclusión del paso

Hacer un ciclo o repetir lo anterior hasta completar la cantidad necesaria de pasos en dirección de avance

Invertir la dirección

Repetir lo anterior la misma cantidad de pasos, pero en retroceso

Tabla 22.1 Configuración de paso total

Paso	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0	Código
1	1	0	1	0	A
2	1	0	0	1	9
3	0	1	0	1	5
4	0	1	1	0	6
1	1	0	1	0	1

Tabla 22.2 Configuración de medio paso

Paso	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0	Código
1	1	0	1	0	A
2	1	0	0	0	8
3	1	0	0	1	9
4	0	0	0	1	1
5	0	1	0	1	5
6	0	1	0	0	4
7	0	1	1	0	6
8	0	0	1	0	2
1	1	0	1	0	A

En lenguaje C, los tres medios pasos de avance y los tres medios pasos de retroceso, seguidos de la inclusión del archivo de encabezados correspondiente, constarían de los siguientes elementos:

```
main ()
{
    portB = 0xa; /*primer paso*/
    delay (); /*incorpora retraso programado de 20 ms*/
    portB = 0x8; /*segundo paso*/
    delay (); /*incorpora retraso programado de 20 ms*/
    portB = 0x9; /*tercer paso*/
    delay (); /*incorpora retraso programado de 20 ms*/
    portB = 0x8; /*regresa un paso*/
    delay (); /*incorpora retraso programado de 20 ms*/
    portB = 0xa; /*regresa otro paso*/
    delay (); /*incorpora retraso programado de 20 ms*/
    portB = 0x2; /*regresa a donde inició el motor*/
    delay (); /*incorpora retraso programado de 20 ms*/
}
```

Cuando haya varios pasos, mediante un programa sencillo cada paso produce un incremento del valor de un contador y el ciclo se repite hasta que el dicho valor alcanza el valor requerido. El siguiente sería el programa correspondiente:

Avanzar un paso

Saltar a la rutina para producir un retraso y dar tiempo a la finalización del paso

Aumentar el valor del contador

Realizar un ciclo o repetir lo anterior hasta completar la cantidad necesaria de pasos en dirección de avance

Invertir la dirección

Repetir lo anterior la misma cantidad de pasos, pero en retroceso



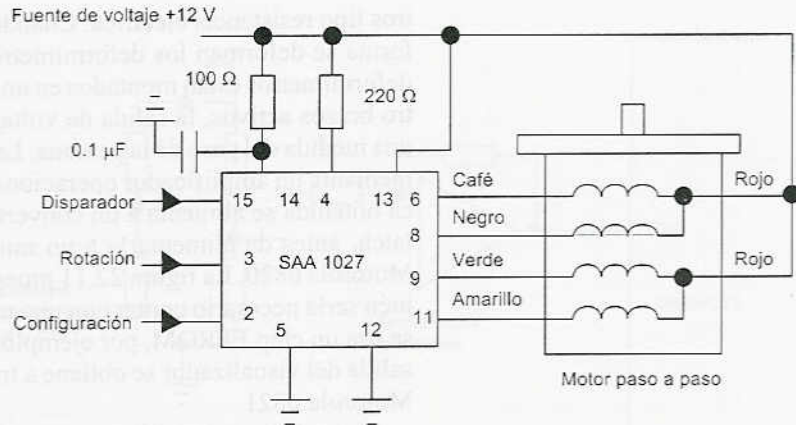


Figura 22.9 Circuito integrado SAA 1027 del motor paso a paso

Existen circuitos integrados específicos para el control de un motor paso a paso, que simplifican las interfaces y el software. La figura 22.9 muestra cómo utilizar estos circuitos. Basta especificar la cantidad de impulsos de entrada para disparar, el avance del motor en la transición bajo a alto durante un pulso alto-bajo-alto. Si en la entrada de rotación hay un valor alto, el motor avanza en sentido contrario a las manecillas del reloj; un valor bajo lo hace girar en dirección a las manecillas del reloj. Basta una señal de salida del microcontrolador para obtener los pulsos de salida que se envían al disparador y una salida para la rotación. El envío de una salida a la terminal de configuración restablece el motor a su posición original.

### 22.2.3 Báscula de baño

Suponga el diseño de una báscula sencilla, por ejemplo, para baño. Los principales requisitos son que al estar parada sobre una plataforma, el peso de una persona aparezca en un indicador. El peso deberá aparecer con razonable rapidez y exactitud y ser independiente de la parte de la plataforma donde se pare la persona. Las siguientes son algunas posibles soluciones.

Una opción es aprovechar el peso de la persona sobre la plataforma para deformar dos resortes de hoja paralelos (figura 22.10a). En este caso, la deformación es casi independiente de la parte de la plataforma en que está la persona. La deformación se transforma en el desplazamiento de una aguja a través de una escala, como se muestra en la figura 22.10b. Para transformar el movimiento lineal en un movimiento circular en torno a un eje horizontal se utiliza un piñón y una cremallera. Este movimiento se transforma en un giro alrededor del eje vertical, y a su vez, en el desplazamiento de la aguja por una escala, mediante un engrane cónico.

Otra posible solución es usar un microprocesador. La plataforma se monta sobre celdas de presión en las que se utilizan deformáme-

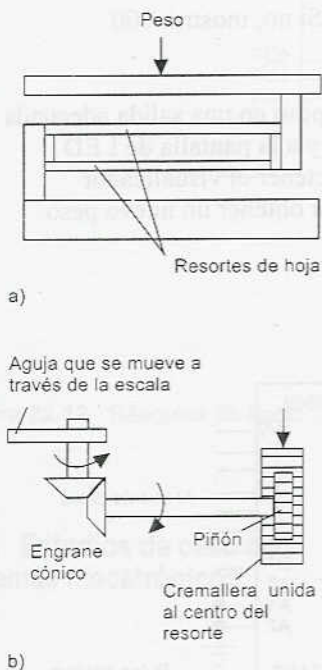
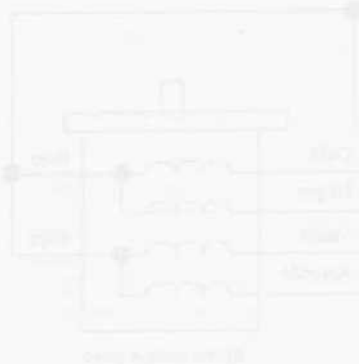


Figura 22.10 Báscula de baño



tros tipo resistencia eléctrica. Cuando la persona está sobre la plataforma se deforman los deformímetros y la resistencia varía. Si los deformímetros están montados en un puente de Wheatstone con cuatro brazos activos, la salida de voltaje desbalanceada del puente es una medida del peso de la persona. La señal así obtenida se amplifica mediante un amplificador operacional diferencial. La señal analógica obtenida se alimenta a un convertidor analógico a digital con un latch, antes de alimentarla a un microprocesador, por ejemplo, el Motorola 6820. La figura 22.11 muestra la interfaz de entrada. También sería necesario contar con una memoria no borrable, y para ello se usa un chip EPROM, por ejemplo, el Motorola 2716. La señal de salida del visualizador se obtiene a través de un PIA, por ejemplo, el Motorola 6821.

Sin embargo, si se utiliza un microcontrolador, la memoria se encuentra dentro del chip del microprocesador; y si se elige el microcontrolador idóneo, por ejemplo el M68HC11, se puede obtener la conversión analógica a digital de las entradas. El sistema, en suma, consiste en deformímetros que, a través de un amplificador operacional, entregan voltaje al puerto E del microcontrolador (la entrada del CAD), la salida pasa por los controladores adecuados, llega al decodificador y a una pantalla de LED pasando por los puertos B y C (figura 22.12).

La estructura del programa sería:

Inicialización poniendo en cero la pantalla de LED y la memoria

Inicio

¿Hay alguien en la báscula? Si no, mostrar 000

Si sí

introducir datos

convertir los datos del peso en una salida adecuada

salida al decodificador y a la pantalla de LED

pausa de tiempo para retener el visualizador

Repetir desde el principio para obtener un nuevo peso

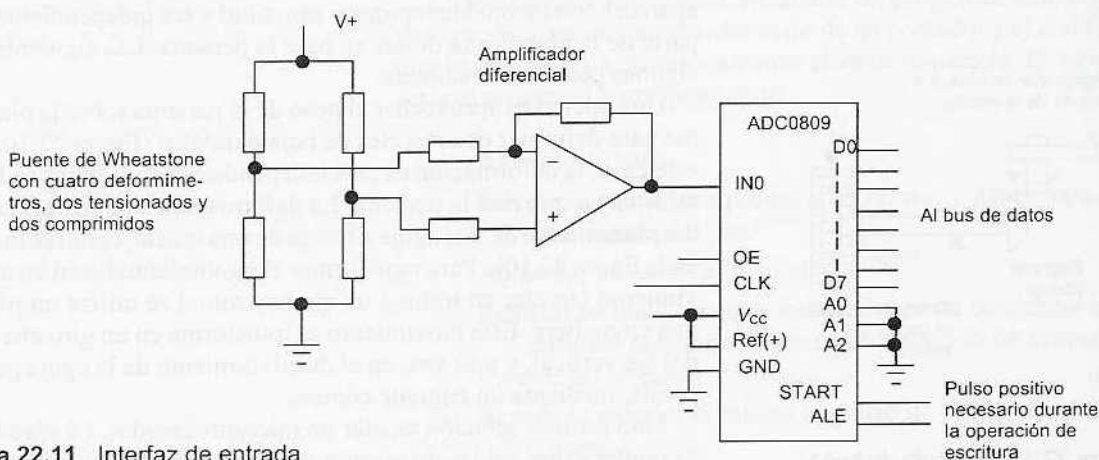


Figura 22.11 Interfaz de entrada



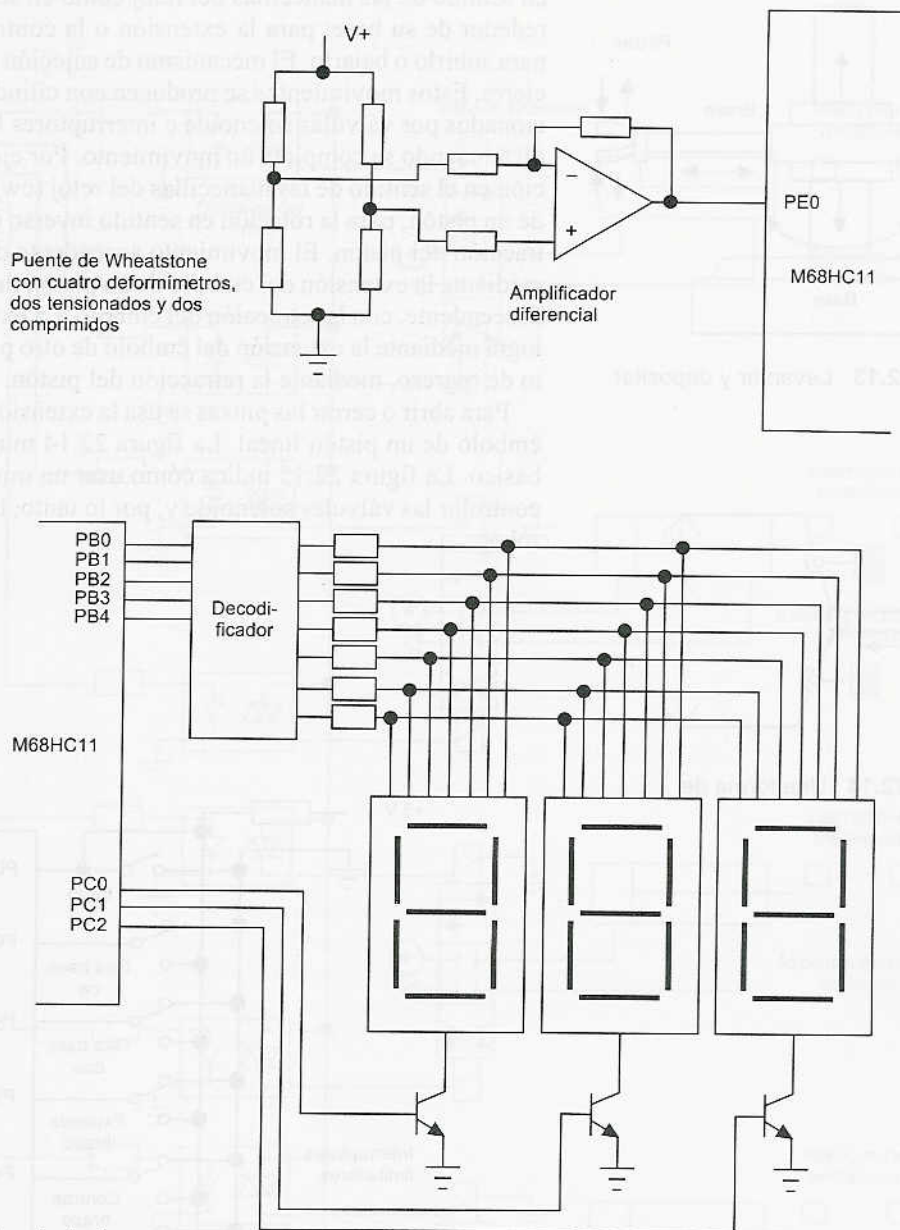


Figura 22.12 Básculas de baño

## 22.3 Estudios de caso de sistemas mecatrónicos

El uso de los sistemas de control electrónicos está muy generalizado. Los siguientes son ejemplos resumidos de sistemas mecatrónicos.

### 22.3.1 Un robot para levantar y depositar objetos

La figura 22.13 ilustra la forma básica de un robot que levanta y deposita objetos. El robot tiene tres ejes de movimiento: rotación, tanto

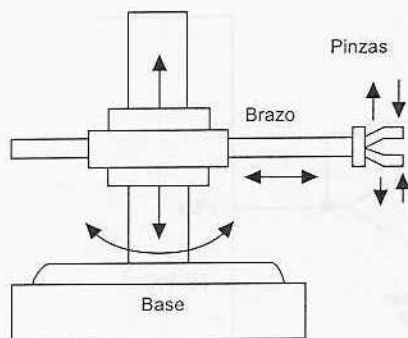


Figura 22.13 Levantar y depositar

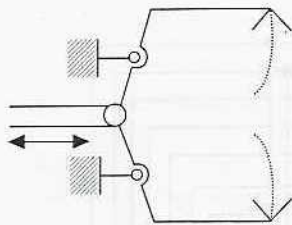
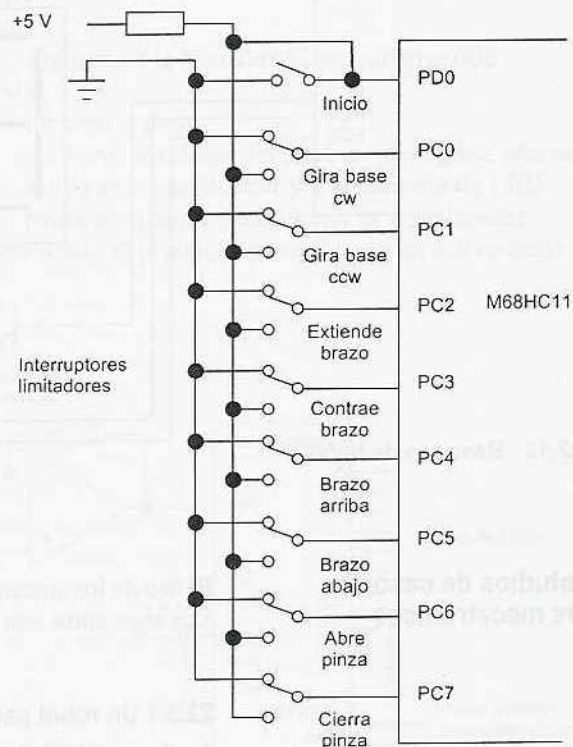


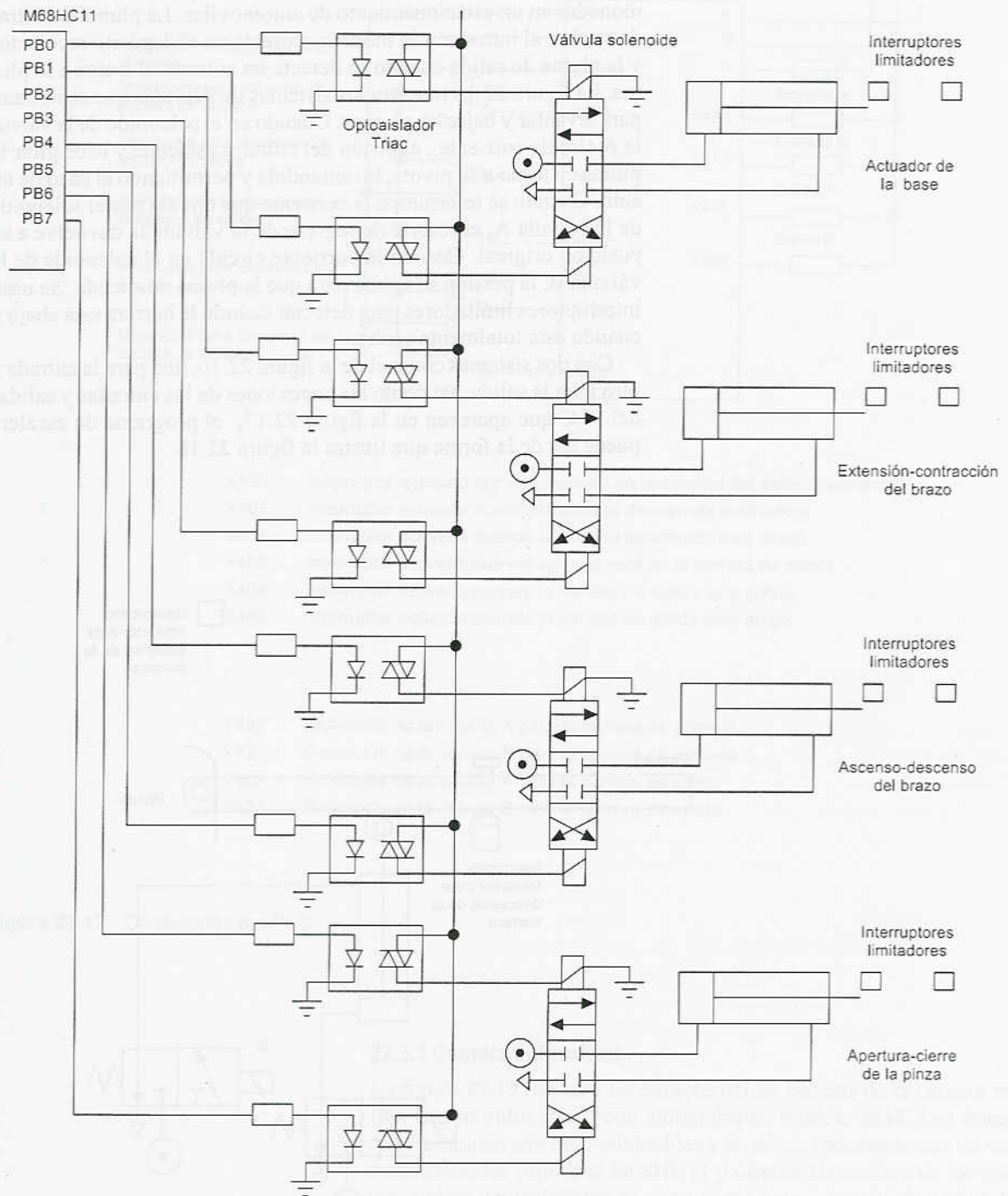
Figura 22.14 Una forma de sujeción

en sentido de las manecillas del reloj como en sentido contrario, alrededor de su base; para la extensión o la contracción del brazo y para subirlo o bajarlo. El mecanismo de sujeción o pinza se abre y se cierra. Estos movimientos se producen con cilindros neumáticos accionados por válvulas solenoide e interruptores limitadores para indicar cuando se completa un movimiento. Por ejemplo, para la rotación en el sentido de las manecillas del reloj (cw) se usa la extensión de un pistón; para la rotación en sentido inverso (ccw) se usa la contracción del pistón. El movimiento ascendente del brazo se obtiene mediante la extensión del émbolo de un pistón lineal; el movimiento descendente, con la retracción del émbolo. La extensión del brazo se logra mediante la extensión del émbolo de otro pistón; el movimiento de regreso, mediante la retracción del pistón.

Para abrir o cerrar las pinzas se usa la extensión o la retracción del émbolo de un pistón lineal. La figura 22.14 muestra el mecanismo básico. La figura 22.15 indica cómo usar un microcontrolador para controlar las válvulas solenoide y, por lo tanto, los movimientos del robot.

Figura 22.15 Control del robot  
(Continúa en la siguiente página)



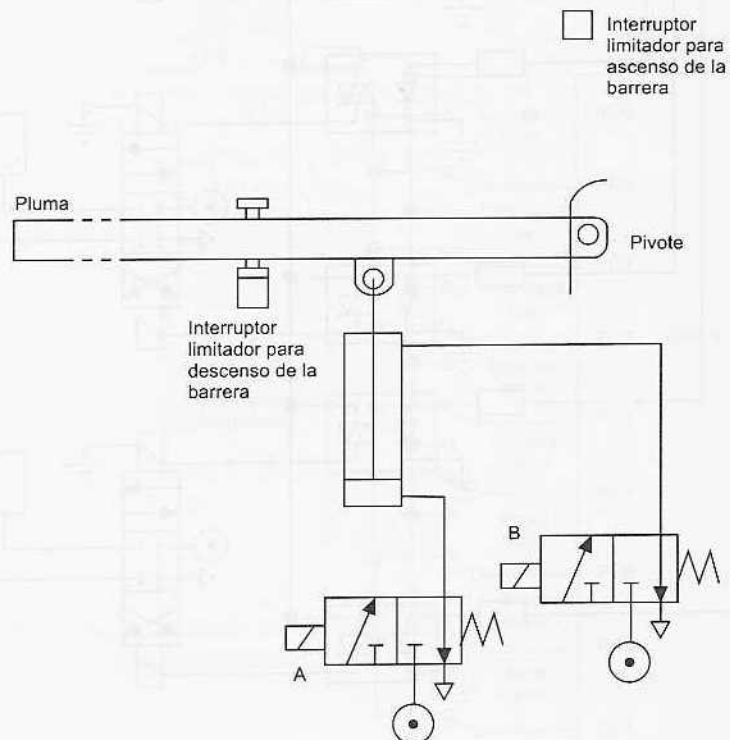


**Figura 22.15** Control del robot  
(Continúa de la página anterior)

### 22.3.2 Barreras de un estacionamiento de automóviles

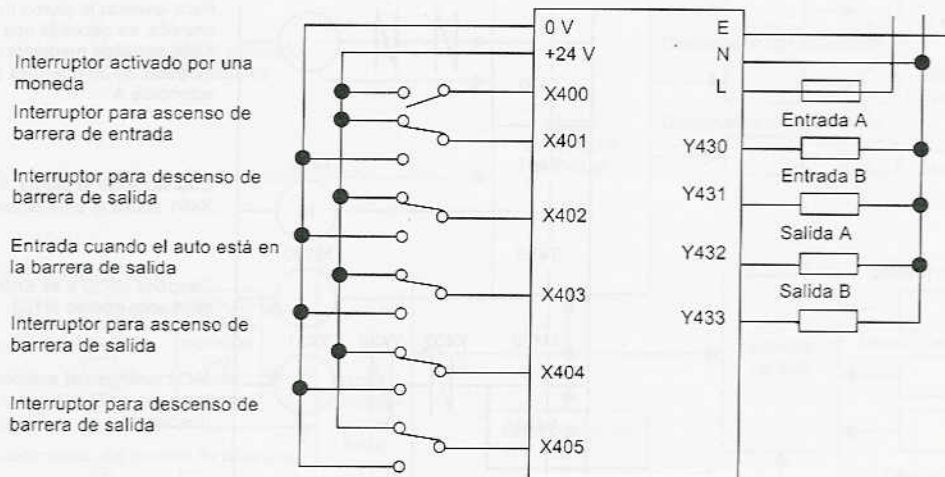
Un ejemplo de la aplicación de un PLC son las plumas activadas con monedas en un estacionamiento de automóviles. La pluma de entrada se abre al introducir la moneda correcta en el depósito recolector y la pluma de salida cuando se detecta un automóvil frente a la pluma. La figura 22.16 muestra los sistemas de válvulas que se utilizan para levantar y bajar las plumas. Cuando en el solenoide de la válvula A circula corriente, el pistón del cilindro asciende y hace girar la pluma en torno a su pivote, levantándola y permitiendo el paso de un auto. Cuando se interrumpe la corriente que circula por el solenoide de la válvula A, el resorte de regreso de la válvula la devuelve a su posición original. Cuando la corriente circula en el solenoide de la válvula B, la presión se aplica para que la pluma descienda. Se usan interruptores limitadores para detectar cuándo la barrera está abajo y cuándo está totalmente arriba.

Con dos sistemas como el de la figura 22.16, uno para la entrada y otro para la salida, así como las conexiones de las entradas y salidas del PLC que aparecen en la figura 22.17, el programa de escalera puede ser de la forma que ilustra la figura 22.18.



**Figura 22.16** Sistema para subir y bajar una barrera





X400	Interruptor activado por una moneda en la entrada del estacionamiento
X401	Interruptor activado cuando la barrera de entrada está arriba
X402	Interruptor activado cuando la barrera de entrada está abajo
X403	Interruptor activado cuando un auto está en la barrera de salida
X404	Interruptor activado cuando la barrera de salida está arriba
X405	Interruptor activado cuando la barrera de salida está abajo

Y430	Solenoides de la válvula A para la barrera de entrada
Y431	Solenoides de la válvula B para la barrera de entrada
Y432	Solenoides de la válvula A para la barrera de salida
Y433	Solenoides de la válvula B para la barrera de salida

Figura 22.17 Conexiones del PLC

### 22.3.3 Cámara automática

La figura 22.19 muestra las características básicas de la cámara réflex Canon automática, con autoenfoco, modelo EOS. Los lentes de esta cámara son intercambiables y en su cuerpo cuenta con un microcontrolador principal M68HC11 y otro en la montura de los lentes; ambos controladores se comunican entre sí en el momento de colocar el lente en la cámara. La figura 22.20 muestra un diagrama de bloques de este sistema.

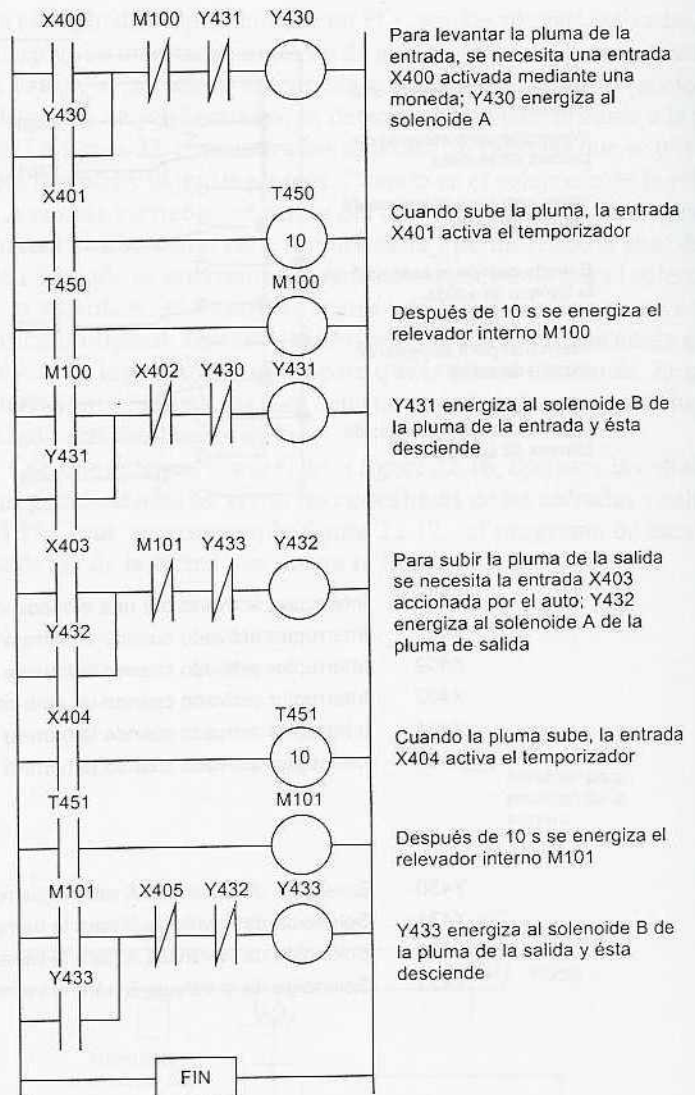


Figura 22.18 Programa de escalera

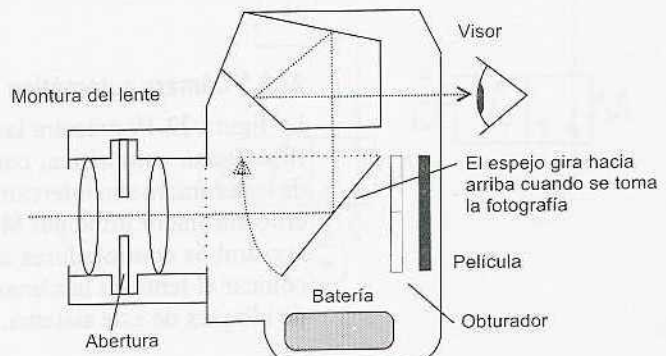
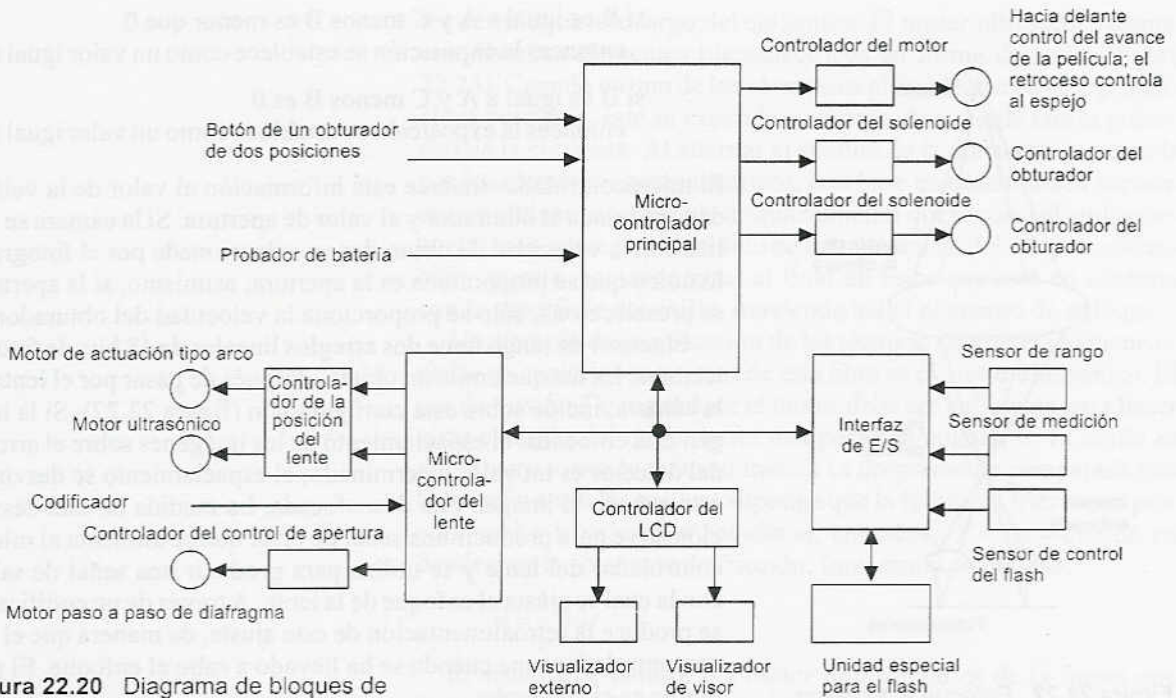
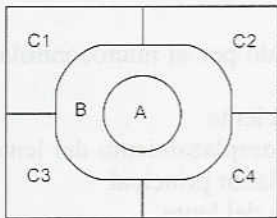


Figura 22.19 Cámara reflex





**Figura 22.20** Diagrama de bloques de un sistema electrónico



**Figura 22.21** Sensores de luz

Cuando el fotógrafo oprime el botón del obturador hasta su primera posición (es decir, oprimido en forma parcial), el microcontrolador principal calcula la velocidad del obturador y los valores de configuración de apertura con base en el valor que proporciona el sensor de medición; éstos aparecen en el visor y en el visualizador externo de LCD. Al mismo tiempo, el microcontrolador procesa la información del sensor de rango y envía señales al microcontrolador del lente. Éste envía señales para accionar los motores que ajusten el enfoque del lente. Si el fotógrafo oprime el botón del obturador hasta su segunda posición (todo oprimido) el microcontrolador principal envía señales para subir el espejo, modificar la apertura hasta lograr la que se requiere, abrir el obturador hasta el tiempo de exposición correspondiente y, para concluir, una vez que cierra el obturador, avanza la película y deja la cámara lista para tomar la siguiente fotografía.

El sensor de medición tiene seis sensores de luz dispuestos como ilustra la figura 22.21. Para obtener el valor promedio de C1, C2, C3 y C4 se acondiciona la señal; se analizan el valor de A, B y el promedio de C para determinar el valor de la exposición que corresponde. Esto, por ejemplo, revela si en la escena hay luminosidad más o menos constante, o es el acercamiento a una persona y, por lo tanto, existe una zona central brillante rodeada por un fondo oscuro. El tipo de programa que se usa es:

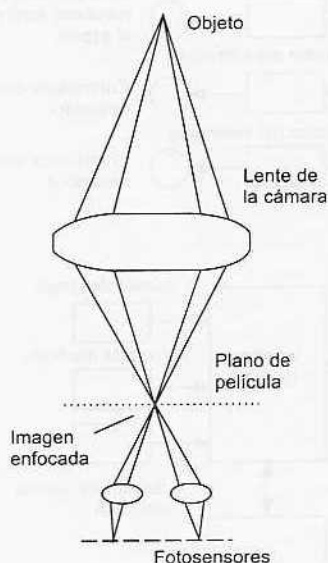


Figura 22.22 Enfoque automático

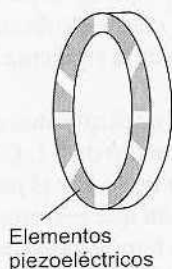


Figura 22.23 Elementos piezoeléctricos

si  $B$  es igual a  $A$  y  $C$  menos  $B$  es menor que  $0$   
 entonces la exposición se establece como un valor igual a  $A$   
 si  $B$  es igual a  $A$  y  $C$  menos  $B$  es  $0$   
 entonces la exposición se establece como un valor igual a  $C$

El microcontrolador traduce esta información al valor de la velocidad apropiada al obturador y al valor de apertura. Si la cámara se utiliza con la velocidad de obturador ya seleccionada por el fotógrafo, lo único que se proporciona es la apertura; asimismo, si la apertura, se preselecciona, sólo se proporciona la velocidad del obturador.

El sensor de rango tiene dos arreglos lineales de 48 bits de fotodetectores. La luz que emite un objeto, después de pasar por el lente de la cámara, incide sobre esta configuración (figura 22.22). Si la imagen está enfocada, el espaciamiento de las imágenes sobre el arreglo del detector es un valor determinado; el espaciamiento se desvía de éste cuando la imagen está desenfocada. La medida de esta desviación sirve para producir una señal de error que se alimenta al microcontrolador del lente y se utiliza para producir una señal de salida con la cual se ajusta el enfoque de la lente. A través de un codificador se produce la retroalimentación de este ajuste, de manera que el microcontrolador sepa cuándo se ha llevado a cabo el enfoque. El programa es el siguiente:

Para el microcontrolador principal

- enviar comando de inicio al microcontrolador del lente
- recibir entrada enviada por el sensor de rango
- calcular el movimiento del lente necesario
- enviar los datos del desplazamiento del lente al microcontrolador de éste
- esperar a que el microcontrolador verifique el desplazamiento del lente
- enviar señal en foco al visualizador del visor

Para el microcontrolador del lente

- esperar el comando inicio enviado por el microcontrolador principal
- determinar la posición inicial del lente
- esperar a recibir datos sobre el desplazamiento del lente enviados por el microcontrolador principal
- leer los datos del desplazamiento del lente
- calcular la nueva posición del lente
- en tanto el lente no haya llegado a su nueva posición, accionar el motor y enviar la señal de verificación de enfoque al microcontrolador principal

El sistema de actuación del diafragma consta de un motor de paso a paso, el cual abre o cierra las laminillas del diafragma. Para lograr el enfoque intervienen dos tipos de actuación: la formación del arco y el motor ultrasónico. En el primer caso se utiliza un motor de cd con imán permanente sin escobillas (ver la sección 7.5.5); se usan sensores Hall para detectar la posición del rotor. El movimiento del motor se transmite mediante engranes, los cuales desplazan las len-



tes de enfoque a lo largo del eje óptico. El motor ultrasónico cuenta con diversos elementos piezoeléctricos en forma de anillo (figura 22.23). Cuando en uno de los elementos piezoeléctricos se le proporciona corriente, éste se expande o contrae, de acuerdo con la polaridad de la corriente. Al alternar el sentido de la corriente que circula por los elementos piezoeléctricos, con base en determinada secuencia, se obtiene una onda de desplazamiento que recorre el anillo piezoeléctrico, ya sea en el sentido de las manecillas del reloj o en dirección opuesta, haciendo girar al final un rotor que está en contacto con la superficie del anillo, moviendo así al elemento de enfoque.

Un ejemplo de la aplicación de las técnicas de modelado mencionadas en capítulos anteriores de esta obra es el motor ultrasónico. El par de torsión  $T$  que produce el motor debe ser suficiente para hacer girar el anillo del motor hasta una posición angular  $\theta$ . El anillo es muy ligero y, por lo tanto su inercia es despreciable comparada con la fricción entre los anillos. Suponga que la fuerza de fricción es proporcional a la velocidad angular  $\omega$ , entonces,  $T = c\omega = c d\theta/dt$ , en donde  $c$  es la constante de fricción. Integrando se obtiene:

$$\theta = \frac{1}{c} \int dt$$

El sistema de control del motor ultrasónico es de la forma que ilustra la figura 22.24.  $y_n$  es el pulso de entrada  $n$ ésimo y  $x_n$ , el pulso de salida  $n$ ésimo. Si el microprocesador tienen una ganancia de control proporcional  $K$ , la entrada es  $y_n - x_n$  y la salida,  $K(y_n - x_n)$ . Ésta pasa por el CDA y produce una salida analógica que consta de varios pasos (figura 22.24). El comportamiento del motor es el de un integrador, por lo que su salida es  $1/c$  veces la suma progresiva de las áreas que cubren los escalones (figura 22.24). Cada escalón tiene un área de (cambio CDA en la salida del escalón)  $\times T$ . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} x_n - x_{n-1} &= (\text{salida del CDA para } x_{n-1}) T/c \\ &= K(y_{n-1} - x_{n-1}) T/c \end{aligned}$$

Entonces:

$$x_n = [1 - (KT/c)]x_{n-1} + (KT/c)y_{n-1}$$

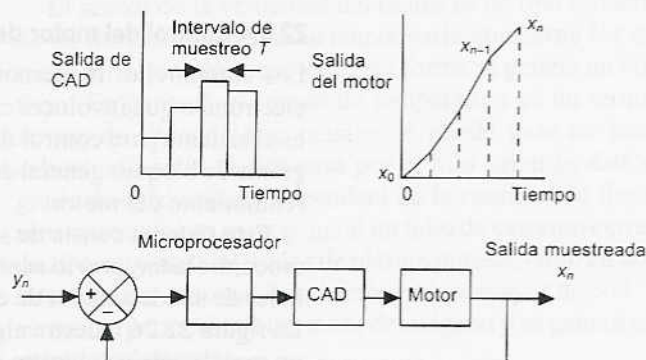


Figura 22.24 Sistema de control

Suponga que  $K/c = 5$  y que el intervalo de muestreo es de 0.1s. Por lo tanto:

$$x_n = 0.5 y_{n-1} + 0.5 x_{n-1}$$

Cuando en el sistema de control hay entrada para enfocar una secuencia de pulsos de dimensión constante 1, antes de ello y si no hay entrada, es decir,  $y_0 = 1$ ,  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 1$ , ... etcétera; por lo tanto:

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 0.5 \times 0 + 0.5 \times 1 = 0.5$$

$$x_2 = 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times 1 = 0.75$$

$$x_3 = 0.5 \times 0.75 + 0.5 \times 1 = 0.875$$

$$x_4 = 0.5 \times 0.875 + 0.5 \times 1 = 0.9375$$

$$x_5 = 0.5 \times 0.9375 + 0.5 \times 1 = 0.96875$$

$$x_6 = 0.5 \times 0.96875 + 0.5 \times 1 = 0.984375$$

$$x_7 = 0.5 \times 0.984375 + 0.5 \times 1 = 0.9921875$$

y así sucesivamente

La salida tarda siete periodos de muestreo, es decir, 0.7 s para lograr el enfoque. Es un lapso demasiado grande. Suponga, sin embargo, que se eligen valores tales que  $KT/c = 1$ . La ecuación diferencial es, entonces  $x_n = y_{n-1}$ . Por lo tanto:

$$x_0 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = 1$$

etc.

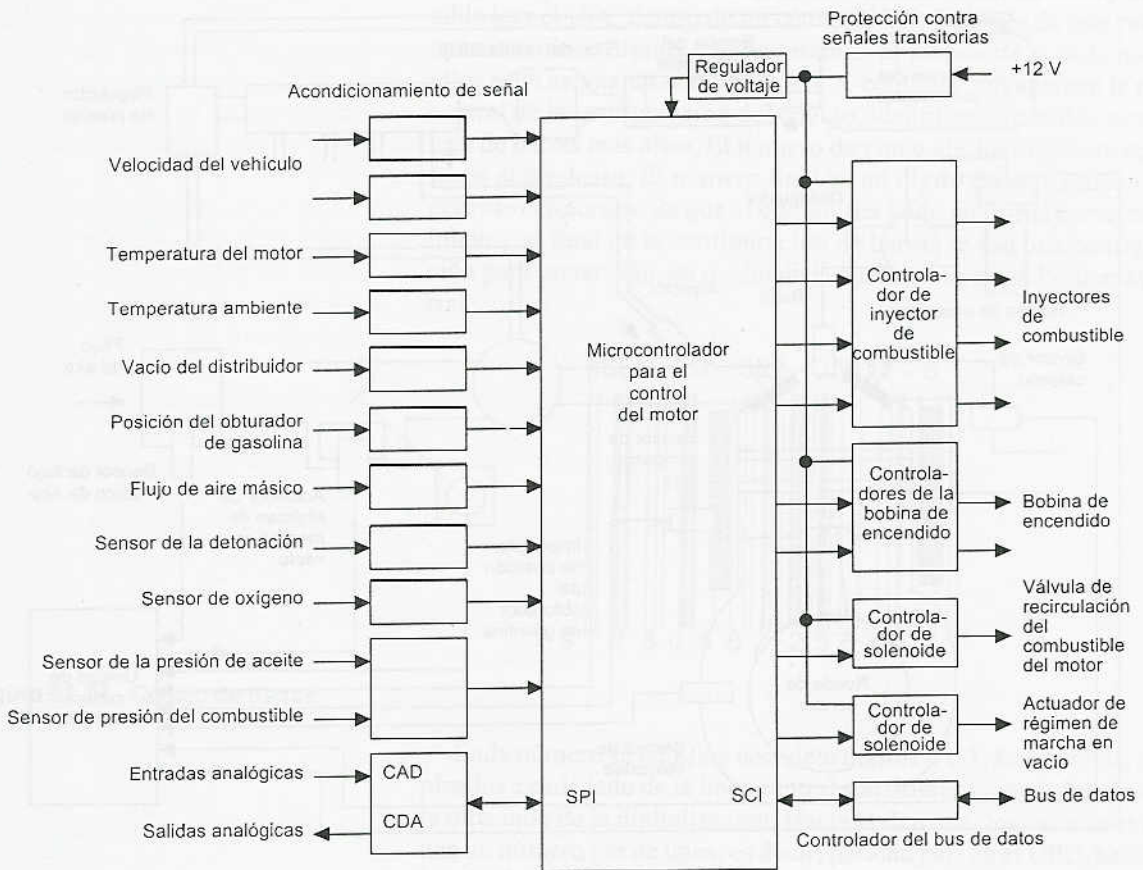
Esto significa que la salida llegará a la posición requerida después de un muestreo. Ésta es una respuesta mucho más rápida. Al aplicar una velocidad de muestreo alta se logra una respuesta muy rápida. Este tipo de respuesta se conoce como *respuesta aperiódica*.

### 22.3.4 Control del motor de un automóvil

Los automóviles modernos incluyen diversos sistemas de control electrónico que involucra el uso de microprocesadores, uno de ellos es el sistema para control del motor. La figura 22.25 muestra el diagrama de bloques general de este sistema, cuyo objetivo es el óptimo rendimiento del motor.

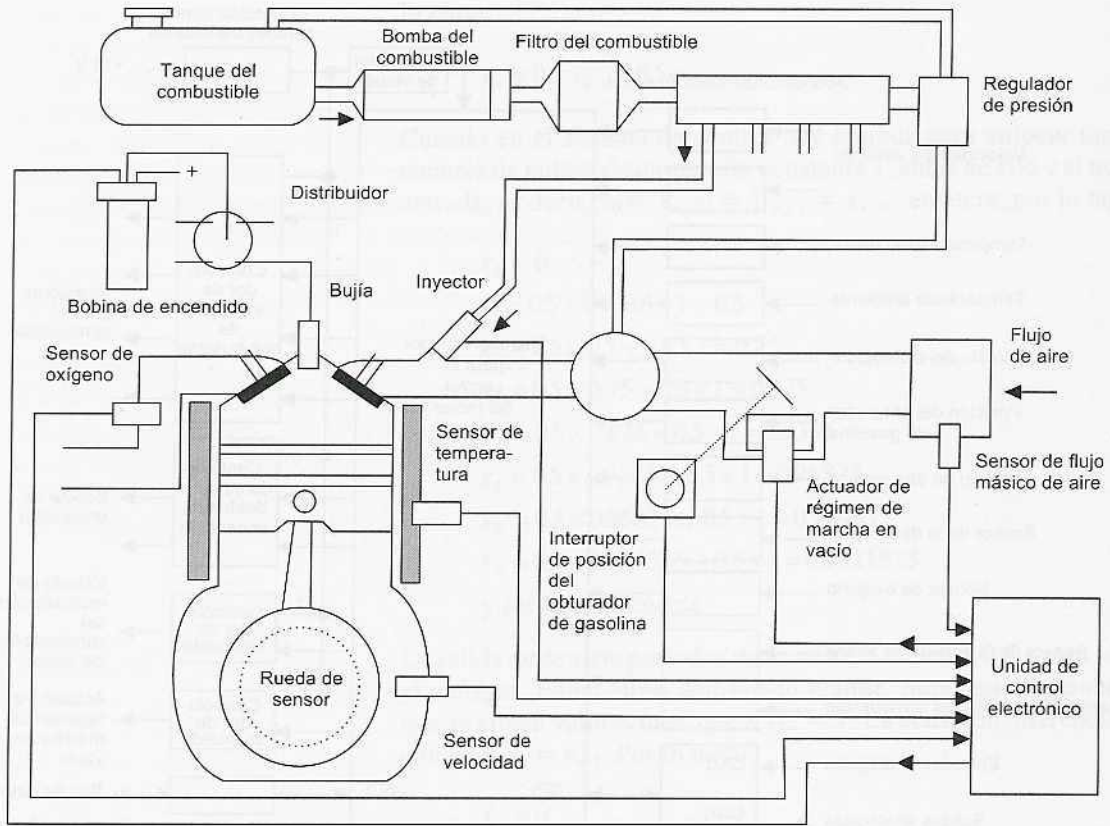
Este sistema consta de sensores que proporcionan señales al microcontrolador, previo acondicionamiento de la señal, y produce señales de salida a través de controladores para activar los actuadores. La figura 22.26 muestra algunos de estos elementos en relación con un motor; sólo se muestra un cilindro.





**Figura 22.25** Sistema para el control de un motor

El sensor de la velocidad del motor es de tipo inductivo y consta de un devanado cuya inductancia varía conforme los dientes de la rueda sensora lo recorren y de esta forma se genera un voltaje oscilatorio. En general, el sensor de temperatura es un termistor. Como sensor de flujo de aire másico se puede usar un sensor de hilo caliente. Cuando el aire pasa por el hilo caliente, éste se enfría; el grado de enfriamiento dependerá de la cantidad de flujo másico. El sensor de oxígeno es en general un tubo de extremo cerrado de óxido de zirconio, con electrodos de platino poroso, tanto en las superficies interna como externa. A una temperatura mayor de 300 °C, el sensor se vuelve permeable a los iones de oxígeno y se genera así un voltaje entre los electrodos.



**Figura 22.26** Sistema para administración de un motor

### 22.3.5 Lector de código de barras

Es ya una escena familiar en las cajas registradoras de los supermercados pasar mercancías frente a un haz luminoso, o el de una varilla sobre las mismas, a fin de leer el código de barras respectivo, y determinar de manera automática el tipo de mercancía y su precio. Este código consta de una serie de barras negras y blancas de ancho variable. Por ejemplo, en la contraportada de este libro hay un código de barras.

La figura 22.27 ilustra la forma básica del código de barras que se utiliza en las ventas al menudeo. El código de barras representa una serie numérica; cuenta con un prefijo mediante el cual se identifica el tipo de codificación utilizada; en la configuración del *código universal de productos* (UPC, por sus siglas en inglés) que se usa en Estados Unidos de Norteamérica este prefijo tiene un solo dígito; y en el *número de artículo europeo* (EAN, por sus siglas en inglés), el prefijo tiene dos dígitos. El UPC usa un prefijo 0 para indicar abarro-



tes y un 3 para medicinas. El prefijo del EAN va del 00 al 09 y es posible leer el UPC dentro de un código EAN. Después de este prefijo aparecen cinco dígitos que representan al fabricante, a cada uno de ellos se le asigna un número único. A continuación aparece la parte central de la configuración del código, identificado con dos secuencias de barras más altas. El número de cinco dígitos siguiente representa al producto. El número final es un dígito de verificación que permite cerciorarse de que el código sea leído en forma correcta. Al inicio y al final de la configuración de barras se usa una configuración para protección, en medio de la cual se enmarcan las demás barras.



Figura 22.27 Código de barras

Cada número se codifica con siete dígitos 0 o 1. Los códigos empleados a cada lado de la línea central son diferentes para determinar la dirección de la digitalización. Hacia la derecha, los caracteres tienen un número par de unos, es decir, paridad par; en el UPC, hacia la izquierda hay un número impar de unos, es decir, paridad impar; la codificación EAN hacia la izquierda es una combinación. La tabla 22.3 contiene las codificaciones UPC y EAN; UPC es la codificación hacia la izquierda de A y para el EAN se usan códigos de caracteres, tanto a la izquierda de A como a la izquierda de B.

Tabla 22.3 Codificaciones UPC y EAN

Número decimal	Caracteres A a la izquierda	Caracteres B a la izquierda	Caracteres a la derecha
0	0001101	0100111	1110010
1	0011001	0110011	1100110
2	0010011	0011011	1101100
3	0111101	0100001	1000010
4	0100011	0011101	0011100
5	0110001	0111001	0001110
6	0101111	0000101	1010000
7	0111011	0010001	1000100
8	0110111	0001001	1001000
9	0001011	0010111	1110100



**Figura 22.28** Código de barras para 2 de mano derecha

Los unos se representan con una barra oscura. El carácter del lado derecho 2 se presenta como 1101100 y, con las barras oscuras adyacentes aparece como una barra oscura de doble anchura seguida por un espacio angosto, por otra barra oscura de doble ancho y por un espacio de doble ancho. Lo anterior se ilustra en la figura 22.28. La configuración de protección en los extremos del código representa 101 y la banda central de barras es 01010.

El código de barras de la figura 22.27 es el que apareció en la primera edición de este libro. Se empleó el código EAN y el prefijo 97 lo identifica como publicación, 80582 identifica al editor, 25634 identifica la obra y el dígito de verificación es 7. Observe que el código de barras contiene las partes importantes del número ISBN, el que también permite identificar editor y obra en particular.

El procedimiento para usar el dígito de verificación del código es:

1. Empezar por la izquierda, sumar todos los caracteres, excluyendo el dígito de verificación, que se encuentran en las posiciones impares, es decir, primero, tercero, quinto, etcétera y la suma se multiplica por 3.
2. Empezando por la derecha, se suman todos los caracteres de las posiciones pares.
3. Sumar los resultados de los pasos 1 y 2. El carácter de verificación es el número más pequeño, que al añadirse a la suma anterior da como resultado un múltiplo de 10.

Un ejemplo de cómo usar el dígito de verificación es suponer que el código de barras de este libro es:

9780582256347

Para los caracteres impares tenemos que:  $9 + 8 + 5 + 2 + 5 + 3 = 32$ , que al multiplicar por 3 da 96. En el caso de los caracteres pares tenemos:  $7 + 0 + 8 + 2 + 6 + 4 = 27$ . La suma da 123 y por lo tanto, el dígito de verificación será 7.

La lectura del código de barras consiste en determinar el ancho de las bandas oscuras y claras. Para ello se utiliza un láser de estado sólido que enfoca un haz luminoso, intenso y angosto, en el código y así detectar la luz que se refleja en una fotocelda. Por lo general, en la versión de digitalizador que se usa en los supermercados el láser está fijo y mediante un espejo giratorio la luz se enfoca en el código de barras y se recorren todas las barras. Para acondicionar la señal se amplifica la salida de la fotocelda con amplificadores operacionales y un circuito comparador en el que se emplea un amplificador operacional; se produce una salida de valor alto, es decir, un 1, correspondiente a una barra oscura, y un valor de salida bajo, es decir, un 0, correspondiente a un espacio en blanco. Esta secuencia de 0s y 1s se alimenta, por ejemplo, a un PIA conectado a un microprocesador 6800 de Motorola. La configuración general del programa del microprocesador es:



1. Inicialización para borrar las diversas posiciones en la memoria.
2. Recuperación de los datos en la entrada. Para ello, de manera continua se prueba la entrada para así determinar si es un valor 0 o 1.
3. Procesamiento de los datos para obtener los caracteres en formato binario. La entrada es una señal en serie que consta de ceros y unos de diferente duración, la cual depende del ancho de los espacios de las barras oscuras. El microprocesador está programado para obtener el ancho del tiempo del módulo al dividir el lapso de muestreo entre las barras del marcador y la cantidad de módulos; un módulo es una banda clara u oscura que representa un 0 o un 1. El programa determina si una banda oscura o clara representa a uno o varios dígitos, y así interpreta la señal del digitalizador.
4. Conversión del resultado binario en la información correspondiente al artículo adquirido y su costo.

## Problemas y tareas

1. Proponga en forma breve los posibles diseños para obtener lo siguiente:
  - a) El controlador de temperatura de un horno.
  - b) Un mecanismo para clasificar objetos pequeños, medianos y grandes que se desplazan sobre una banda transportadora, para que al final cada uno de ellos se envíe a distintos recipientes para su empaque.
  - c) Un graficador  $x$ - $y$  (dispositivo para trazar gráficas que muestren cómo varía la entrada de  $x$  conforme cambia la entrada de  $y$ ).

### Tareas para investigación

2. Estudie el sistema de frenado no antibloqueo que se utiliza en los automóviles y describa los principios de su funcionamiento.
3. Estudie el mecanismo de una impresora de matriz de punto y describa los principios de su funcionamiento.
4. Estudie el protocolo de red de área de control (CAN por sus siglas en inglés) que se utiliza en los automóviles.

### Tareas para diseño

5. Diseñe un sistema de termómetro digital que muestre temperaturas entre 0 y 99 °C. Como posible solución se sugiere usar un microprocesador con chips de RAM y de ROM o un microcontrolador.
6. Diseñe un óhmetro digital que presente la lectura del valor de la resistencia que esté conectada entre sus terminales. Se sugiere como una de las posibles soluciones el empleo de un multivibrador monoestable, por ejemplo el 74121, el cual produce un impulso cuya amplitud en tiempo guarda relación con la constante de tiempo  $RC$  del circuito utilizado.

7. Diseñe un barómetro digital que muestre el valor de la presión atmosférica. Se sugiere como una de las posibles soluciones utilizar un sensor de presión MPX2100AP.
8. Diseñe un sistema para controlar la velocidad de un motor de cd. Se sugiere como una de las posibles soluciones usar la tabla de evaluación M68HC11.
9. Diseñe un sistema para colocar sobre una banda transportadora cajas, agrupadas en lotes de cuatro, y en el cual se utilice un PLC.



# Apéndice

## La transformada de Laplace

### A.1 La transformada de Laplace

Este apéndice proporciona más detalles acerca de la transformada de Laplace de los que aparecen en el capítulo 11. Para un estudio más detallado, y ejemplos de su uso, el lector se puede referir a *Laplace and z-Transforms* de W. Bolton (Mathematics for Engineers Series, Longman 1994).

Considere una cantidad la cual es una función del tiempo. Se puede decir que esta cantidad está en el *dominio del tiempo* y representarla como una función  $f(t)$ . En muchos problemas solamente se tiene interés en valores de tiempo mayores o iguales que 0, es decir,  $t \geq 0$ . Para obtener la transformada de Laplace de esta función se multiplica por  $e^{-st}$  y se integra con respecto al tiempo desde cero hasta infinito. Aquí la  $s$  es una constante con unidades de 1/tiempo. El resultado es lo que se denomina *Transformada de Laplace* y entonces se dice que la ecuación está en el *dominio de  $s$* . De esta manera, la transformada de Laplace de la función del tiempo  $f(t)$ , la cual se escribe como  $\mathcal{L}\{f(t)\}$ , está dada por

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

La transformada es *unilateral* ya que sólo se consideran los valores de tiempo entre 0 y  $+\infty$ , y no sobre el intervalo completo de tiempo desde  $-\infty$  hasta  $+\infty$ .

Se pueden realizar manipulaciones algebraicas sobre una cantidad en el dominio de  $s$ , como adición, sustracción, división y multiplicación, en la forma habitual en que se hace con cualquier cantidad algebraica. No se podría haber hecho esto sobre la función original, suponiendo que ésta hubiera estado en la forma de una ecuación diferencial, en el dominio del tiempo. Con esto se quiere decir que se puede obtener una expresión considerablemente más sencilla en el dominio de  $s$ . Si se quiere ver cómo varía la cantidad con el tiempo en el dominio del tiempo, se tiene que llevar a cabo la transformación inversa. Esto involucra encontrar la función del tiempo que pudiera haber dado la expresión simplificada en el dominio de  $s$ .

Cuando se está en el dominio de  $s$  una función es denotada por  $F(s)$ , debido a que es una función de  $s$ . Es habitual usar la letra ma-

yúscula  $F$  para la transformada de Laplace y la letra minúscula  $f$  para la función del tiempo  $f(t)$ . De esta forma

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$$

Para la operación inversa, cuando se obtiene la función del tiempo a partir de la transformada de Laplace, se puede escribir

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$$

Esta ecuación se lee como:  $f(t)$  es la transformada inversa de la transformada de Laplace  $F(s)$ .

### A.1.1 La transformada de Laplace a partir de los principios básicos

Para ilustrar la transformación de una cantidad del dominio del tiempo al dominio de  $s$ , considere la función que tiene el valor constante de 1 para todos los valores de tiempo mayores que 0, es decir,  $f(t) = 1$  para  $t \geq 0$ . Ésta describe una función *escalón unitario* y se muestra en la figura Ap.1. La transformada de Laplace es entonces

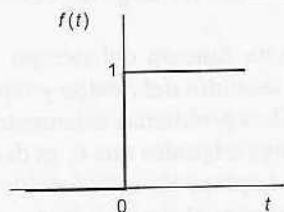


Figura Ap.1 Función escalón unitario

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} 1e^{-st} dt = -\frac{1}{s} \left[ e^{-st} \right]_0^{\infty}$$

Debido a que con  $t = \infty$  el valor de  $e^{-\infty}$  es 0 y con  $t = 0$  el valor de  $e^{-0}$  es  $-1$ , entonces

$$F(s) = \frac{1}{s}$$

Como otro ejemplo, enseguida se muestra cómo se determina, a partir de los principios básicos, la transformada de Laplace de la función  $e^{at}$ , donde  $a$  es una constante. De esta forma la transformada de Laplace de  $f(t) = e^{at}$  es

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_0^{\infty} e^{at} e^{-st} dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-(s-a)t} dt = -\frac{1}{s-a} \left[ e^{-(s-a)t} \right]_0^{\infty} \end{aligned}$$

Cuando  $t = \infty$  el término en los corchetes se hace 0 y cuando  $t = 0$  éste se hace  $-1$ . De esta manera

$$F(s) = \frac{1}{s-a}$$

## A.2 Escalones y pulsos unitarios

Las funciones de entrada comunes a los sistemas son el escalón y el pulso unitarios. En lo que sigue se indica cómo se obtienen sus transformadas de Laplace.



### A.2.1 Función escalón unitario

La figura Ap.1 muestra una gráfica de una función escalón unitario. Ésta, cuando se presenta el escalón en  $t = 0$ , tiene la ecuación

$$\begin{aligned} f(t) &= 1 \text{ para todos los valores de } t \text{ mayores que } 0 \\ f(t) &= 0 \text{ para todos los valores de } t \text{ menores que } 0 \end{aligned}$$

La función escalón describe un cambio abrupto en alguna cantidad desde cero hasta su valor estable, por ejemplo, el cambio en el voltaje aplicado a un circuito cuando se enciende.

De este modo, la función escalón unitario no se puede describir mediante  $f(t) = 1$  debido a que esto implicaría una función que tiene un valor constante de 1 en todos los valores de  $t$ , tanto positivos como negativos. La función escalón unitario que conmuta desde 0 hasta +1 en  $t = 0$  se describe por convención mediante el símbolo  $u(t)$  o  $H(t)$ , la  $H$  viene del apellido de su originador O. Heaviside. Algunas veces se hace referencia a ésta como la *función de Heaviside*.

La transformada de Laplace de esta función escalón es, como se obtuvo en la sección anterior,

$$F(s) = \frac{1}{s}$$

La transformada de Laplace de una función escalón de altura  $a$  es

$$F(s) = \frac{a}{s}$$

### A.2.2 Función pulso

Considere un pulso rectangular de magnitud  $1/k$  que se presenta en  $t = 0$  y el cual tiene un ancho de pulso de  $k$ , es decir, el área del pulso es 1. La figura Ap.2 muestra dicho pulso que se puede describir como

$$f(t) = \frac{1}{k} \text{ para } 0 \leq t < k$$

$$f(t) = 0 \text{ para } t > k$$

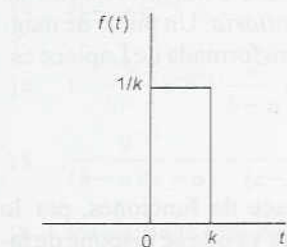


Figura Ap.2 Pulso rectangular

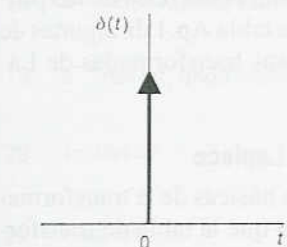


Figura Ap.3 Pulso

Si se mantiene constante esta área del pulso en 1 y después se disminuye el ancho del pulso (es decir, se reduce  $k$ ), la altura se incrementa. De esta forma, en el límite cuando  $k \rightarrow 0$  se acaba sólo con una línea vertical en  $t = 0$  y la altura de la gráfica se va hasta infinito. El resultado es una gráfica que es cero excepto en un único punto donde se tiene una espiga infinita (figura Ap.3). Tal gráfica se puede usar para representar un pulso. Se dice que el pulso es unitario debido a que el área encerrada por él es 1. Esta función se representa mediante  $\delta(t)$ , la *función pulso unitario* o la *función delta de Dirac*.

La transformada de Laplace para el pulso rectangular de área unitaria en la figura Ap.3 está dada por

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \\
 &= \int_0^k \frac{1}{k} e^{-st} dt + \int_k^{\infty} 0 e^{-st} dt \\
 &= \left[ -\frac{1}{sk} e^{-st} \right]_0^k \\
 &= -\frac{1}{sk} (e^{-sk} - 1)
 \end{aligned}$$

Para obtener la transformada de Laplace para el pulso unitario se necesita encontrar el valor de la última expresión cuando  $k \rightarrow 0$ . Esto se puede hacer mediante la expansión en serie del término exponencial. Así

$$e^{-sk} = 1 - sk + \frac{(-sk)^2}{2!} + \frac{(-sk)^3}{3!} + \dots$$

y así se puede escribir

$$F(s) = 1 - \frac{sk}{2!} + \frac{(sk)^2}{3!} + \dots$$

De esta forma en el límite cuando  $k \rightarrow 0$  la transformada de Laplace tiende al valor 1.

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

Debido a que el área del pulso anterior es 1 se puede definir la magnitud de tal pulso como si fuera 1. Así, la ecuación anterior da la transformada de Laplace para un *pulso unitario*. Un pulso de magnitud  $a$  se representa mediante  $a\delta(t)$  y la transformada de Laplace es

$$\mathcal{L}\{a\delta(t)\} = a$$

### A.3 Transformada de Laplace de funciones estándar

Al determinar las transformadas de Laplace de funciones, por lo común no es necesario evaluar las integrales ya que se dispone de tablas que proporcionan las transformadas de Laplace de funciones que se presentan comúnmente. Éstas, cuando se combinan con un conocimiento de las propiedades de tales transformadas (vea la siguiente sección), son suficientes para abordar la mayoría de los problemas encontrados con más frecuencia. La tabla Ap.1 da algunas de las funciones del tiempo más comunes y sus transformadas de Laplace.

#### A.3.1 Propiedades de la transformada de Laplace

En esta sección se exponen las propiedades básicas de la transformada de Laplace. Estas propiedades permiten que la tabla de transformadas de Laplace de funciones estándar se use en una amplia gama de situaciones.



**Tabla Ap.1** Transformadas de Laplace

Función del tiempo $f(t)$	Transformada de Laplace $F(s)$
1 $\delta(t)$ , pulso unitario	1
2 $\delta(t-T)$ , pulso unitario retardado	$e^{-sT}$
3 $u(t)$ , escalón unitario	$\frac{1}{s}$
4 $u(t-T)$ , escalón unitario retardada	$\frac{e^{-sT}}{s}$
5 $t$ , rampa unitaria	$\frac{1}{s^2}$
6 $t^n$ , rampa de $n$ -ésimo orden	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
7 $e^{-at}$ , decaimiento exponencial	$\frac{1}{s+a}$
8 $1-e^{-at}$ , crecimiento exponencial	$\frac{a}{s(s+a)}$
9 $te^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
10 $t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
11 $t - \frac{1-e^{-at}}{a}$	$\frac{a}{s^2(s+a)}$
12 $e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$
13 $(1-at)e^{-at}$	$\frac{s}{(s+a)^2}$
14 $1 - \frac{b}{b-a}e^{-at} + \frac{a}{b-a}e^{-bt}$	$\frac{ab}{s(s+a)(s+b)}$
15 $\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(c-a)(a-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$
16 $\sin \omega t$ , onda senoidal	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
17 $\cos \omega t$ , onda cosenoidal	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
18 $e^{-at} \sin \omega t$ , onda senoidal amortiguada	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
19 $e^{-at} \cos \omega t$ , onda cosenoidal amortiguada	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
20 $1 - \cos \omega t$	$\frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$
21 $t \cos \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$

(Continúa en la siguiente página)

Función del tiempo $f(t)$	Transformada de Laplace $F(s)$
22 $t \operatorname{sen} \omega t$	$\frac{2\omega s}{(s^2 + \omega^2)^2}$
23 $\operatorname{sen}(\omega t + \theta)$	$\frac{\omega \cos \theta + s \operatorname{sen} \theta}{s^2 + \omega^2}$
24 $\cos(\omega t + \theta)$	$\frac{s \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{s^2 + \omega^2}$
25 $e^{-at} \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$	$\frac{(s+a) \operatorname{sen} \theta + \omega \cos \theta}{(s+a)^2 + \omega^2}$
26 $e^{-at} \cos(\omega t + \theta)$	$\frac{(s+a) \cos \theta - \omega \operatorname{sen} \theta}{(s+a)^2 + \omega^2}$
27 $\frac{\omega}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi \omega t} \operatorname{sen} \left[ \omega \sqrt{1-\xi^2} t \right]$	$\frac{\omega^2}{s^2 + 2\xi \omega s + \omega^2}$
28 $1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi \omega t} \operatorname{sen} \left[ \omega \sqrt{1-\xi^2} t + \phi \right], \xi = \cos \phi$	$\frac{\omega^2}{s(s^2 + 2\xi \omega s + \omega^2)}$

Nota:  $f(t) = 0$  para valores negativos de  $t$ . Se han omitido los términos  $u(t)$  de la mayoría de las funciones del tiempo y se tienen que suponer.

#### Propiedad de linealidad

Si dos funciones del tiempo separadas, por ejemplo  $f(t)$  y  $g(t)$ , tienen transformada de Laplace entonces la transformada de la suma de las funciones del tiempo es la suma de las dos transformadas de Laplace separadas.

$$\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\} + b\mathcal{L}\{g(t)\}$$

$a$  y  $b$  son constantes.

De esta manera, por ejemplo, la transformada de Laplace de  $1 + 2t + 4t^2$  está dada por la suma de las transformadas de los términos individuales en la expresión. Así, al usar los elementos 1, 5 y 6 de la tabla Ap.1,

$$F(s) = \frac{1}{s} + \frac{2}{s^2} + \frac{8}{s^3}$$

#### Propiedad de corrimiento en el dominio de $s$

Esta propiedad se usa para determinar la transformada de Laplace de funciones que tienen un factor exponencial y algunas veces se hace referencia a ésta como el *primer teorema de corrimiento*. Si  $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  entonces

$$\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = F(s - a)$$

Por ejemplo, como la transformada de  $t^n$  está dada por el elemento 6 en la tabla Ap.1 como  $n! / s^{n+1}$ , la transformada de Laplace de  $e^{at} t^n$  está dada por

$$\mathcal{L}\{e^{at} t^n\} = \frac{n!}{(s - a)^{n+1}}$$



### Propiedad de corrimiento en el dominio del tiempo

Si una señal está retardada un tiempo  $T$  entonces su transformada de Laplace está multiplicada por  $e^{-sT}$ . Si  $F(s)$  es la transformada de Laplace de  $f(t)$  entonces

$$\mathcal{L}\{f(t-T)u(t-T)\} = e^{-sT} F(s)$$

Al retardo de una señal un tiempo  $T$  se le conoce como el *segundo teorema de corrimiento*.

La propiedad de corrimiento en el dominio del tiempo se puede aplicar a todas las transformadas de Laplace. Así para un pulso  $\delta(t)$  que se retrasa un tiempo  $T$  para dar una función  $\delta(t-T)$ , la transformada de Laplace, que es 1, se multiplica por  $e^{-sT}$  para dar  $le^{-sT}$  como la transformada de la función retardada.

### Funciones periódicas

Para una función  $f(t)$  la cual es periódica de periodo  $T$ , la transformada de Laplace es

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{1 - e^{-sT}} F_1(s)$$

donde  $F_1(s)$  es la transformada de Laplace de la función para el primer periodo.

Así, por ejemplo, considere la transformada de Laplace de una secuencia periódica de pulsos rectangulares de periodo  $T$ , como se muestra en la figura Ap.4. La transformada de Laplace de un solo pulso rectangular está dada por  $(1/s)(1 - e^{-sT/2})$ . Por lo tanto, usando la ecuación anterior, la transformada de Laplace entonces es

$$\frac{1}{1 - e^{-sT}} \times \frac{1}{s} (1 - e^{-sT/2}) = \frac{1}{s(1 + e^{-sT/2})}$$

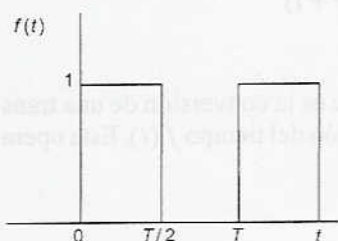


Figura Ap.4 Pulsos rectangulares

### Teoremas del valor inicial y del valor final

El teorema del valor inicial se puede establecer como: si una función del tiempo  $f(t)$  tiene transformada de Laplace  $F(s)$ , entonces en el límite cuando el tiempo tiende a cero, el valor de la función está dado por

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

El teorema del valor final se puede establecer como: si una función del tiempo  $f(t)$  tiene la transformada de Laplace  $F(s)$  entonces en el límite cuando el tiempo tiende a infinito, el valor de la función está dado por

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

### Derivadas

La transformada de la derivada de una función  $f(t)$  está dada por

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt} f(t)\right\} = sF(s) - f(0)$$

donde  $f(0)$  es el valor de la función cuando  $t = 0$ . Para la segunda derivada

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2}{dt^2} f(t)\right\} = s^2 F(s) - sf(0) - \frac{d}{dt} f(0)$$

donde  $df(0)/dt$  es el valor de la primera derivada en  $t = 0$ . En el capítulo 11 se presentaron algunos ejemplos de la transformada de Laplace de derivadas de funciones.

### Integrales

La transformada de Laplace de la integral de una función  $f(t)$  la cual tiene una transformada de Laplace  $F(s)$  que está dada por

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{s} F(s)$$

Por ejemplo, la transformada de Laplace de la integral de una función  $e^{-t}$  entre los límites de 0 y  $t$  está dada por

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t e^{-t} dt\right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}\{e^{-t}\} = \frac{1}{s(s+1)}$$

## A.4 Transformada inversa

La transformación inversa de Laplace es la conversión de una transformada de Laplace  $F(s)$  en una función del tiempo  $f(t)$ . Esta operación se puede escribir como

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$$

La operación inversa generalmente se puede realizar usando la tabla Ap.1. La propiedad de linealidad de la transformada de Laplace significa que si se tiene una transformada como la suma de dos términos separados entonces se puede tomar la inversa de cada una por separado y la suma de las dos transformadas inversas es la transformada inversa requerida.

$$\mathcal{L}^{-1}\{aF(s) + bG(s)\} = a\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} + b\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$$

De este modo, para ilustrar cómo al manipular una función, con frecuencia se puede poner en la forma estándar que se muestra en la tabla, la transformada inversa de  $3/(2s+1)$  se puede obtener arreglándola como

$$\frac{3(1/2)}{s + (1/2)}$$

La tabla contiene (elemento 7) la transformada  $1/(s+a)$  con la transformada inversa de  $e^{-at}$ . La transformación inversa es ésta multiplicada por la constante  $(3/2)$  con  $a = (1/2)$ , es decir,  $(3/2)e^{-t/2}$ .

Como otro ejemplo, considere la transformada inversa de Laplace de  $(2s+2)/(s^2+1)$ . Esta expresión se puede arreglar como



$$2 \left[ \frac{s}{s^2 + 1} + \frac{1}{s^2 + 1} \right]$$

El primer término entre corchetes tiene una transformada inversa de  $\cos t$  (elemento 17 de la tabla Ap.1) y el segundo término  $\sin t$  (elemento 16 de la tabla Ap.1). Así, la transformada inversa de la expresión es

$$2 \cos t + 2 \sin t$$

#### A.4.1 Fracciones parciales

Con frecuencia  $F(s)$  es un cociente de dos polinomios y no se puede identificar fácilmente con una transformada estándar de la tabla Ap.1. Se tiene que convertir en términos de fracciones sencillas antes de poder usar las formas estándar. El proceso de convertir una expresión en términos de fracciones sencillas se denomina descomposición en *fracciones parciales*. Esta técnica se puede usar siempre que el grado del polinomio del numerador sea menor que el grado del polinomio del denominador, es decir, en la ecuación anterior  $n$  es menor que  $m$ . El grado del polinomio es la potencia más alta de  $s$  en la expresión. Cuando el grado del polinomio del numerador es igual o mayor que el grado del polinomio del denominador se divide entre el numerador hasta que el resultado sea la suma de los términos con un término fraccional como residuo que tenga un polinomio en el numerador con grado menor que el del polinomio del denominador.

Se puede considerar que habrá básicamente tres tipos de fracciones parciales:

- 1 El denominador contiene factores que son únicamente de la forma  $(s + a)$ ,  $(s + b)$ ,  $(s + c)$ , etcétera. La expresión es de la forma

$$\frac{f(s)}{(s + a)(s + b)(s + c)}$$

y tiene las fracciones parciales

$$\frac{A}{(s + a)} + \frac{B}{(s + b)} + \frac{C}{(s + c)}$$

- 2 Existen factores  $(s + a)$  repetidos en el denominador, es decir, el denominador contiene potencias de dicho factor, y la expresión es de la forma

$$\frac{f(s)}{(s + a)^n}$$

Entonces ésta tiene fracciones parciales de

$$\frac{A}{(s + a)^1} + \frac{B}{(s + a)^2} + \frac{C}{(s + a)^3} + \dots + \frac{N}{(s + a)^n}$$

- 3 El denominador contiene factores cuadráticos y éstos no se pueden factorizar sin términos imaginarios. Para una expresión de la forma

$$\frac{f(s)}{(as^2 + bs + c)(s + d)}$$

las fracciones parciales son

$$\frac{As + B}{(as^2 + bs + c)} + \frac{C}{(s + d)}$$

Los valores de las constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , etcétera se pueden encontrar ya sea haciendo uso del hecho de que la igualdad entre la expresión y las fracciones parciales debe ser verdadera para todos los valores de  $s$  o que los coeficientes de  $s^n$  deben ser iguales a aquellos de  $s^n$  en la expansión en fracciones parciales. El uso del primer método se ilustra con el siguiente ejemplo donde las fracciones parciales de

$$\frac{3s + 4}{(s + 1)(s + 2)} \text{ son } \frac{A}{s + 1} + \frac{B}{s + 2}$$

Entonces, para que las expresiones sean iguales, se debe tener que

$$\frac{3s + 4}{(s + 1)(s + 2)} = \frac{A(s + 2) + B(s + 1)}{(s + 1)(s + 2)}$$

y en consecuencia

$$3s + 4 = A(s + 2) + B(s + 1)$$

Esto debe ser cierto para todos los valores de  $s$ . El procedimiento es entonces elegir los valores de  $s$  que permitan que algunos de los términos que involucran constantes se hagan cero y así se puedan determinar otras constantes. De este modo, si se hace  $s = -2$  entonces se tiene

$$3(-2) + 4 = A(-2 + 2) + B(-2 + 1)$$

y así  $B = 2$ . Si ahora se hace  $s = -1$  entonces

$$3(-1) + 4 = A(-1 + 2) + B(-1 + 1)$$

y así  $A = 1$ . De esta manera

$$\frac{3s + 4}{(s + 1)(s + 2)} = \frac{1}{s + 1} + \frac{2}{s + 2}$$



# Respuestas

A continuación aparecen las respuestas de los problemas numéricos y guías breves de las posibles respuestas de los problemas descriptivos.

## Capítulo 1

- 1 a) Sensor – mercurio, acondicionador de señal – el conducto delgado donde se mueve el mercurio, display – las marcas en la barra, b) sensor – tubo curvado, acondicionador de señal – engranes, display – aguja moviéndose sobre la escala.
- 2 Ver texto.
- 3 Comparación/controlador – termostato, corrección – quizás un relevador, proceso – calor, variable – temperatura, medición – dispositivo sensible a la temperatura, como bandas bimetálicas.
- 4 Vea la figura A.1.

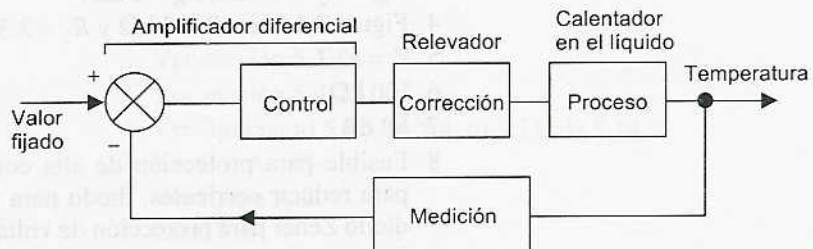


Figura A.1 Capítulo 1, problema 4

- 5 Ver texto.
- 6 Ver texto.
- 7 Por ejemplo: entra agua, enjuaga, sale agua, entra agua, calienta agua, lava, sale agua, entra agua, enjuaga, sale agua.
- 8 Tradicional: grande, funciones limitadas, requiere darle cuerda. Mecatrónico: compacto, muchas funciones, no requiere cuerda, menos costoso.
- 9 Termostato bimetálico: lento, precisión limitada, funciones simples, barato. Mecatrónico: rápido, preciso, muchas funciones, tienden a ser más económicos.

## Capítulo 2

- 1 Consulte el texto para la explicación de los términos.
- 2 -3.9%

- 3 67.5 s.
- 4 0.73%.
- 5  $0.105 \Omega$ .
- 6 Incremental – ángulo no absoluto, se mide desde una referencia; absoluto – identificación completa del ángulo.
- 7 162.
- 8 a)  $\pm 1.2^\circ$ , b) 3.3 mV.
- 9 Ver texto.
- 10 2.8 kPa.
- 11 19.6 kPa.
- 12 -0.89 %
- 13  $+1.54^\circ\text{C}$ .
- 14 Sí.
- 15 -9.81 N, -19.62 N, p. ej. un deformímetro.
- 16 Por ejemplo: una placa de orificio con celda de presión diferencial.
- 17 Por ejemplo: celda de presión diferencial.
- 18 Por ejemplo: sensor de desplazamiento TDVL.

### Capítulo 3

- 1 Como figura 3.2 con  $R_2/R_1 = 50$ , p. ej.  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$ .
- 2  $200 \text{ k}\Omega$ .
- 3 Figura 3.5 con dos entradas, p. ej.  $V_A = 1 \text{ V}$ ,  $V_B = 0$  a  $100 \text{ mV}$ ,  $R_A = R_2 = 40 \text{ k}\Omega$ ,  $R_B = 1 \text{ k}\Omega$ .
- 4 Figura 3.11 con  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  y  $R_2 = 2.32 \text{ k}\Omega$ .
- 5  $V = K\sqrt{I}$ .
- 6  $100 \text{ k}\Omega$ .
- 7 80 dB.
- 8 Fusible para protección de alta corriente, resistencia limitante para reducir corrientes, diodo para rectificar la ca, circuito con diodo Zener para protección de voltaje y polaridad, filtro pasabajas para eliminar ruido e interferencia, optoaislador para aislar altos voltajes del microprocesador.
- 9 0.059 V.
- 10  $5.25 \times 10^{-5} \text{ V}$ .
- 11 Como lo dice el problema.
- 12 24.4 mV.
- 13 9.
- 14 0.625 V.
- 15 1, 2, 4, 8.
- 16  $12 \mu\text{s}$ .
- 17 Ver texto.
- 18 Buffer, convertidor digital-analógico, protección.

### Capítulo 4

- 1 Ver texto.
- 2 Ver sección 4.1.
- 3 Por ejemplo: a) un graficador galvanométrico o potenciométrico, b) un medidor de bobina móvil, c) una grabadora de cinta magnética, d) un osciloscopio con memoria.



- 4 Puede ser un puente de cuatro brazos, un amplificador operacional diferencial y un voltímetro como display. Los valores de los componentes dependerán del grueso escogido para el acero y del diámetro de la celda de carga. Puede escoger que el tanque se monte en tres celdas.
- 5 Puede ser como el mostrado en la figura 3.8 con compensación por unión fría por un puente (ver sección 3.5.2). La linealidad se puede alcanzar con la selección de los materiales del termopar.
- 6 Pueden ser termistores con un elemento de muestreo y retención seguidos por CAD para cada sensor. Con esto la señal será digital evitando problemas de interferencia en la transmisión. Se pueden usar optoaisladores para aislar altos voltajes/corrientes, seguidos de un multiplexor que alimente a los medidores digitales.
- 7 Se basa en el principio de Arquímedes, el empuje hacia arriba del cuerpo flotante es igual al peso del fluido desplazado.
- 8 Se puede usar un TDVL o cuatro deformímetros con un puente de Wheatstone.
- 9 Por ejemplo: a) Tubo de Bourdon, b) termistores, graficador galvanométrico, c) celdas de deformímetros, puente de Wheatstone, amplificador diferencial, voltímetro digital, d) tacogenerador, acondicionador de señal para formar pulsos, contador.

## Capítulo 5

- 1 Ver sección 5.3.
- 2 Ver sección 5.3.2.
- 3 Ver sección 5.4.2.
- 4 Ver figuras: a) 5.15, b) 5.8, c) 5.11, d) 5.14.
- 5 A+, B+, A-, B-.
- 6 Ver figura A.2.
- 7  $0.0057 \text{ m}^2$ .
- 8 124 mm.
- 9 1.27 MPa,  $3.9 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ .
- 10 a)  $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ , b)  $0.10 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- 11 a)  $0.42 \text{ m}^3/\text{s}$ , b)  $0.89 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- 12 960 mm.

## Capítulo 6

- 1 a) Un sistema de elementos arreglados para transmitir movimiento de una forma a otra. b) Una secuencia de eslabones y articulaciones que proporcionan una respuesta controlada a un movimiento de entrada.
- 2 Ver sección 6.3.1.
- 3 a) 1, b) 2, c) 1, d) 1, e) 3.
- 4 a) traslación pura, b) traslación pura, c) rotación pura, d) rotación pura, e) traslación más rotación.
- 5 Retroceso rápido

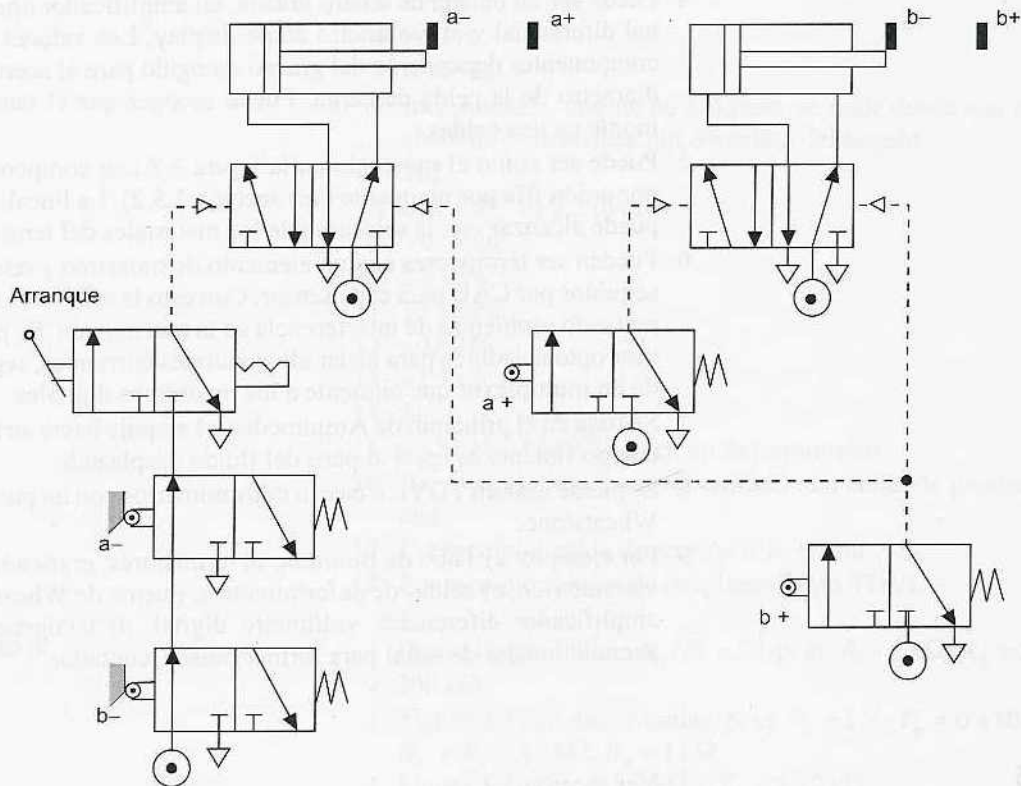


Figura A.2 Capítulo 5, problema 6

- 6 Caída rápida en el desplazamiento seguida por un regreso en forma gradual.
- 7 60 mm.
- 8 Leva en forma de corazón, con distancia del eje a la parte alta del corazón de 40 mm y de 100 mm del eje a la base del corazón (ver figura 6.11b).
- 9 Por ejemplo: levas en un eje, b) mecanismo de retroceso rápido, c) leva excéntrica, d) piñón – cremallera, e) transmisión de correa, f) engranes cónicos.
- 10 1/24.
- 11 a) Hidrodinámico, b) deslizamiento seco o rodamiento.

## Capítulo 7

- 1 Actúa como un flip-flop.
- 2 Vea texto y figura 7.9.
- 3 a) motor en serie, b) motor en derivación (en paralelo)
- 4 a) cd en derivación, b) motor de inducción o síncrono con inversor, c) cd, d) ca.
- 5 Vea la sección 7.5.5.
- 6 Vea la sección 7.7.
- 7 480 pulsos/s



## Capítulo 8

$$1 \text{ a) } m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} = F, \text{ b) } m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + (k_1 + k_2)x = F.$$

2 Como en la figura 8.6.

$$3 \quad c \frac{d\theta_{\text{ent}}}{dt} = c \frac{d\theta_{\text{sal}}}{dt} + k\theta_{\text{sal}}.$$

4 Dos resortes torsionales con un bloque para momento de inercia.

$$T = I \frac{d^2\theta}{dt^2} + k_1(\theta_1 - \theta_2) = m \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \theta_1.$$

$$5 \quad v = v_R + \frac{1}{RC} \int v_R dt.$$

$$6 \quad v = \frac{L}{R} \frac{dv_R}{dt} + \frac{1}{CR} \int v_R dt + v_R.$$

$$7 \quad v = R_1 C \frac{dv_C}{dt} + \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) v_C.$$

$$8 \quad R A_2 \frac{dh_2}{dt} + h_2 \rho g = h_1.$$

$$9 \quad RC \frac{dT}{dt} + T = T_i,$$

Capacitor cargado descargando a través de una resistencia.

$$10 \quad RC \frac{dT_1}{dt} = Rq - 2T_1 + T_2 + T_3,$$

$$RC \frac{dT_2}{dt} = T_1 - 2T_2 + T_3.$$

$$11 \quad pA = m \frac{d^2x}{dt^2} + R \frac{dx}{dt} + \frac{1}{c} x,$$

$R$  = resistencia al movimiento del eje,  $c$  = capacitancia del resorte.

$$12 \quad T = \left( \frac{I_1}{n} + n \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left( \frac{c_1}{n} + nc_2 \right) \frac{d\theta}{dt} + \left( \frac{k_1}{n} + nk_2 \right) \theta.$$

## Capítulo 9

$$1 \quad \Delta F = (2kx_0) \Delta x.$$

$$2 \quad \Delta E = (a + 2bT_0) \Delta T.$$

$$3 \quad \Delta T = (mgL) \Delta \theta.$$

$$4 \quad \frac{IR}{k_1 k_2} \frac{d\omega}{dt} + \omega = \frac{1}{k_2} v.$$

$$5 \quad (L_a + L_L) \frac{di_a}{dt} + (R_a + R_L) i_a - k_1 \frac{d\theta}{dt} = 0,$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + k_2 i_a = T.$$

6 Igual que un motor controlado por armadura.

7 Inductancia en serie con resistencia y fuente de corriente, eje con masa, amortiguamiento y movimiento en contra del resorte.

## Capítulo 10

- 1  $4 \frac{dx}{dt} + x = 6y$ .
- 2 a) 59.9 °C, b) 71.9 °C.
- 3 a)  $i = \frac{V}{R}(1 - e^{-Rt/L})$ , b)  $L/R$ , c)  $V/R$ .
- 4 a) Oscilaciones continuas, b) sub-amortiguada, c) críticamente amortiguada, d) sobre-amortiguada.
- 5 a) 4 Hz, b) 1.25, c)  $i = I(\frac{1}{3}e^{-8t} - \frac{4}{3}e^{-2t} + 1)$ .
- 6 a) 5 Hz, b) 1.0, c)  $x = (-32 + 6t)e^{-5t} + 6$ .
- 7 a) 9.5 %, b) 0.020 s.
- 8 a) 4 Hz, b) 0.625, c) 1.45 Hz, d) 0.5 s, e) 8.1 %, f) 0.25 s.
- 9 a) 0.59, b) 0.87

## Capítulo 11

- 1 a)  $\frac{1}{As + \rho g/R}$ , b)  $\frac{1}{ms^2 + cs + k}$ , c)  $\frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$
- 2 a) 3 s, b) 0.67 s.
- 3 a)  $1 + e^{-2t}$ , b)  $2 + 2e^{-5t}$ .
- 4 a) sobre-amortiguada, b) sub-amortiguada, c) críticamente amortiguada, d) sub-amortiguada.
- 5  $te^{-3t}$ .
- 6  $2e^{-4t} - 2e^{-3t}$ .
- 7 a)  $\frac{4s}{s^2(s+1)+4}$ , b)  $\frac{2(s+2)}{(s+1)(s+2)+2}$ ,  
c)  $\frac{4}{(s+2)(s+3)+20}$ , d)  $\frac{2}{s(s+2)+20}$ .
- 8  $5/(s+53)$
- 9  $5s/(s^2 + s + 10)$
- 10  $2/(3s+1)$

## Capítulo 12

- 1 a)  $\frac{5}{\sqrt{\omega^2 + 4}}$ ,  $\frac{\omega}{2}$ , b)  $\frac{2}{\sqrt{\omega^4 + \omega^2}}$ ,  $\frac{1}{\omega}$ ,  
c)  $\frac{1}{\sqrt{4\omega^6 - 3\omega^4 + 3\omega^2 + 1}}$ ,  $\frac{\omega(3 - 2\omega^2)}{1 - 3\omega^2}$
- 2  $0.56 \sin(5t - 38^\circ)$ .
- 3  $1.18 \sin(2t + 25^\circ)$ .
- 4 a) i)  $\infty$ ,  $90^\circ$ , ii) 0.44,  $450^\circ$ , iii) 0.12,  $26.6^\circ$ , iv) 0,  $0^\circ$ ,  
b) i) 1,  $0^\circ$ , ii) 0.32,  $-71.6^\circ$ , iii) 0.16,  $-80.5^\circ$ , iv) 0,  $-90^\circ$ .
- 5 Vea figura A.3.

## Capítulo 13

- 1 Vea sección 13.2.
- 2 a) 8 minutos, b) 20 minutos.
- 3 a) 12 s, b) 24 s.
- 4 20%, 5.



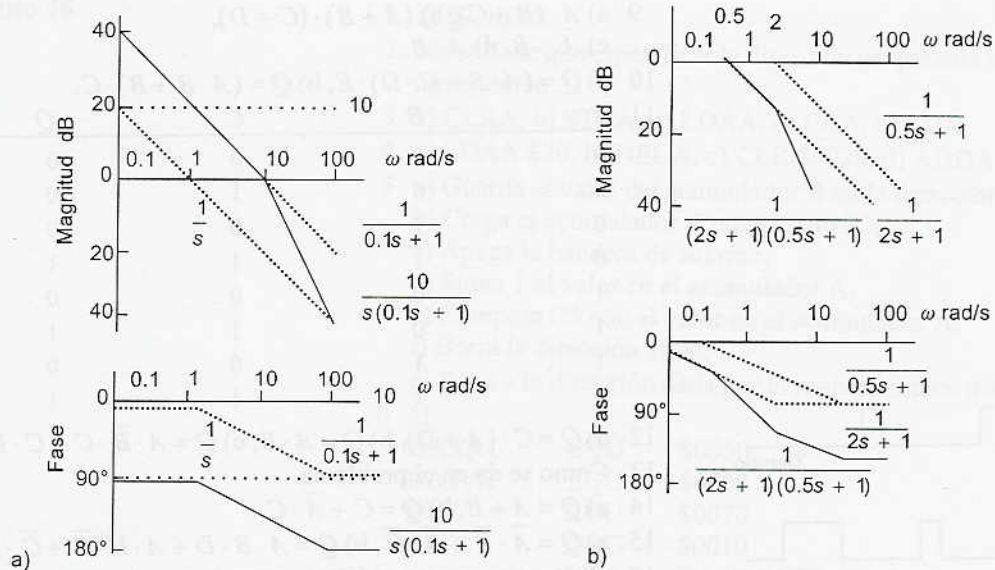


Figura A.3 Capítulo 12, problema 5

- 5 62.5%, 0.63%.
- 6 a) 51.0%, b) 51.0%, c) 9%, d) 49.5%.
- 7 a) 54%, b) 66%.
- 8 a) 55%, b) 65.25%, c) 76%.
- 9 Vea el texto. En particular P-offset, PI y PID offset.
- 10 3, 666 s, 100 s.
- 11 3, 100 s, 25 s.
- 12 Vea las secciones a) 13.12.1, b) 13.12.2, c) 13.12.3.
- 13 1.6.
- 14 Respuesta de primer orden con una constante de tiempo  $c/K_p$

## Capítulo 14

- 1 255.
- 2 a) 11, b) 529.
- 3 a) 1A7, b) 211.
- 4 a) 781, b) 157.
- 5 a) 1010 0110, b) 1101 1101.
- 6 a) 0, b) 1.
- 7 a) 8, b) 12.
- 8 Por ejemplo: a) selección de boleto AND dinero correcto ingresado, el dinero correcto es decidido por compuerta OR entre las posibilidades  
b) AND con protecciones de seguridad, lubricante, enfriador, área de trabajo, potencia, etc. todas operando o en su lugar.

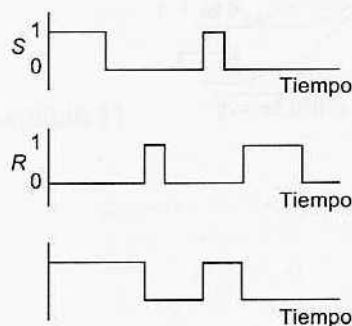


Figura A.4 Capítulo 14, problema 17

- 9 a)  $A \cdot (B + C)$ , b)  $(A + B) \cdot (C + D)$ ,  
c)  $\bar{A} + B$ , d)  $A \cdot B$ .

- 10 a)  $Q = (A \cdot B + C \cdot D) \cdot E$ , b)  $Q = (A \cdot B + B) \cdot C$ .

11	A	B	C	Q
	0	0	0	0
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	0	1	1	1
	1	0	0	0
	1	0	1	1
	1	1	0	0
	1	1	1	1

- 12 a)  $Q = C \cdot (A + D)$ , b)  $Q = A \cdot B$ , c)  $Q = A \cdot \bar{B} \cdot C + C \cdot D$ .

- 13 Como se da en el problema.

- 14 a)  $Q = A + B$ , b)  $Q = C + \bar{A} \cdot C$ .

- 15 a)  $Q = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C}$ , b)  $Q = A \cdot B \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{C} \cdot D$ .

- 16 Cuatro compuertas AND de entrada con dos compuertas NOT si la combinación correcta es 1, 1, 0, 0.

$$Q = A \cdot B \cdot C \cdot D$$

- 17 Vea la figura A.4.

- 18 Como en el texto, sección 14.7.1, para compuertas NOR cross-coupled.

## Capítulo 15

- 1 Vea sección 15.2.

- 2 256.

- 3  $64 \text{ K} \times 8$ .

- 4 Vea sección 15.3.

- 5 Vea figura 15.7 y texto asociado.

- 6 a) E, b) C, c) D, d) B.

- 7 256.

- 8 a) 0, b) 1.

- 9 Vea sección 15.3.1, parte 6.

- 10 Vea sección 15.3.2, parte 5.

- 11 Alto en la pata de restablecimiento.

- 12 a) IF A

THEN

BEGIN B

END B

ELSE

BEGIN C

END C

ENDIF A

- b) WHILE A

BEGIN B

END B

ENDWHILE A



## Capítulo 16

- 1 a) 89, b) 99.
- 2 No se tiene que especificar la dirección ya que está implícita en el mnemónico.
- 3 a) CLRA, b) STAA, c) LDAA, d) CBA, e) LDX.
- 4 a) LDAA \$20, b) DECA, c) CLR \$0020, d) ADDA \$0020.
- 5 a) Guarda el valor del acumulador B en la dirección 0035,  
b) Carga el acumulador A con el dato F2,  
c) Apaga la bandera de acarreo,  
d) Suma 1 al valor en el acumulador A,  
e) Compara C5 con el valor en el acumulador A,  
f) Borra la dirección 2000,  
g) Salta a la dirección dada por el registro índice más 05.

6 a)			
	DATA1	EQU	\$0050
	DATA2	EQU	\$0060
	DIFF	EQU	\$0070
		ORG	\$0010
	LDAA	DATA1	Toma el minuendo
	SUBA	DATA2	Resta el sustraendo
	STAA	DIFF	Guarda la diferencia
	SWI		Termina el programa
b)			
	MULT1	EQU	\$0020
	MULT2	EQU	\$0021
	PROD	EQU	\$0022
		ORG	\$0010
	CLR	PROD	Borra la dirección producto
	LDAB	MULT1	Toma el primer número
	LDAA	MULT2	Toma el multiplicando
	ADDA	PROD	Suma multiplicando
	STAA	PROD	Guarda resultado
	DECB		Decrementa acumulador B
	BNE	SUM	Salto si la suma no completa
	WAI		Termina el programa
c)			
	FIRST	EQU	\$0020
		ORG	\$0000
	CLRA		Limpia el acumulador
	LDX	#0	
	MORE	STAA	\$20,X
		INX	Incrementa registro índice
		INCA	Incrementa acumulador
		CMPA	#\$10
			Compara con número 10
		BNE	MORE
		WAI	Salta si no es cero
			Termina el programa

d)

	ORG	\$0100	
	LDX	#\$2000	Coloca apuntador
LOOP	LDA A	\$00,X	Carga dato
	STA A	\$50,X	Almacena dato
	INX		Incrementa registro índice
	CPX	\$3000	Compara
	BNE	LOOP	Salta
	SWI		Termina el programa
7 YY	EQU	???	Valor seleccionado para el retardo necesario
SAVEX	EQU	\$0100	
	ORG	\$0010	
	STA	SAVEX	Guarda acumulador A
	LDAA	YY	Carga acumulador A
LOOP	DECA		Decrementa acumulador A
	BNE	LOOP	Salta si no es cero
	LDA	SAVEX	Restablece acumulador
	RTS		Regresa al programa de llamado
8	LDA	\$2000	Lee dato de entrada
	AND A	#\$01	Borra todos los bits excepto el bit 0
	BEQ	\$03	Si el interruptor es bajo, salta JMP que tiene 3 líneas de programa
	JMP	\$3000	Si el interruptor es alto, no salta y ejecuta JMP
	Continue		

## Capítulo 17

- 1 a) La variable contador es un entero, b) a la variable num se le asigna el valor 10, c) la palabra name será presentada en el display, d) el display es Number 12, e) incluir el archivo stdio.h
- 2 a) Llama las librerías necesarias para ejecutar la función printf(), b) indica el principio y el final de un grupo de instrucciones, c) inicia una nueva línea, d) problema 3.
- 3 El número es 12.
- 4 #include<stdio.h>

```
int main(void);
{
    int len, width;
    printf("Dar longitud: ");

    scanf("%d", &len);
```



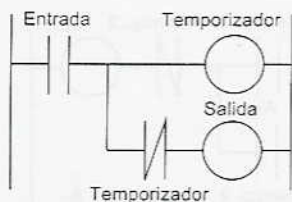


Figura A.5 Capítulo 19, problema 7

## Capítulo 18

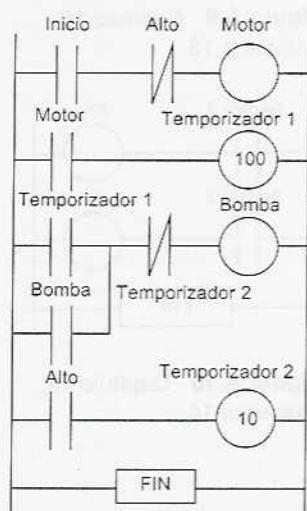
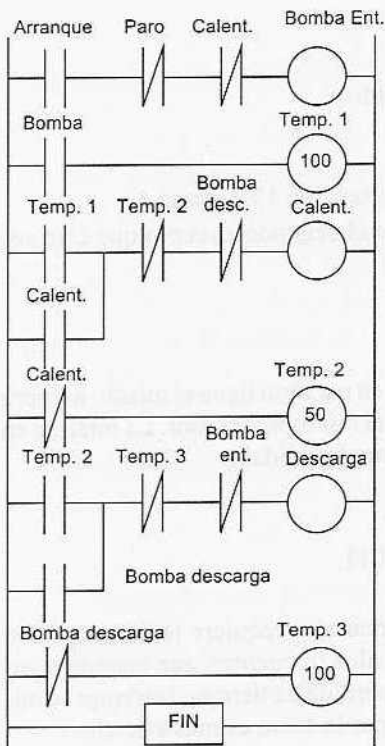


Figura A.6 Capítulo 19, problema 8

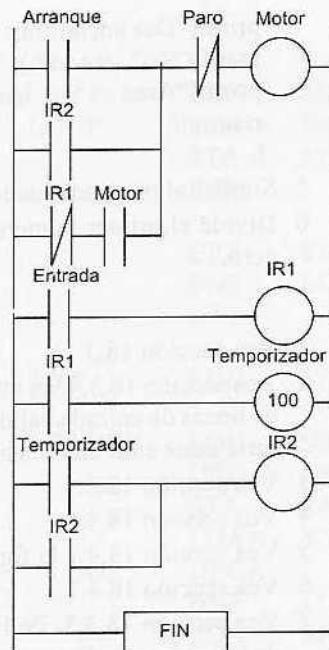
## Capítulo 19

```
printf("Dar ancho: ");
scanf("%d", &width);
printf("Area es %d, len * width);
return 0;
{
```

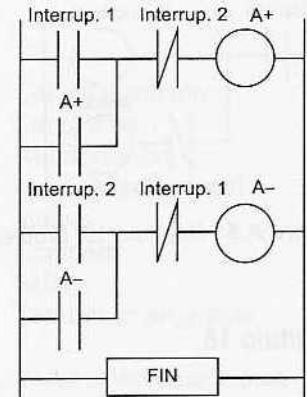
- 5 Similar al programa dado en la sección 17.3, parte 4.
  - 6 Divide el primer número entre el segundo excepto que éste sea cero.
- 
- 1 Vea sección 18.3.
  - 2 Vea sección 18.3. Una interfaz en paralelo tiene el mismo número de líneas de entrada/salida que el microprocesador. La interfaz en serie tiene sólo una línea de entrada/salida.
  - 3 Vea sección 18.2.
  - 4 Vea sección 18.4.
  - 5 Vea sección 18.4 y la figura 18.11.
  - 6 Vea sección 18.4.1.
  - 7 Vea sección 18.3.3. Polling (encuesta) requiere la interrogación de todos los periféricos a intervalos frecuentes, aun cuando algunos no estén activados. Es una pérdida de tiempo. Interrupt se inicia a solicitud del periférico y por lo tanto es más eficiente.
  - 8 CRA 00110100, CRB 00101111.
  - 9 Como el programa en 18.4.2, con LDAA #\$05 cambiado por LDAA #\$34 y LDAA #\$34 reemplazado por LDAA #\$2F.
  - 10 Como el programa en 18.4.2 seguido por  
 READ LDAA \$2000 Lee el puerto A  
 Quizás después de un retardo el programa debería ser  
 BRA READ.
- 
- 1 a) AND, b) OR.
  - 2 a) figura 19.9b, b) figura 19.10b, c) un circuito latch, figura 19.16, con los interruptores Entrada 1 para inicio y Entrada 2 para alto.
  - 3 0 LD X400, 1 LD Y430, 2 ORB, 3 ANI X401, 4 OUT Y430.
  - 4 0 LD X400, 1 OR Y430, 3 OUT Y430, 4 OUT T450, 5K 50; retardo en el temporizador.
  - 5 0 LD X400, 1 OR Y430, 2 ANI M100, 3 OUT Y430, 4 LD X401, 5 OUT M100; reestablece latch.
  - 6 Como en la figura 19.28 con el temporizador 1 con  $K = 1$  para 1 s y el temporizador 2 con  $K = 20$  para 20 s.
  - 7 Figura A.5.
  - 8 Figura A.6.
  - 9 Figura A.7.
  - 10 Figura A.8.
  - 11 Hay una salida, como antes, pero se apaga cuando llega la siguiente entrada.
  - 12 Vea la sección 19.10.



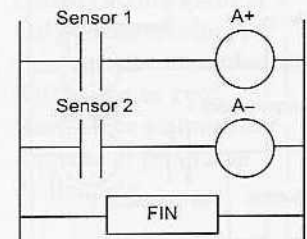
**Figura A.7** Capítulo 19, problema 9



**Figura A.8** Capítulo 19, problema 10



**Figura A.9** Capítulo 16, problema 13



**Figura A.10** Capítulo 16, problema 14

- 13 Dos circuitos latch, como en la figura A.9.
- 14 Figura A.10.

## Capítulo 20

- 1 Vea la sección 20.2
- 2 Vea la sección 20.3.
- 3 Bus.
- 4 Banda ancha.
- 5 Vea la sección 20.5.1.
- 6 Vea la sección 20.4.
- 7 Vea la sección 20.3.1.
- 8 NRFD a PD0, DAV a STRA e IRQ, NDAC a STRB, dato a Puerto C.
- 9 TTL a RS-232C conversión del nivel de señal.
- 10 Vea la sección 20.6.4.

## Capítulo 21

- 1 Vea la sección 21.1.
- 2 Vea la sección 21.2.



- 3 Vea la sección 21.2.
- 4 Vea la sección 21.5.3 para autopruueba y prueba de la suma de la verificación programables y la sección 21.2 para un temporizador vigilante.
- 5 Vea la sección 21.5.3.

## Capítulo 22

- 1 Las posibles soluciones son: a) termopar, compensación de unión fría, amplificador, CAD, PIA, microprocesador, CDA, unidad thyristor para controlar el elemento de calor del horno, b) sensores de los haces de luz, PLC, deflectores para clasificador operados por solenoides, c) control de circuito cerrado con: un motor de cd para el movimiento en cada dirección, un motor como actuador del movimiento de la pluma, microprocesador como comparador y controlador, y retroalimentación de un codificador óptico.

### Tareas de investigación

Una breve descripción del tipo de información que una respuesta debe contener es la siguiente.

- 2 Un sistema de frenos ABS tiene sensores de tipo inductor viendo la velocidad de cada una de las ruedas del vehículo, acondicionadores de señal para convertir las señales de los sensores en pulsos de 5 V, un microcontrolador con un programa para calcular la velocidad de las ruedas y la tasa de desaceleración durante el frenado para que cuando se exceda un límite prefijado, el microcontrolador dé una salida a las válvulas solenoide en el modulador hidráulico para prevenir un incremento en la fuerza de frenado o para reducirla en caso necesario.
- 3 El motor del carro mueve la cabeza de impresión en forma lateral, mientras esta imprime los caracteres. Después de imprimir una línea, el motor de alimentación del papel lo corre. La cabeza de impresión consiste en agujas movidas por solenoides, por lo general una columna de 9, que impactan en la cinta de tinta. Un microcontrolador se puede utilizar para controlar las salidas. Para mayores detalles, vea *Microcontroller Technology: The 68HC11* por P. Spasov (Prentice-Hall 1992, 1996).
- 4 El bus CAN opera con señales, las cuales tienen un bit de inicio seguido por el nombre que indica el destino del mensaje y su prioridad, seguido por bits de control, seguidos por los datos que se envían, seguidos por bits de CRC, seguidos por bits de confirmación de la recepción y concluye con los bits de final.

### Tareas de diseño

Una descripción breve de las posibles soluciones.

- 5 Un termómetro digital que usa un microprocesador tiene un sensor de temperatura como el LM35, un CAD, un ROM como el Motorola MCM6830 o el Intel 8355, un RAM como el Motorola

MCM6830 o el Intel 8156, un microprocesador M6800 o Intel 8085A y un display de LED. Con un microcontrolador como el Motorola MC68HC11 o el Intel 8051 puede tenerse un sólo sensor de temperatura, con quizás un acondicionador de señal y un display de LED.

- 6 Un óhmmetro digital involucra un multivibrador monoestable que proporciona un pulso con una duración de  $0.7RC$ . Una variedad de capacitores fijos se usan para proporcionar diferentes rangos de resistencias. El intervalo de tiempo puede determinarse usando un microcontrolador o un microprocesador más memoria y enviarlos a un display de LED apropiado.
- 7 Esto puede requerir un sensor de presión, por ejemplo, el semiconductor transductor Motorola MPX2100AP, un acondicionador de señal para convertir la pequeña señal del sensor a un nivel apropiado, por ejemplo, un amplificador instrumental, usando amplificadores operacionales, un microcontrolador, por ejemplo el MC68HC11, un controlador de LCD como el MC145453 y un display de cuatro dígitos LCD.
- 8 Esto puede alcanzarse utilizando el M68HC11EVM con una salida con modulación por ancho de pulso (PWM) al motor. Cuando se requiere una retroalimentación se puede utilizar un codificador óptico.
- 9 Se puede hacer que cada caja sea cargada utilizando una corriente que se aplica a una válvula solenoide la cual opera un cilindro neumático que a su vez mueve una placa y ésta empuja la caja dentro del escape. La caja permanece en el escape el cual está cerrado por otra placa. La presencia de la caja es detectada por un sensor que indica que la siguiente caja puede ser admitida en el escape. Esto continúa hasta que se acumulan cuatro cajas en el escape. La placa al final del escape se abre, activada por otra válvula solenoide, para permitir la salida de las cajas a la banda. La llegada de las cajas a la banda puede detectarse con un sensor montado en el extremo del escape. Esto permite que el proceso completo pueda repetirse.